

暖心之生成與低氣壓起源之關係

廖李 學泰 鑑豪*

On the Formation of Warm Core in Relation to Cyclogenesis

Shyue-yih Liao
Tay-how Lee

Abstract

It is suggested that the warm core plays an important role in the origin of extratropical cyclones, in the similar mechanism for the formation of the eye of tropical cyclones. Detailed analyses are made on the atmospheric thermal structures of vertical time section while some cyclones initiated near Taiwan. It is found that warm cores are existing in the middle and lower troposphere from surface to the altitude about 3 to 5 km. An attempt is also made to formulate the equation which governs the convection in the atmosphere induced by heat source from both hydrodynamic and thermodynamic aspects. Such mechanism is proved plausible after solution has been modeled and simplified. Thus the formation of warm core can be regarded as the primary stage in cyclogenesis.

一、緒 論

氣旋發生之過程，通常稱為低氣壓起源 (Cyclogenesis)。J. Bjerknes 及 H. Solberg [1] 曾對溫帶氣旋 (Extratropical cyclone) 之生成作下述之說明。含有大量水汽的熱帶氣團，常與極地冷氣團相遇而形成極鋒 (Polar front)，其間如受一小擾動，過有氣流不穩定情況，即誘致鋒面波之發展，終在波頂形成低氣壓中心，稱之為初生氣旋 (Nascent cyclone)。

關於低氣壓之成長，氣象學家們多基於動力不穩度 (Instability) 的觀念，作過相當多的研究。例如 Helmholtz 倡議的風切 (Shearing) 不穩度、Charney 和 Fjørtoft 等討論的斜壓 (Baroclinic) 不穩度，以及 Solberg-Høiland 不穩度等等理論。這些雖能解釋許多低氣壓「發展」 (Development) 之現象，但未著重低氣壓之「起源」 (Genesis) 問題。後者係屬中規模 (Mesoscale) 之現象，以前甚少加以研究，近年來由於儀器設備之改進以及觀測資料之增多，中氣象學 (Mesometeorology) 已漸受

重視。

A. Eliassen [2] 曾作理論研究，認為空氣中釋放之水汽凝結熱及地面摩擦熱可生成暖心 (Warm core)，而驅動橫向的環流作用，在短時間內形成劇銳之鋒面。他並相信此想法可能適用於熱帶氣旋中眼之形成理論。最近 M. Yanai [3,4,5] 在其颱風形成之分析及研究中，已證明暖心生成之事實並強調其重要性。然而，迄今尚未見用之於討論溫帶低氣壓之形成。

本文試就低氣壓最初之起源問題，以臺灣低氣壓之發生為實例加以分析，並以熱力學及動力學為基礎作一理論之說明，印證暖心之生成與低氣壓起源之關係。

二、臺灣低氣壓起源及其 上空溫度結構之研究

「臺灣低氣壓」係指冬季處於極氣團邊緣時，獨立發生在臺灣附近之低氣壓。以每年12月至翌年4月之發生頻率最大，為低緯度初生期溫帶低氣壓之典

* 國立中央大學地球物理研究所。

型。

為研究臺灣低氣壓起源時之熱力及動力結構，可直接探測該區上空之大氣狀況及其變化而達成。然而，初生低氣壓之規模甚小，臺灣附近海面並無密集之氣象觀測站，故缺乏詳細資料以研究某一時刻某地區上空之大氣狀態。

臺灣附近發生之低氣壓，恒受上空西風帶之沖動而東移，若其中心移動之速度 u 大致一定，則在某一測站上空高度 z 經過之氣象因素 $Q(x, z, t)$ 之時間變化，即可視為其沿平流方向 x 之空間變化。

$$Q(0, z, t) \rightarrow Q(x, z, -\frac{x}{u})$$

$$\text{又} \quad \frac{dQ}{dt} \equiv \frac{\partial Q}{\partial t} + u \frac{\partial Q}{\partial x} + w \frac{\partial Q}{\partial z}$$

$$\frac{d}{dt} \text{ 為實質變化, } \frac{\partial}{\partial t} \text{ 為某點之局部變化, } u \frac{\partial}{\partial x}$$

