

輻散與渦旋

蔣志才

Divergence and Vorticity

C. T. Chiang

Abstract

Divergence and vorticity (or relative vorticity) are two kinematic properties of horizontal flow. The former is sometimes referred to as the horizontal velocity divergence, and the latter is referred to as the vertical component of relative vorticity. such terminology is acceptable so long as it is understood that it applies only to horizontal flow, and so long as terms can not be confused with similar concepts, such as horizontal mass divergence, absolute vorticity, etc.

Divergence and vorticity are very important for the weather forecasting. Especially, vorticity computation is always used for the bad weather occurrence. In this outline several method which use upper wind and contour field for computing them will be given, and exercises are included to demonstrate computational procedures.

一、引言

平面的速度輻散 (Horizontal velocity divergence) 與相對渦旋率之垂直分力 (Vertical component of relative vorticity)，為平流之兩種運動特性，前者有時稱之「輻散」，後者常僅稱之「渦旋或相對渦旋」，該項專語為常用者，只要明白僅用在平流，不致予為平面氣團輻散 (Horizontal mass divergence) 與絕對渦旋 (Absolute vorticity) 一類相似名詞所混淆。該兩種運動特性廣用在分析與預測方面，尤其惡劣天氣現象預報應有該項基本知識，一般預報員對輻散，在天氣圖 (或定壓面圖) 容易辨別。同時輻散區域氣流多下沉作用而天氣轉佳，故預報員對輻散僅作概略估計而作參考。惟渦旋率却不如此簡單，並惡劣天氣現象與渦旋率之增加有密切關係。故美國華府氣象分析中心定時傳播渦旋率與其預測圖，以供各地氣象單位參考。該項圖表係電腦自動計算繪製，毋需臨時計算，可是我國該項作業尙言之過早，茲將 House 對輻散與渦旋率之演算及其作業步驟，借花獻佛，簡略提供參考：

二、向量定義

輻散與渦旋率之向量計算如下：

(一) 平面輻散速率

$$\text{Div}_2 \mathbf{V}_2 = \nabla_2 \cdot \mathbf{V}_2 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \dots \dots (1)$$

輻散可稱謂「流出」(Flux)，本式包括兩項向量作業，結果輻散是數字，而不是向量。

(二) 平面相對渦旋之垂直分力

$$\text{Rot}_2 \mathbf{V}_2 = \nabla_2 \cdot \mathbf{V}_2 = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \mathbf{K} \dots (2)$$

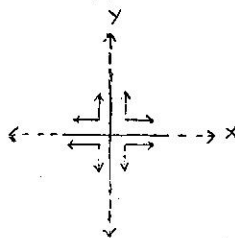
渦旋也稱謂「旋捲」(Curl)。本式包括兩項向量作業，結果渦旋仍為向量，其K係指渦旋率或圍繞渦旋之旋轉，然計算時常省略該項K向量。

三、流體交替象徵

(Fluid cross representation)

下圖即為流體交替之象徵，每象限內可分為U與V分力向量：

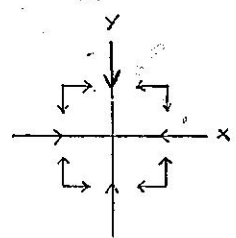
圖 1



$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) > 0$$

正輻散

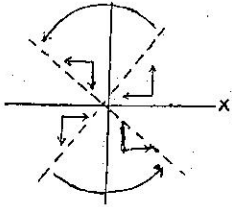
圖 2



$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) < 0$$

負輻散 (輻合)

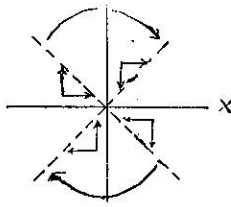
圖 3



$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) > 0$$

正渦旋

圖 4



$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) < 0$$

負渦旋圖

圖 1 為正輻散，箭頭擴張。圖 2 為負輻散，箭頭內向。圖 3 為正渦旋，反時鐘交替旋轉。圖 4 為負渦旋，順時鐘交替旋轉。

四、面積觀念

輻散與渦旋率可用運動面積解釋，其關係如下：

$$\text{Div}_2 \mathbf{V}_2 = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \dots \dots \dots (3)$$

