

氣象預報 王業鈞

——非絕熱過程下一千毫巴面之數字或繪圖預報——

Numerical Prognosis Including Non-Adiabatic Warming

Abstract

Yeh-chung Wang

A two-level graphical-numerical prediction model is extended so as to incorporate some orographical and non-adiabatic warming or cooling effects in a manner such that almost no extra work is added.

The model is applied to several cases where non-adiabatic heat exchanges are pronounced. The resulting prognoses show a material improvement over a similar model which omits the non-adiabatic influence.

一、前言

當大陸性寒帶氣團離開大陸流至海洋面時，由於洋面溫度較高，此氣團之底部即吸收洋面之熱能而膨脹，同時亦吸收大量水氣，使此乾燥氣團逐漸變為潮濕。此種熱能傳遞係由於直接傳導 (Conduction)，或輻射 (Radiation)，使底部空氣變熱因而上升，致發生對流現象 (Convection)，熱能乃傳至較高部份，或因風之攪合 (Turbulence)，或擴散 (Diffusion)，將海面較熱空氣鼓動至較高部份，亦可由海水蒸發之水氣升入空中，經冷凝而釋出其氣化時所吸收之潛熱，此熱能為四周空氣所吸收，因而膨脹。此諸種過程多在較低空進行，使 1000 至 500 毫巴面間之厚度增加，影響氣象變化至驟⁽¹⁾。過去各學者研究 1,000 毫巴面 12 小時或 24 小時預報時，多因此熱能傳遞過程之複雜性而假設熱能傳遞為「零」，即氣團之流動係絕熱的 (Adiabatic)。此種假設在某種情況下，當然與事實相差過遠。華盛頓州立大學李德 (Reed, R.J.) 教授曾於一九五八年二月為文於美國氣象學會學報⁽²⁾，採用柏克氏法 (Burke's Method)，擇點計算熱能上竄程度，而求出 500 至 1,000 毫巴面間厚度之增加為若干，因而修正其 1,000 毫巴面預報氣象圖，此法之提出已使其本人原於一九五六年提出之預報方程式之相關係數 (Correlation coefficient) 從 0.67 增至 0.74，海洋區 1,000 毫巴面預測高度平均差誤 (RMS error) 由 293 呎減低至 193 呎。此法雖將其相關係數增高甚多，但因係擇點計算，時間上殊不經濟，在本研究報告中，此種非絕熱過程下的熱能傳遞，即係以一種極簡單，且幾乎不另添加工作時間的方式下併入計算，縱使結果並不較李德教授之結果改進很多 (實際上本研究報告有甚大之改進)，但時間之節省亦係一大優點，蓋氣象預報必須於一定之時間內

報出也。有關地形因素，亦已包括於預報方程式內，係兼採李德教授及美國海軍研究院 (U. S. Naval Postgraduate School) 何廷勒教授及赫斯 (Haltiner & Hesse) 之地形函數⁽³⁾。中國大陸之地形函數為何，尚待研究，或國內已有學者研究具有結果亦未可知。

二、預報方程式之推演

本文之數學演算均為向量。

基本旋渦方程式 (Vorticity equation)，如下式所示。本方程式以 (x, y, p, t) 為座標。

$$\frac{D(\zeta+f)}{Dt} = -f\nabla \cdot \mathbf{V} \dots \dots \dots (1)$$

此處 $\frac{D}{Dt}$ 為個別變化率之演算符號，應用於空氣份子之立體運動在某等壓面之投影上，而

ζ = 相對旋渦 (Relative vorticity)

f = 偏向力

$\nabla = \nabla_p$ 為向量演算符號，附註 p 指明在等壓面上演算，本文通篇 ∇_p 下之附 p 均予略去。

在第一式中，有關旋渦筒 (Vortex tube)，及旋渦升沉 (Vertical advection of vorticity)，及 $-\zeta\nabla \cdot \mathbf{V}$ 諸項均同時省略⁽⁴⁾。茲將式 (1) 左方展開如下式：

$$\frac{\partial}{\partial t} (\zeta+f) + \mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta+f) = -f\nabla \cdot \mathbf{V} \dots \dots (2)$$