為平流變化, $w \frac{\partial}{\partial z}$ 為垂直變化。

$$\text{若 } w \div 0 \text{ 且 } \left| \frac{dQ}{dt} \right| \ll \left| u \frac{\partial Q}{\partial x} \right|$$

$$\text{則} \quad \frac{\partial Q}{\partial t} \div -u \frac{\partial Q}{\partial x}$$

應用此關係，即可就一地各時間之上空資料，而研究其空間切面構造。

根據民國54年12月臺北地面及高空觀測資料〔6〕，以 $-H \ln \frac{p}{p_0}$ (H 定為常數， p_0 為 1000mb) 代替高度 z 為縱軸， t 為橫軸作溫度距平 (Anomaly) 圖。取各標準氣壓面及每日 00 世界時 (GMT) 為準，距平 ΔQ 定為與月平均值之差。所得圖 1 即為溫度距平之垂直切面圖及同時刻之地面氣壓距平曲線。如改作以 24 小時為差之趨勢 (Tendency 即 $\frac{\partial Q}{\partial t}$) $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ 圖如圖 2，則可消除因選取平均值方法不同所生之差異，而更明顯劃分出冷暖氣團或高低氣壓間之界限。當溫度趨勢由正而零，達最高溫，再轉負而變冷，即構成一暖區。

研判民國54年12月天氣圖〔7〕，綜觀臺北附近全月氣壓降低情形。其中 2 至 4 日、13 至 15 日、19 至 23 日，係受華南發展之低氣壓邊緣影響。實際起源於臺灣附近之低氣壓僅 7 日、10 日上午及下午、26 日共四次。茲分別命名為 A、B、C、D，將天氣分析於後。

A—6 日 12 時 (GMT 以下同此)，臺北仍在高氣壓籠罩下，7 日 00 時形成滯留鋒，在臺灣北部現出波頂，12 時發生之低氣壓位於宮古島，8 日 00 時東至沖繩附近，8 日 12 時經南大東島北方後，逐漸消滅。(參看圖 3)。

B、C—9 日 12 時後，臺灣處於兩高氣壓間，有鋒面產生，10 日 00 時，臺灣東北海面起源一低氣壓，向東後消失。不久於 10 日 12 時，又在東部海面產生另一低氣壓，發展甚速，向東北直趨日本。

D—25 日 12 時高氣壓遠離，鋒面經臺灣北部，26 日 00 時有一低氣壓在東北海上起源，逐漸向東發展，12 時在沖繩附近，27 日經名瀨附近，繼續發展向東北進行。

以上各氣溫變化圖所用資料之時間間隔均為 24 小時，對於一個僅在一、二日內過境之小低氣壓而言，其上空構造之精確度甚差，僅能表示其大略情況，並不能作較詳細的數值分析。如探測之時間間隔縮短，資料當然豐富得多，但直接應用仍有困難。一為溫度及氣壓有相當大的日變化 (Diurnal variation)，其次為探空儀受日光輻射，誘致不小的溫度誤差，其改正法仍為討論中之難題，故不同時刻之資料不能相互比較。但假定同一時刻之日變化及輻射情況一致，亦可作成數種不同時刻之 24 小時平均溫度趨勢圖，然後加以合併，即得一較為理想之上空溫度構造圖。