設 A 為一原有體積，dA/dt 為其體積，隨時間之改變。依照公式解釋，輻散等於其體積隨時間改變，再除原體積是也。假設空氣伸展範圍增大即為輻散，反之即為輻合產生渦旋。

$$\text{Rot}_2 \mathbf{V}_2 = \oint \frac{V_2 ds}{A} \dots \dots \dots (4)$$

設 V_2 為平面風向量， ds 為極微流動周徑長度， \oint 為一包圍圈所有 ds 之總數，A 為單位面積。其數值說明該空氣流動範圍大小。本式解釋渦旋率等於其流動範圍乘氣流速度，再除原有面積。假設空氣反時鐘方向流動，渦旋率為正，順時鐘方向則為負。渦旋率數值增加，其流速也增加，其空氣體積減少。如渦旋率數值減少，則流動減小，體積增大。

五、輻散與渦旋率單位

從各式中，每一分子式均以變動距離除速度，其單位也即 $\frac{\text{距離}}{\text{距離}}$ 。然而速度為 $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ ，於是距離與距

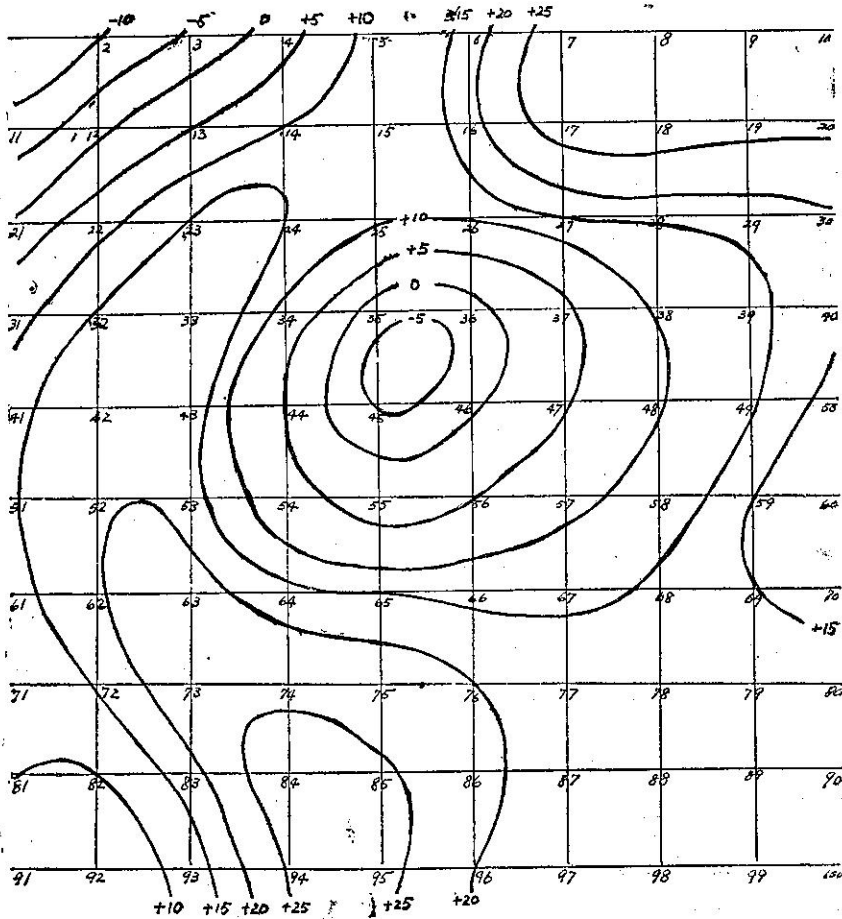


圖 5: U 分力

離相銷，僅剩下以時間為單位之分母。輻散與渦旋率就以時間分母為單位。通常單位為 Sec^{-1} ，偶而也用 hr^{-1} ，當用 Sec^{-1} 單位時，因數值太小不便計數，故在應用習慣上乘以 10^{-5} 為單位，即 10^{-6}Sec^{-1} 。