以連續方程式 (Equation of continuity)

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{V} &= -\frac{\partial \omega}{\partial p} \text{ 代入式 (2) 即得 } \frac{\partial}{\partial t} (\zeta+f) \\ &= -\mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta+f) + f \frac{\partial \omega}{\partial p} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

上式中之 ω 相當於空氣分子的垂直運動。

$$\text{即 } \omega = \frac{dp}{dt} = -\rho g w.$$

現在假設 ω 之值在空間內之垂直分佈為拋物線式，另加上因地形引起之垂直運動。即

$$\omega_{(x,y,p,t)} = -\rho_0 g k_1 \frac{p}{p_0} V_0 \cdot \nabla H + \omega_m(x,y,p,t) \left[1 - \left(\frac{p-p_5}{p_0-p_5} \right)^2 \right] \dots \dots \dots (4)$$

此處 ρ_0 , p_0 , V_0 為地面空氣密度、氣壓、及風速。 g 為地心引力， H 為地面海拔高度， p_5 為 500 毫巴面。 (4) 式是以 500 毫巴面為 $\omega_m - \omega$ 之最大值一所在面。 k_1 為一比例常數。式 (4) 中右方有 $V_0 \cdot \nabla H$ 之項為由地形引起之垂直運動，其演算過程如下。

w_0 ，地面空氣運動之垂直風速，係假設與地面水平風速，地形坡度及此二者相互關係成比例。即

$$w_0 = k_1 V_0 \cdot \nabla H, \text{ 而 } \omega_0 = -\rho_0 g w_0 \text{ 故}$$

$$\omega_0 = -\rho_0 g k_1 V_0 \cdot \nabla H.$$

最後，假設此垂直分速與壓力成正比。則

$$\omega = -\rho_0 g k_1 \frac{p}{p_0} V_0 \cdot \nabla H$$

即得式 (4) 右邊第一項。

式 (4) 第二項為一大的氣壓系統中，空氣運動的垂直分速的高度變化，此種運動與高度的關係為拋物線式 (4) ，即地面最小，愈高則愈大，至 500 毫巴面（約 18,000 呎）時最大，再高則逐漸減少。在地面上地形引起的垂直分速等於零或甚小而能免計時，則式 (4) 為低空輻散 (Low level divergence) 與高空輻合 (High level convergence)，此乃高氣壓系統。反之即低空輻合，高空輻散，則為低氣壓系統，二者在 500 毫巴面均無輻散或輻合現象。

以 p 為自變數而將式 (4) 微分，代入式 (3) ，同時並計算於 $p_0 = 1,000$ 毫巴面（前言之地面亦以 1,000 毫巴面代之“Approximated”），其風速則以 1,000 毫巴面地衡風 (Geostrophic wind) 代之，即得。

$$\frac{\partial \zeta_0}{\partial t} + V_0 \cdot \nabla (\zeta + f) = -\frac{f k_1 \rho_0 g}{p_0} V_0 \cdot \nabla H - \frac{2f \omega_m}{p_5} \dots \dots \dots (5)$$

為消除上式中之 ω_m ，第二步即引用熱力學第一定律以求得另一方程式。1,000-500 毫巴面間的厚度 h （以下簡稱厚度）在非絕熱狀況下，因熱能增加乃膨脹而使厚度增加，其增加率係假設與海面風速；海洋面水溫梯度 (Ocean surface temperature gradient) 及此二者相互關係成正比。

茲以 (x, y, p, t) 座標展開位溫， θ (Potential

temperature) 的個別變化式並以 θ 除之，即

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\theta} V \cdot \nabla \theta + \frac{1}{\theta} w \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial p}, \text{ 此處 } \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g, \text{ 而 } \omega = -\rho g w$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\theta} V \cdot \nabla \theta + \frac{1}{\theta} \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} \dots \dots \dots (6)$$