應用民國47年12月10日至21日，00、06、18各世界時之臺北地面及高空資料〔8〕。以 00 時之差當作 12 時之趨勢，以 06 時之差當作 18 時之趨勢，餘均仿此得圖 4。其間臺灣低氣壓發生二次，14 日 (E) 之暖心較小，而 17 日 (F) 之暖心發展極高，直達對流層上部。察看該月天氣圖〔9〕，見 14 日 00 時有南北向之滯留鋒停於臺灣，12 時即在臺灣北部生成低氣壓，但未能繼續發展。而 17 日 12 時發生之低氣壓，因受華中低氣壓北上之吸引，亦有向北之傾向，故使暖區更加顯著。

仔細考察上列諸圖，可發現各項事實及其討論如下：

(1) 高溫與低溫之空氣呈區域性分佈。地面氣壓距平與對流層中下層之溫度距平 (即 Δp 與 ΔT)，尤其氣壓趨勢與溫度趨勢 (即 $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ 與 $\frac{\Delta T}{\Delta t}$) 之間，呈密切的負相關 (Negative correlation)。

(2) 民國54年12月 2 至 4 日、13 至 15 日、19 至 23 日之各暖區，係受北方通過之低氣壓影響，導致大幅度的溫度平流現象，使暖氣北上而產生的。

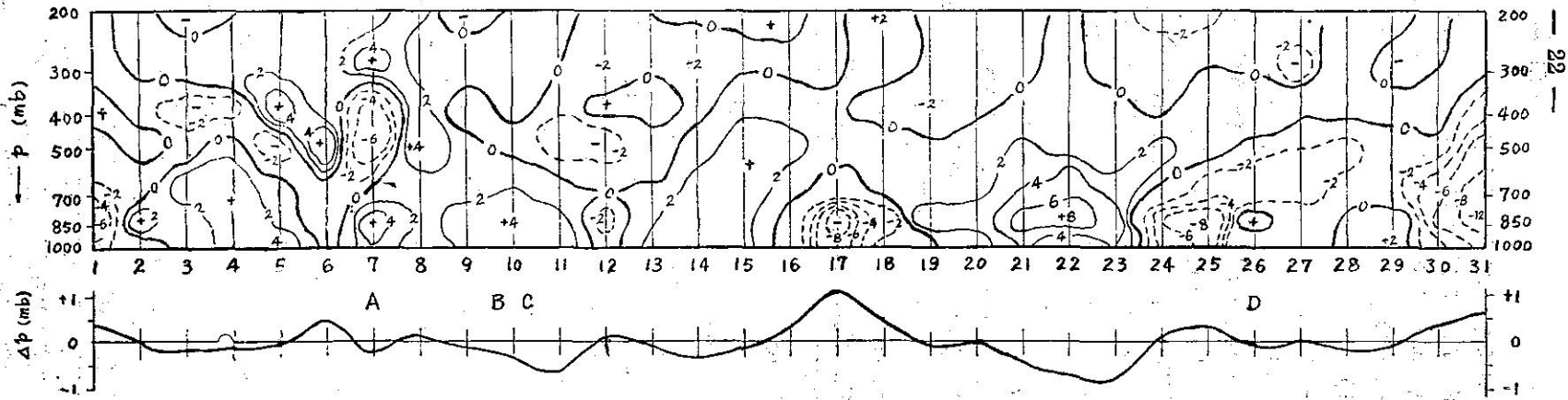


圖 1：民國54年12月臺北上空溫度距平 ΔT ($^{\circ}\text{C}$) 及地面氣壓距平 Δp (mb) 圖

Fig. 1: Vertical time section of temperature anomaly ($^{\circ}\text{C}$) and surface pressure anomaly (mb) through Taipei in Dec. 1965.