六、氣流U與V分力計算輻散與渦旋率

任何氣流可將其分為U（東西向分力）與V（南北向分力），其方法簡單，僅用一方格底板之分度盤，將觀測各點填註於板之適當位置，並讀出各點東西與南北之向量即是也。如將各點之U與V分別填圖，並繪等風速向量線（Isotach）如圖5、圖6。

此圖可用來計算輻散與渦旋率。至於方程式(1)與(2)可概略列成下式：

$$\text{Div}_2 V_2 \cong \frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta v}{\Delta y} \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{Rot}_2 V_2 \cong \frac{\Delta v}{\Delta x} - \frac{\Delta u}{\Delta y} \dots\dots\dots(6)$$

U值圖5與V值圖6繪有等風速線（5 哩間隔為常用），因僅作圖樣說明故未描地域界線，其方格以一度為間隔（約 60 哩）。作業時量兩經緯度間隔之 Δx 與 Δy 應用，實際作業用下式：

$$\text{Div}_2 V_2 = \frac{5}{6} [(\Delta u)_x + (\Delta v)_y] \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} \dots\dots(7)$$

$$\text{Rot}_2 V_2 = \frac{5}{6} [(\Delta v)_x - (\Delta u)_y] \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} \dots\dots(8)$$

$(\Delta u)_x$ 與 $(\Delta u)_y$ 在U圖風場量出，單位為 kts，求各格點之 $(\Delta u)_x$ 時，即由圖5所求點東面60哩（右）值減去西面60哩（左）者之差數是也。左面數值小則得正值，當求 $(\Delta u)_y$ 時從北方（上）60哩之數值減去南方（下）60哩者是也，北方數值大則得正值，以同樣方法在V圖風場求 $(\Delta v)_x$ 與 $(\Delta v)_y$ 。所得值代入