$V = u\hat{i} + v\hat{j}$ ，為立體風速在等壓面上之投影。立體風速之垂直部份則另以 w 表示之。

以 p 為常數而將樸愛生方程式 (Poisson's Equation)

$$\theta = T \left(\frac{1000}{P} \right)^{R/C_p}$$

微分，即可證明下列二式：

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t}, \quad \frac{1}{\theta} \nabla \theta = \frac{1}{\alpha} \nabla \alpha.$$

α 為空氣比體積

R 為氣體常數

C_p 為空氣等壓比熱

將此諸式代入式 (6) ，即得

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} V \cdot \nabla \alpha + \frac{1}{\theta} \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} \dots \dots \dots (7)$$

以靜流體方程式 (Hydrostatic Equation)

$$\alpha = -g \frac{\partial z}{\partial p}, \text{ 代入式(7)並以 } \alpha \text{ 乘之，即得}$$

$$\frac{\alpha}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) - g V \cdot \nabla \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) + \frac{\alpha}{\theta} \omega \frac{\partial \theta}{\partial p}.$$

移項並以 g 除之，得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) = -V \cdot \nabla \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) - \sigma \omega - \frac{\alpha}{g\theta} \frac{d\theta}{dt}, \quad (\sigma = -\frac{\alpha}{g\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}) \dots \dots (8)$$

式 (8) 說明在某地，壓力高度因壓力變化之升降率是下列諸因素之總合，即； a ， $-V \cdot \nabla \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right)$ 空氣之平流作用 (Advection)； b ， $\sigma \omega$ 空氣之垂直運動； c ， $-\frac{\alpha}{g\theta} \frac{d\theta}{dt}$ 非絕熱過程之位溫增減。過去若干學者均於此階段，假設 $-\frac{\alpha}{g\theta} \frac{d\theta}{dt} = 0$ 即絕熱狀態，但本文係假設

$$-\frac{\alpha}{g\theta} \frac{d\theta}{dt} \sim V_0 \cdot \nabla T_s$$

即空氣份子之位溫增減與風速，海洋表面海水溫度及此二者間之相互關係成比例，故

$$-\frac{\alpha}{g\theta} \frac{d\theta}{dt} = k_3 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s.$$

上式中之 k_3 為比例常數， \mathbf{V}_0 為 1,000 毫巴面地衡風， T_s 為海洋表面海水溫度，由於海水溫度變化甚慢（與陸地上之氣溫相對而言）故可由每月平均溫度代之。代入式 (8) 即得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) + \sigma \omega = k_3 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s \dots\dots\dots (9)$$

上式中 k_3 雖假設為常數，但嚴格說來， k_3 可能因氣象狀況不同而變化，或因時間不同而變化，但此種變化殊難把握，故在此研究中， k_3 仍假設為常數。

現將式 (4) 代入式 (9)，同時以 1,000 毫巴面地衡風代替式 (9) 平流項內之風速，得下式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) = -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) - \sigma \left\{ -g\rho_0 k_1 \frac{p}{p_0} \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H + \omega_m \left[1 - \left(\frac{p-p_5}{p_0-p_5} \right)^2 \right] \right\} + k_3 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s.$$

將上式積分，以 p_5 為積分上限， p_0 為積分下限，假設 σ 為常數，即得

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla h + \frac{2}{3} \sigma p_5 \omega_m - \frac{3}{4} \sigma g \rho_0 p_5 k_1 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H + \int_{p_0}^{p_5} (k_3 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s) dp.$$

h 為 500 毫巴面之高度減去 1,000 毫巴面之高度，即其厚度。上式中 \mathbf{V}_0 及 T_s 均非 p 之函數，故

$$\int_{p_0}^{p_5} (k_3 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s) dp = \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s \int_{p_0}^{p_5} k_3 dp,$$