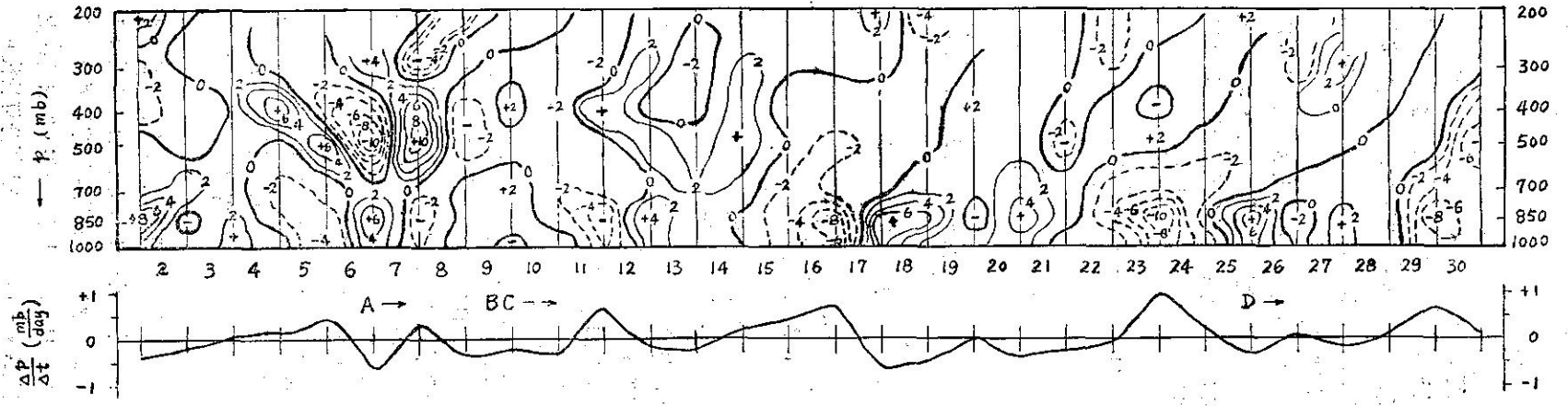


圖 2：民國54年12月臺北上空溫度趨勢 $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ ($\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{day}}$) 及地面氣壓趨勢 $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ ($\frac{\text{mb}}{\text{day}}$) 圖

Fig. 2: Vertical time section of temperature tendency ($\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{day}}$) and surface pressure tendency ($\frac{\text{mb}}{\text{day}}$) through Taipei in Dec. 1965