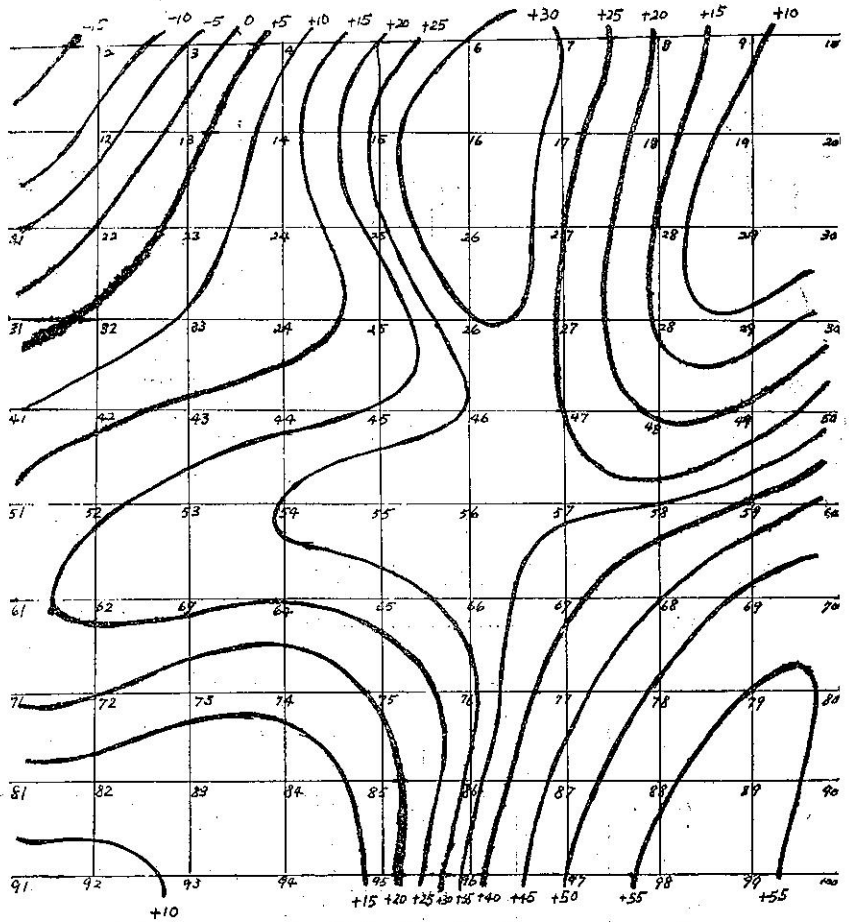


圖 6：V 分力

(7)與(8)式。

舉例：如在U與V圖查出：

$$(\Delta u)_x = 12 \text{kts} \quad (\Delta v)_y = -16 \text{kts}$$

$$(\Delta u)_y = -4 \quad (\Delta v)_x = -3 \text{kts}$$

$$\text{則：Div}_2 V_2 = \frac{5}{6} (12 - 16) \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} = 3.3 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$$

$$\text{Rot}_2 V_2 = \frac{5}{6} (-3 + 4) \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} = 0.8 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$$

七、自然座標計算輻散與渦旋率

$$\text{Div}_2 V_2 = \frac{\partial v}{\partial s} + V \frac{\partial \alpha}{\partial n} \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{Rot}_2 V_2 = \frac{\partial v}{\partial n} - V \frac{\partial \alpha}{\partial s} \dots\dots\dots(10)$$

V 為風速， $\frac{\partial v}{\partial s}$ 為沿氣流線風速之改變， $\frac{\partial \alpha}{\partial n}$ 為沿氣流線與平均風向之差異， $\frac{\partial v}{\partial n}$ 為氣流與平均風速

之差異， $\frac{\partial \alpha}{\partial s}$ 沿氣流方向之改變。

公式(9)右面第一分子式指速度輻散
(Speed divergence)

第二分子式指氣流輻散
(Streamline divergence)

公式(10)右面第一分子式指平面風切渦旋。
第二分子式為氣流線彎曲渦旋。

該項因子對計算輻散與渦旋率有價值，當圖繪上氣流線及等風向風速線，即容易辨別輻散或輻合區；與氣流線輻合或輻散區；假使氣流速度與氣流線彎曲同為輻散象徵，乃可確定有平面輻散存在，有些情形兩者相反，該經實際計算後方能決定，偶有速度輻散與氣流線彎曲，相反的同樣增大徵象，乃其氣流為地轉者。

計算渦旋率時，當氣流線與向下流反時鐘轉變時，曲率為正（氣旋式）。反之，當氣流線順時鐘方向轉變，曲率為負（反氣旋式）。又當氣流線平行而右面氣流強，並向左遞減，風切為正（氣旋式）；反之，向右遞減，風切為負（反氣旋式）。有時氣流線氣旋式彎曲與氣旋式風切同時出現，乃可確定將有氣旋式渦旋發生；反之，將有反氣旋式渦旋，有時風切與彎曲率恰恰相反，乃該計算後決定渦旋率。又若曲率與風切相反的同樣增強，乃氣流將不會旋轉，不過該項互相矛盾情況，為求準確起見，須先行校驗。

當輻散有互相矛盾情

況發生，則校驗氣流線與風速線，在渦旋有矛盾情況時，則校驗氣流彎曲率及風切，若僅依照某種徵象特色假定之，乃可能為錯誤判斷。

實驗得知(9)式接近下式：

$$\text{Div}_2 \mathbf{V}_2 \cong \frac{\Delta v}{\Delta s} + v \frac{\Delta \alpha}{\Delta n} \dots\dots\dots(11)$$