令 $\int_{p_0}^{p_5} k_3 dp = k_2$

$$\therefore \frac{\partial h}{\partial t} = -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla h + \frac{2}{3} \sigma p_5 \omega_m - \frac{3}{4} \sigma g \rho_0 p_5 k_1 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H + k_2 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s \dots\dots\dots (10)$$

k_2 為另一新常數

解式 (10) 求 ω_m 之值

代入式 (5)

$$\omega_m = \frac{3}{2\sigma p_5} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla h + \frac{3}{4} \sigma g \rho_0 p_5 k_1 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H - k_2 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s \right) \frac{\partial \zeta_0}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla (\zeta_0 + f) = -\frac{fk_1 g \rho_0}{p_0} \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H - \frac{2f}{p_5} \left[\frac{3}{2\sigma p_5} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla h + \frac{3}{4} \sigma g \rho_0 p_5 k_1 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H - k_2 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s \right) \right]$$

移項及併項

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_0}{\partial t} + \frac{3f}{\sigma p_5^2} \frac{\partial h}{\partial t} &= -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla (\zeta_0 + f) \\ &- \left(\frac{fk_1 g \rho_0}{p_0} + \frac{9g\rho_0 k_1 f}{4p_5} \right) \mathbf{V}_0 \cdot \nabla H - \frac{3f}{\sigma p_5^2} \mathbf{V}_0 \cdot \nabla h + \frac{3f}{\sigma p_5^2} k_2 \mathbf{V}_0 \cdot \nabla T_s \\ \therefore \frac{\partial}{\partial t} \left(\zeta_0 + \frac{3f}{\sigma p_5^2} h \right) &= -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla \left(\zeta_0 + f \right. \\ &\left. + \frac{11\rho_0 g k_1 f}{2p_0} H + \frac{3f}{\sigma p_5^2} h - \frac{3fk_2}{\sigma p_5^2} T_s \right) \dots\dots (11) \end{aligned}$$

現以 \mathbf{V}_0 地衡風 i, j 二方向之分速及有限差之方式解 ζ_0 ，得

$$\zeta_0 = -\frac{4gm^2}{fd^2} (\bar{Z}_0 - Z_0),$$

m 為地球球面展為平面氣象圖之修正，為緯度之函數，因地圖投影之不同而異。 d 為格度距離。代入式 (11) 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{4gm^2}{fd^2} (\bar{Z}_0 - Z) + \frac{3f}{\sigma p_5^2} h \right] &= -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla \left[\frac{4gm^2}{fd^2} (\bar{Z}_0 - Z_0) + f + \frac{11\rho_0 g k_1}{2p_0} H \right. \\ &\left. + \frac{3f}{\sigma p_5^2} h - \frac{3fk_2}{\sigma p_5^2} T_s \right] \end{aligned}$$

根據扶容塔夫 (Fjörtoft) 所示⁽²⁾， $\frac{m^2}{f}$ 的水平方向變化較 $(\bar{Z}_0 - Z_0)$ 的變化小很多，故可忽略其變化率。上式兩端如同以 $\frac{fd^2}{4gm^2}$ 乘之，即得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{Z}_0 - Z_0 + \frac{3f^2 d^2}{4gm^2 \sigma p_5^2} h \right] &= -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla \left[\bar{Z}_0 - Z_0 + \int_0^\varphi \frac{fd^2}{4gm^2} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{11f^2 d^2 \rho_0 k_1}{8m^2 p_0 H} H \right. \\ &\left. + \frac{3f^2 d^2}{4gm^2 p_5^2 \sigma} h - \frac{3k_2 f^2 d^2}{4gm^2 \sigma p_5^2} T_s \right] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