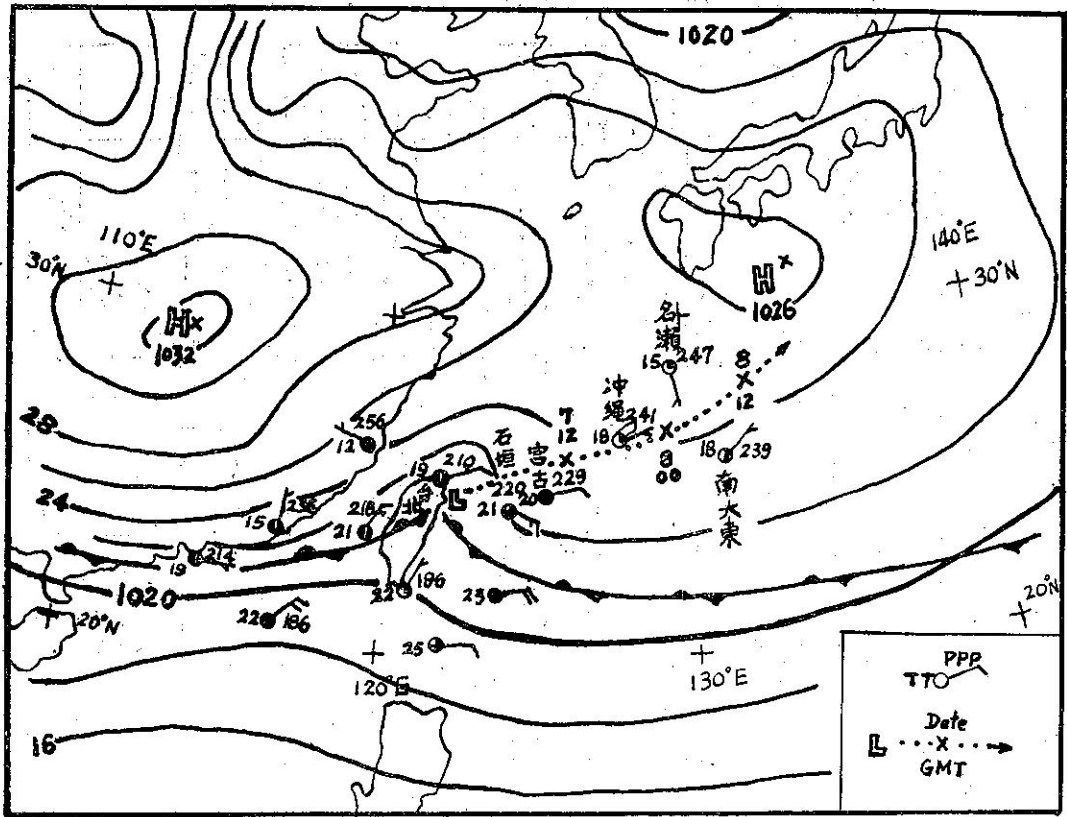


圖 3：民國54年12月7日00 GMT 臺灣低氣壓發生時之地面天氣情況及該低氣壓之行徑圖

Fig. 3: Weather map at 00 GMT, Dec. 7, 1965, when Low was just originated near Taiwan.

(3) 諸低氣壓 A、B、C、D、E、F 發生時之暖氣部份，低空雖可能有南方暖氣團侵入之影響，但東南季風僅限於1500公尺高度（約為 850mb 面）以下。今暖區多延伸至700mb面（約3000公尺）以上，已全在平穩的西風帶內，一般情況下，其溫度平流之效應甚小。故高溫區必係另由力學原因加溫所生的「暖心」。

(4) 低氣壓起源於氣溫變率較大處，即其暖心界限非常明顯。初生低氣壓之暖心高度大致由地面起至3000~5500公尺（即700~500mb面）之間。

(5) 有暖心存在處方可能有低氣壓起源，低氣壓不會發生在上空無暖心之時。

三、暖心形成之理論

在此將以較嚴密的數學推演，同時考慮熱力學及流體力學問題，並加以模型化，解釋暖心之形成。

定一坐標系 x,y,p 三軸分別指向東、北、下方。

x,y 為地面長度坐標，而 p 為氣壓坐標以代垂直空間坐標 z，其三方向之速度為 u, v, w。

如考慮東西方向之擾亂為等質性，即 $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ ，則可簡化成二度空間問題。

$$\text{而 } \frac{d}{dt} \equiv -\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial p} \text{。}$$

大氣之運動方程為

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fu = 0 \dots \dots \dots (1)$$

式中 f 為科氏參數 (Coriolis parameter) 由位溫之定義 $\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{r-1}{r}}$

$$r = \frac{C_p}{C_v} \text{ 為比熱比}$$

及熱力學第一定律 $C_p dT - \alpha dp = dQ$

$$\text{得 } \frac{d}{dt} \ln \theta \equiv \left(-\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \ln \theta + w \frac{\partial}{\partial p} \ln \theta$$

$$= \frac{1}{C_p T} \frac{dQ}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