該式以兩度緯度為 Δs 之間隔距離 (120 哩) • V 單位 1kts，乃 $\Delta v/\Delta s = 1/120 \text{hr}^{-1}$ ，如在同格 $\Delta \alpha$ 為 1° ， V 為 1kts，乃 $V \times \Delta \alpha / \Delta n = 0.0145 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$ ，於是公式(11)可列為：

$$\text{Div}_2 \mathbf{V}_2 \cong \left[\frac{5}{6} (\Delta v)_s + 0.0145 V (\Delta \alpha)_n \right] \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} \dots\dots\dots(12)$$

以(12)式算輻散，圖上必須有以下各項分析：(一)氣

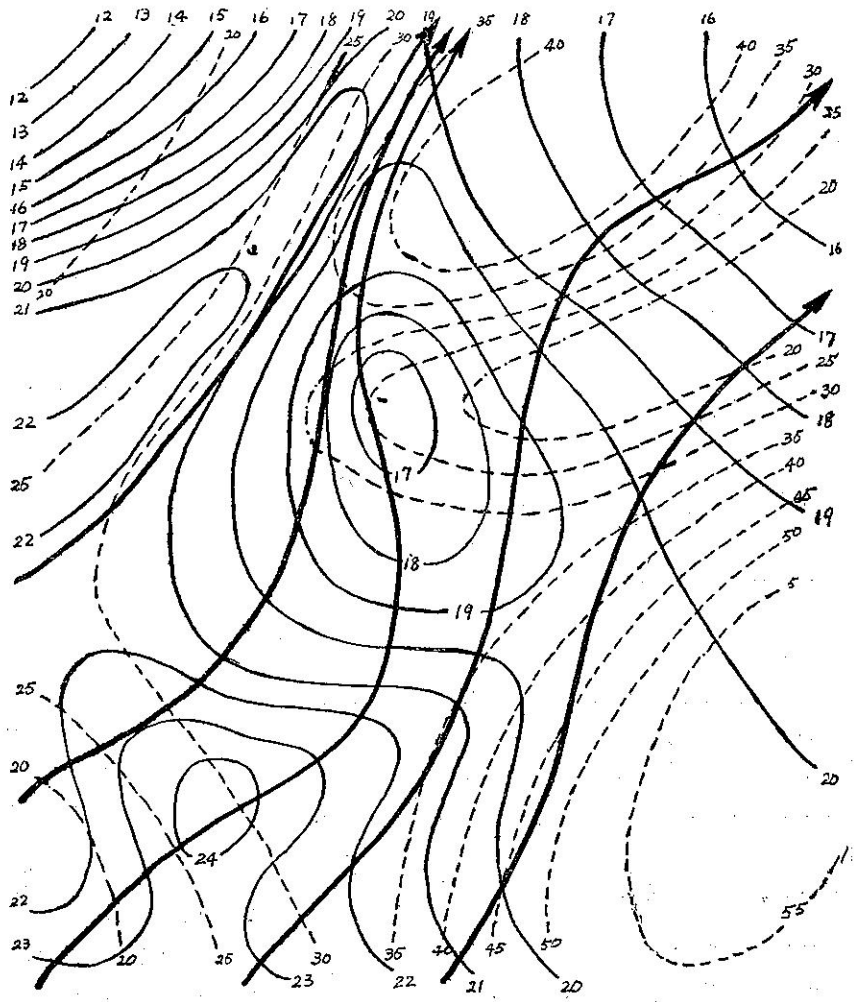


圖 7：氣流線與等風向風速線

→ 氣流線
—— 等風向線 (10°-線)
----- 等風速線 (5 哩-線)