上式右方之偏向力項演算如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \varphi} &= \frac{\partial}{\partial \varphi} (2\Omega \sin \varphi) = 2\Omega \cos \varphi \\ \int_0^\varphi \frac{fd^2}{4gm^2} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \delta \varphi &= \int_0^\varphi \frac{d^2 2\Omega \sin \varphi}{4gm^2} 2\Omega \cos \varphi \delta \varphi \\ &= \frac{d^2 \Omega^2}{g} \int_0^\varphi \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{m^2} \delta \varphi = G \end{aligned}$$

同時令

$$C = \frac{3f^2 d^3}{4gm^2 p_5^2 \sigma}, \quad F = \frac{11f^2 d^2 \rho_0 k_1}{8m^2 p_0}, \quad N = -\frac{3k_2 f^2 d^2}{4gm^2 \sigma p_5^2}$$

故式 (12) 可簡寫如下式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) = -\mathbf{V}_0 \cdot \nabla (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) \dots\dots\dots (13)$$

NT_s 函數因 t 變化而隨之變化之變化率甚小，故可假設在普通預報期間內，如 24 小時，NT_s 之值不因時間變化而變化，即非時間函數，G 函數為 F 函數可因地理位置不同而變化，亦非時間函數，故可將 NT_s，G，F 加寫於上式左方而不影響此方程式之值。式 (13) 顯示整個 ($\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s$) 之值具有保守性。(Conservative) 茲分寫地衡風 \vec{i} ， \vec{j} 二方向之分速，

$$\begin{aligned} V_0 &= u_0 \vec{i} + v_0 \vec{j}, \quad u_0 = -\frac{g}{f} \frac{\partial Z_0}{\partial y}; \\ v_0 &= -\frac{g}{f} \frac{\partial Z_0}{\partial x}. \end{aligned}$$

式 (13) 即可以 Jacobian 式重寫如下

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) \\ &= -\frac{g}{f} \zeta (Z_0 \bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) \\ &\dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

為了使平流場更為穩定，故由 $\zeta(x,y) = \zeta(x+y,y)$ ，上式可寫為

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) \\ &= -\frac{g}{f} \zeta (\bar{Z}_0 + Ch + G + F + NT_s, \\ &\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

此式之應用，暗示 ($\bar{Z}_0 + Ch + G + F + NT_s$) 較 Z_0 平流場更為穩定，但此點並不一定經常如此，因含有 h 在內。即使如此，經實驗後，式 (15) 仍得甚佳之結果。

為了求出某點 ($\bar{Z}^0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s$) 的本地變化 (Local change)，可將本括弧內的值平流一短時間，如 12 小時或 24 小時，此種變化以 Δ 表之，由於 G，F，NT_s 非時間函數，故

$$\begin{aligned} \Delta (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s) \\ = \Delta \bar{Z}_0 - Z_0 Ch = -A \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

而 $h = Z_5 - Z_0$

$$\begin{aligned} \Delta (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch) &= \Delta (\bar{Z}_0 - Z_0 + C(Z_5 - Z_0)) \\ &= \Delta (\bar{Z}_0 - (1+C)Z_0 + CZ_5) = -A \\ \therefore \Delta Z_0 &= \frac{1}{1+C} (A + \Delta \bar{Z}_0 + C\Delta Z_5) \\ &= B + \frac{1}{1+C} \Delta \bar{Z}_0 \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

此處 $B = \frac{1}{1+C} (A + C\Delta Z_5)$

將式 (17) 平均再代入式 (17)，

$$\Delta Z_0 = B + \frac{1}{1+C} (\bar{B} + \frac{1}{1+C} \Delta \bar{Z}_0)$$

$$= B + \frac{1}{1+C} \bar{B} + \frac{1}{(1+C)^2} \Delta \bar{Z}_0$$

再平均達 n 次，

$$\begin{aligned} \Delta Z_0 &= B + \frac{1}{1+C} \bar{B} + \frac{1}{(1+C)^2} \bar{B} \dots\dots\dots + \\ &\frac{1}{(1+C)^{n+1}} \Delta \bar{Z}_0 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