溫度趨勢單位 (Unit in temperature tendency) : $\frac{C^{\circ}}{day}$

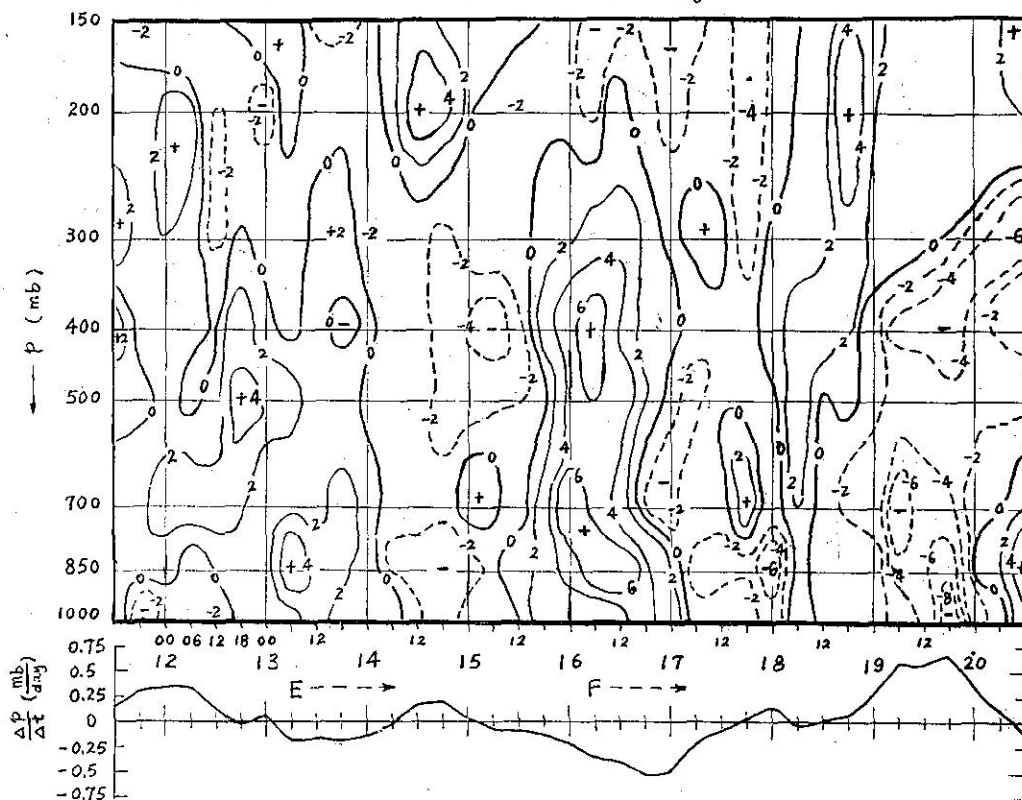


圖 4 : 民國47年12月11日至21日臺北上空溫度及地面氣壓趨勢圖

Fig. 4 : Vertical time section of temperature tendency and surface pressure tendency through Taipei from Dec. 11 to Dec. 21, 1958.

又 $l_n \theta = l_n \alpha + \frac{1}{r} l_n p + \text{const} \dots \dots \dots (3)$

以(3)代(2), 並知等壓面上

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) p = 0$$

可得 $\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) l_n \alpha + \omega \frac{\partial}{\partial p} l_n \theta$

$$= \frac{1}{C_p T} \frac{dQ}{dT} \dots \dots \dots (4)$$

引用靜力方程 $\alpha = -g \frac{\partial z}{\partial p}$

並因重力位能 $\phi = gz$

故 $\phi_p \equiv \frac{\partial \phi}{\partial p} = -\alpha$

又由靜力穩定度之定義

$$S \equiv -\alpha \frac{\partial}{\partial p} l_n \theta$$

故(4)式可化爲

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi_p + v \frac{\partial}{\partial y} \phi_p + \omega S = -\frac{R}{C_p} \left(\frac{1}{p} \right) \frac{dQ}{dt}$$

令 $E \equiv \frac{R}{C_p} \frac{dQ}{dt}$ 爲加熱函數。

則 $\frac{\partial}{\partial t} \phi_p + v \frac{\partial}{\partial y} \phi_p + \omega S = -E \dots \dots \dots (5)$

此式爲熱力學第一定律之另一形式。

由地轉風 (Geostrophic wind) 之假定

$$f u = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

得熱力風 (Thermal wind) 之關係

$$f \frac{\partial u}{\partial p} = -\frac{\partial \phi_p}{\partial y}$$

利用此關係, 計算 $f \frac{\partial}{\partial p} \left(1 + \frac{\partial}{\partial y} \right) (5)$