流線—各處均須平行風向，(二)等風向線—每差 10° 一線，(三)等風速線—每5kts一線，用圓規以所求格點為中心沿氣流線方向。前後兩格點間風速差即為 $(\Delta v)_s$ ，上流風速減下流風速，其差數代入(12)式。同樣方法用圓規垂直於氣流線，量左右兩點間（即左右各一度）之風向差，亦即以所求格點為中心，依照等風向線左面風向減右面之風向，其差數即為 $(\Delta \alpha)_n$ ，再以中心點風速 V 一併代入(12)式，即得輻散值。

又公式(10)實驗相近於下式：

$$\text{Rot}_2 V_z \cong \frac{\Delta v}{\Delta n} - V \frac{\Delta \alpha}{\Delta s} \dots \dots \dots (13)$$

照樣也可寫為：

$$\text{Rot}_2 V_z \cong \left[-\frac{5}{6} (\Delta v)_n - 0.0145 V (\Delta \alpha)_s \right] \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} \dots \dots \dots (14)$$

以求輻散同樣方法可求得渦旋率，作業時如用 4° 為間隔，乃(12)與(14)式之得數應除 2；如用 1° 為間隔乃得數乘 2。如變換單位 10^{-2}hr^{-1} 至 10^{-5}sec^{-1} 除 3 即是也。

舉例：若上圖量得某點 $(\Delta v)_s = 12 \text{kts}$ ，
 $(\Delta v)_n = -6 \text{kts}$ ， $V = 30 \text{kts}$ ，
 $(\Delta \alpha)_n = -30^\circ$ ， $(\Delta \alpha)_s = 20^\circ$

$$\text{則：} \text{Div}_2 V_z = \left[-\frac{5}{6} (12) + 0.0145 \times 30 \times 20 \right] \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} = (10 + 8.7) = 18.7 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$$

$$\text{Rot}_2 V_z = \left[-\frac{5}{6} (-6) + 0.0145 \times 30 \times 30 \right] \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} = (-5 + 13.1) = 8.1 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$$

本式較為簡單，不必計算各點 U 與 V 分力及分別繪製 U 與 V 值圖，可是仍須繪製一等風向風速線，作為計算依據，下列方法可用定壓面圖作為依據。

八、地轉渦旋率

以上提及速度輻散與氣流彎曲相反情況同樣增大時，將為地轉風，實際上地轉風並不一定無輻散，因為緯度自南至北狹小，使自南至北氣流轉為輻合，相反的由北至南氣流稍有擴散現象，不過份量很小，由此看來地轉輻散並非完全運動輻散，可是地轉渦旋率與運動渦旋率相接近，尤其在大範圍之分析。

$$\text{地轉渦旋率 } \zeta_{gs} = -\frac{g}{f} \nabla_p^2 h \dots \dots \dots (15)$$

g 為地心吸力加速， f 為偏向力

∇_p^2 為等高線拉拍拉慶 (Laplacian)，即所求點左、右、上、下各點之高度和，減去中心點高度，再

除距離平方值也是，(15)式相似於下式：

$$\zeta_{gs} \cong -\frac{g}{f} \left[\frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 - 4h_0}{d^2} \right] \dots \dots \dots (16)$$

h_0 為某格點高度， h_1 為 h_0 左邊之格點高度， h_2 為其右邊者， h_3 為上面者， h_4 為下面者， d 為格點間隔 (120 滯)，高度單位呎， ζ_{gs} 單位 10^{-2}hr^{-1} 。

因 g 、 f 、 d 均為固定數值，故 g/fd^2 在各緯度之值可列表如下：

32°——0.28	36°——0.25	40°——0.23
34°——0.265	38°——0.24	

0.25 值可用在緯度 32° — 40° 間不會有多大差

誤，若 d 用 60 滯，乃 $\frac{g}{fd^2}$ 值將四倍於以上之數。

舉例：若等高線讀出 $h_1 = 4390'$ ， $h_2 = 4440'$ ，
 $h_3 = 4400'$ ， $h_4 = 4420'$ ， $h_0 = 4400'$ ， $d = 120$ 滯
 $g/fd^2 = 0.25$
 $\zeta_{gs} = (4390 + 4440 + 4400 + 4420 - 4 \times 4400) \times 0.25 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$
 $= (1765 - 17600) \times 10^{-2} \text{hr}^{-1} \times 0.25$
 $= 50 \times 0.25 = 12.5 \times 10^{-2} \text{hr}^{-1}$