此級數收斂甚快，如扶容塔夫 (Fjörtoft) (2) 所示，式 (18) 可由下式求得其近似值

$$\Delta Z_0 = B + \frac{2}{1+C} \bar{B} \dots\dots\dots (19)$$

由本專題研究所實驗之各情況中，已知如氣壓系統無特殊強化或減弱之現象時，式 (19) 右邊之第二項亦可省略，在日常氣象預報工作中，為了要在一定時間前送出氣象預測， $\Delta Z_0 = B$ 可省略相當之時間而不致犧牲甚大之準確性，如果應用高速電子計算機，式 (18) 或 (19) 可求解至任何準確程度。

三、繪圖預報步驟

為了與李德教授提出之結果作一比較，故選用李德教授曾使用之例證，同時另選用兩連串例子，每一串例子為三個連續間隔 12 小時的預報，均在阿拉斯加南部美國西岸外洋面，所採李德教授之例係假設無熱能交換，其預報已求出，本文即行引用，不再計算，另兩連串例子均作兩種預報，一為熱能交換為零 (絕熱過程)；另一為熱能交換不為零 (非絕熱過程)，而比較其結果。熱能交換為零之預報方程式如下式。

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} (\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F) \\ &= -\frac{g}{f} \zeta (\bar{Z}_0 + Ch + G + F, \\ &\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F) \end{aligned}$$

下列為實際預報步驟：

(1) 以 600 公里為距離，作 1,000 毫巴面之平均圖，即 \bar{Z}_0 。

(2) 令 C=0.5，乘 1,000-500 毫巴厚度圖，再加上 \bar{Z}_0 即得 ($\bar{Z}_0 + Ch$)。

(3) 再將 ($\bar{Z}_0 + Ch$) 圖加上 (G+F) 函數圖。其中 G 函數可在普通教科書中找到，美洲大陸之 F 圖可參閱 1958 年二月份美國氣象學會雙月刊何廷勒·赫斯所發表之論文 (3)。中國大陸之 F 圖尚付闕如，須待研究。

(4) 以 $N = -10 \frac{\text{呎}}{\text{F}}$ 應用於洋面及 $N = -5 \frac{\text{呎}}{\text{F}}$ 應用於寒帶內陸。乘上 T_s 圖，海面 T_s 圖為美國海

道測量局發行之太平洋洋面海水逐月平均溫度等溫線圖。在陸地則為觀測所得氣溫，將 NT_s 圖加上第 3 步所得之圖，即得 $(\bar{Z}_0 + Ch + G + F + NT_s)$ 圖。又如 T_s 在寒帶內陸亦應用每月平均溫度等溫線，加於 $(G + F)$ 圖上，則每月份可得一全月可用之 $(G + F + NT_s)$ 圖，因之第 4 步即自然併入第 3 步，此即所謂假設熱能交換不為零而不增加工作時間，較之李德教授之擇點計算優良甚多。

到此，已獲得 $(\bar{Z}_0 + Ch + G + F + NT_s)$ 圖；稱之為平流場 (Advection Field) 或導流圖 (Steering chart)。

(5) 以導流圖減去 Z_0 ，即得 $(\bar{Z}_0 - Z_0 + Ch + G + F + NT_s)$ 。此圖上諸點之數值即係由導流圖流至另一位置。

(6) 將第 5 步之結果按導流圖上之方向及強度移動 12 或 24 小時。

(7) 以第 5 步之結果減去第 6 步之結果；即得 A。

(8) 在 A 圖上加 $\frac{1}{2} \Delta Z_5$ ，再以 $\frac{2}{3}$ 乘之，即得 B。 ΔZ_5 可應用普通預報方程式求出 (Ch, G, F, NT_s 諸函數均省略)，或任何其他傳統方式求之。在本研究中，因着重 500-1,000 毫巴面間之變化，故仍用真正的 ΔZ_5 。