得 $f \frac{\partial}{\partial p} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} - f \right) v \right\} + \frac{\partial}{\partial y} (\omega S - v f \frac{\partial u}{\partial p}) = -\frac{\partial E}{\partial y} \dots \dots \dots (6)$

若 f 爲定數，(6)式可改寫爲

$$A \frac{\partial \omega}{\partial y} - B \frac{\partial v}{\partial y} + C \frac{\partial v}{\partial p} = - \frac{\partial E}{\partial y} \dots \dots \dots (7)$$

其中各係數 $A \equiv S$ 、 $B \equiv f \frac{\partial u}{\partial p}$ 、 $C = f \left(- \frac{\partial u}{\partial y} - f \right)$ ，此三者皆與大氣穩定度有關。 B 表示斜壓不穩定度， C 表示慣性不穩定度。

如上式以流函數 ψ 表示，

$$\omega = - \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial p}$$

$$\text{則 } A \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - B \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial p} + C \frac{\partial^2 \psi}{\partial p^2} = \frac{\partial E}{\partial y}$$

爲簡便計視 $B \div 0$ ，即 $\frac{\partial u}{\partial p} \div 0$ ，

並另設一新坐標 $\zeta \equiv \sqrt{\frac{A}{C}} (p_0 - p)$ 代 p

$$\text{得 } \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} = \frac{1}{A} \frac{\partial E}{\partial y} \dots \dots \dots (8)$$

此式即爲加熱作用與空氣運動間最基本關係。當加熱函數 E 已知，加以 ψ 之邊界條件，即可求得惟一解。

現採用如圖 5 所示之模型， $y = 0$ 表示鋒之位置，即南北暖冷氣團交會之處。由地面輻合上升之氣流將在鋒上 ζ_0 附近生成凝結區，水汽釋放之潛熱可視爲大氣中之熱源，故此區也就是暖心。若其加熱率 E 在此圓形區域內 $\{y^2 + (\zeta - \zeta_0)^2 \leq a^2\}$ 爲定數 E_1 ，而在此區以外爲零。

(8)式之解可寫爲：

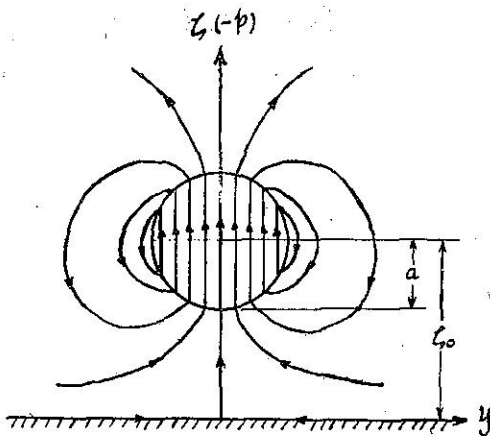


圖 5：暖心與對流之模型
Fig. 5 Model for warm core and convection.

$$\begin{cases} \text{凝結區內} & \psi = KE_1 \cdot y \\ \text{凝結區外} & \psi = KE_1 a^2 \cdot \frac{y}{y^2 + (\zeta - \zeta_0)^2} \end{cases}$$

K 爲比例常數。

其意爲在凝結區內，只有垂直上升氣流，其流線呈直線。而空氣自此區上方由外圍繞下而循環，其流線呈同軸諸圓，與流體力學中「重源」(Doublet)之作用相似。並可知對流作用之強弱與加熱率 E_1 成正比，亦與凝結區之面積成比例。

爲適合邊界條件 $\zeta = 0$ (1000mb 面上) 時 $A \psi = 0$ ，則可令區外

$$\psi' = \frac{Ka^2 E_1}{2} \left(\frac{y}{y^2 + (\zeta - \zeta_0)^2} - \frac{y}{y^2 + (\zeta + \zeta_0)^2} \right)$$