結 論

輻散與渦旋率是恰恰相反，所發生天氣也斷然不同，當預報員對天氣預測發生疑問時，對預報區域氣流輻散抑或發生渦旋，將為他急欲知道之因子，不過通常對輻散現象尚不太重視，可是對渦旋率不得不分毫必爭，因為天氣轉劣，渦旋發生與渦旋率大小，則有牢不可破之關連性，以上所提供該三項計算方法，在作業方面以地轉渦旋法求之較簡單快捷，不過預報員值班急於報出預告天氣，不可能不厭其煩的等待計算後再作預報。是故本篇再將美國氣象局與本人對渦旋率使用經驗，編列渦旋率規則如下，以供同業作業參考。

- (一) 密雲降水惡劣天氣與正渦旋平流區相伴，碧空晴天與負渦旋率相伴。
- (二) 最大渦旋率與槽，低壓或氣旋式風切相伴。
- (三) 最小渦旋率與脊，高壓或反氣旋式風切相伴。
- (四) 高空小型波 (Minor wave) 常無等高線彎曲象徵，却常有一最渦旋率區。
- (五) 當渦旋率與等高線位相相同時，未來 24~36 小時內無重大變化。
- (六) 當渦旋率線與等高線位相相異時，未來 24~36 小時內有顯著改變。

(七) 當渦旋率線與等高線成良好交叉型態，渦旋場可能隨 500mb 氣流 70% - 80% 平流之。

(八) 高度降低及地面氣壓下降與正渦旋率平流相伴。

(九) 高度升高及地面氣壓升高與負渦旋率平流相伴。

(十) 當最大渦旋率與一槽線相伴，並有南向氣流滲入，則槽將加深，通常有封閉等高線出現，也可預報地面氣旋產生。

(十一) 若高層輻散區追及一緩慢移動（或停留性）界面之上空，界面上將有氣旋波產生。

(十二) 若高層輻散移動快速，並遠離界面，

則界面將消失。

(十三) 低層暖平流，加強高層輻散作用。

(十四) 低層冷平流，減弱高層輻散作用。

九、參考文獻

1. D. C. House. (1960) Derivation of divergence development equation for local change in divergence, 2 Aug.

2. Walter Saucier J. (1956) Principles of meteorological analysis.

3. U.S. Weather Bureau: Rules for use of vorticity.

氣象學報徵稿簡則

- 一、本刊以促進氣象學術之研究為目的，凡有關氣象理論之分析，應用問題之探討，不論創作或譯述均所歡迎。
- 二、本刊文字務求簡明，文體以白話或淺近文言為主體，每篇以五千字為佳，如長篇巨著內容特佳者亦所歡迎。
- 三、稿件請註明作者真實姓名、住址及服務機關，但發表時得用筆名。
- 四、譯稿請附原文，如確有困難亦請註明作者姓名暨原文出版年月及地點。
- 五、稿中引用之文獻請註明作者姓名、書名、頁數及出版年月。
- 六、惠稿請用稿紙繕寫清楚，並加標點。如屬創作論著稿，請附撰英文或法、德、西文摘要。
- 七、本刊對來稿有刪改權，如作者不願刪改時請聲明。
- 八、惠稿如有附圖務請用墨筆描繪，以便製版。
- 九、來稿無論刊登與否概不退還，如須退還者請預先聲明，並附足額退稿郵資。
- 十、來稿一經刊載即致稿酬，每千字按三十元至四十元計算。創作論著稿之特具價值者另議。
- 十一、惠稿文責自負。
- 十二、惠稿請寄臺北市公園路六十四號臺灣省氣象所氣象學報社收。