即等於加置一相同之冷源於地下對稱點上。

觸發此模型中凝結區生成之上升氣流，或由地面摩擦熱所引起，或由其他動力不穩定現象所引起，其原因複雜，相信與鋒之性質有關。暖心一旦生成，誘致不斷的上升氣流，濕空氣至凝結區後，即源釋放潛熱。如此循環不已，故短時間內能使其下方產生低氣壓。

四、結 論

溫帶低氣壓皆起源於極鋒邊緣，而低氣壓發生之位置即鋒上形成暖心之處。由臺灣低氣壓起源時之上空資料分析，證實有暖心形成於對流層之中下層，理論上之解釋亦能有滿意的結果。故暖心之生成，可說是低氣壓起源之最初階段。

低氣壓發生時，其上空必先有暖心之形成，由於熱對流作用，此暖心得以維持，並使地面氣壓降低。當此暖心上端之輻散大於其下之輻合時，則對流加劇，暖心增強，低氣壓即能發展。反之，則會減弱。此時，低氣壓之消長，多爲上方西風帶之動態所支配，已不屬本文討論之範圍。

上節諸式之推演及求解時，曾加以各種假定及簡化，其目的在便於說明，使加熱所引起的大氣對流運動能清楚的看出。事實上，在討論暖心之生成時，地轉力及風切的影響較小，主要考慮因素爲大氣之垂直靜力穩定度 S 。但當低氣壓形成後，討論氣旋中的運動時，偏微分方程之 f 、 $\frac{\partial u}{\partial p}$ 、 $\frac{\partial u}{\partial y}$ 諸變量均須加以考慮，不能忽略。爲作進一步之模型研究及數值上的估計，應用電子計算機以解一較嚴正的方程式，亦屬可能之事。

參 考 文 獻

[1] V. Bjerknes, J. Bjerknes, H. Solberg and T. Bergeron (1933): *Physikalische Hydr-*

odynamik.

- [2] A. Eliassen: (1959) On the formation of fromation of fronts in the atmosphere, in the atmosphere and the sea in motion, Edited by B. Bolin, pp. 277-287.
- [3] M. Yanai (1961): Dynamical aspects of typhoon formation, J. Meteor. Soc. Japan, Series 2, Vol. 39. No. 5, pp. 282-309.
- [4] M. Yanai (1964) Formation of tropical cyclones, Reviews of Geophys., Vol. 2, No. 2, pp. 367-414.
- [5] M. Yanai (1963): A comment on the creation of warm core in incipient tropical cyclone, J. Meteor. Soc. Japan, Series 2, Vol. 41, No. 3.
- [6] Taiwan Weather Bureau (1965) Radio-sonde observation at Taipei, in the results of aerological observations
- [7] Japan Meteorolical Agency (1965): Daily Weather Maps, Dec. 1-15 and Dec. 16-31.
- [8] Taiwan Weather Bureau (1958): Radio-sonde observation at Taipei, in the results of aerological observations
- [9] Japan Meteorological Agency (1958): Daily Weather Maps, Dec. 1-15 and Dec. 16-31.

氣象學報訂購辦法

- 一、本學報以促進中國氣象學術之研究為目的。
- 二、個人如欲訂購，可報請服務之單位，備文證明，連同價款，逕寄本社，或利用各地郵局，將書款存入臺灣郵政第2797號劃撥儲金本所專戶，當按址寄送所需之學報。
- 三、本學報本期暫收成本費新臺幣壹拾元，郵票十足通用。

氣象學報徵稿啓事

本學報長期徵收稿件，歡迎各方踴躍惠稿，惟為配合出版時期起見，惠稿最好於二、五、八、十一等月月中以前寄達，以便及時刊載，而免積壓，敬請惠稿諸先生注意。