(9) 將 B 圖以 $d = 600$ 公里平均之，即得 B，再乘以 $\frac{4}{3}$ 。

(10) 將第 8, 9 兩步結果相加，即得 ΔZ_0 。

(11) 將 ΔZ_0 加於原 1,000 毫巴面圖上即得 12 或 24 小時之預報圖。

四、討 論

在此研究中，有三個重要常數，即 C, K_1 ，及 N。其中 K_1 已由何廷勳教授的論文中論及⁽⁹⁾，此文僅討論 C 及 N。

(1) C 常數。

C 有幾個不同之值會由過去的研究者使用過，在本研究中，以 $C = 0.5$ 最適合於所試驗之諸情況。如取比 0.5 更低之值，則平流場太弱，如高過 0.5 則平流場太強，且 $C = 0.5$ 於繪圖法中最易運算。

(2) N 常數。

在本研究中，着眼的主要地區為大陸性寒帶氣團出海的地帶。如阿拉斯加與東北太平洋地區。在洋面上 N 的數值以 $-10 \frac{呎}{F}$ 為最合適。在非絕熱過程下

，此氣團流經洋面變性的實際過程甚為複雜，其變性的程度及變性率為下列諸因素所控制)：a, 氣團溫度與洋面海水的溫度差異；b, 海面狀況 (海浪情況)；c, 洋面的風速；d, 氣團下海的久暫；e, 氣團的穩定性；f, 氣團的含水量等等。這些因素以及其相互的影響，尚未確切的了解到能以「數」表示出來的程度。因此，在某一特定狀況中，即很難確切的肯定這些因素個別的及其相互間相對的重要性如何，例如某氣團以某一速度 V 流經洋面或以 $1/2V$ 行進，如時間及其他因素均相同，前者變性的程度並不一定就是後者的一倍，蓋變性程度並非單純的為距離的函數。但 $k_2 V_0 \cdot \nabla T_s$ 顯示 V_0 小一倍時，變性程度也小一倍，此種假設與實際情況當然不一定相符。故 N 常數的值是綜合各種影響而折衷者，就少數已試驗的情況中， $N = -10 \frac{呎}{F}$ 似乎為 N 值的最佳選定。應用此法所得結果，已較其他辦法處理非絕熱情況的結果，改進甚多。

在研究本課題時，阿拉斯加內陸部份的平流場似有經常將高壓中心移向下流 (導流圖之下流) 的趨勢，即在預報氣壓圖中，原高壓中心的西南方氣壓過高，其東南方則過低，例如 1956 年元月四日 1500 GMT 到次日 0300 時阿拉斯加內陸高壓東邊緣氣壓即增高甚多，在絕熱過程下之預報圖即將整個高壓系統移向西南致阿拉斯加與阿留申群島間之預報氣壓過高。在此情況下，筆者即試圖以應用於海上之方式應用於陸上，取 $N = -5 \frac{呎}{F}$ ，而以各臺報告之溫度為基準，求得陸上之 NT_s 函數，經使用後乃獲得甚佳之結果。試驗於其他諸次預報亦然。海上 NT_s 函數如圖 (8) 所示，為節省時間計，內陸部份似亦可改以每月平均溫度為基準，如此，則可將上節所述第 4 步完全併入第 3 步，每月只準備一全月有效之 $(G + F + NT_s)$ 圖即可，且次年同月亦可使用。如圖 9 所示。

除了以實驗方式求定諸常數之值外，在平流階段 (Advecting stage)，當氣團向南在溫度逐漸增高的洋面移動時，氣團底部受熱，茲假設直接與洋面相接的空氣分子之溫度將立刻增高至與洋面相同的溫度。此即使氣團不穩定，因而產生對流，加速熱能的向上傳遞，乃更加强氣團的變性。反之，如氣團向北流，經一溫度逐漸減低之洋面時，由相同之假設，其底部逐漸冷卻而使氣團趨向穩定。但熱能的向下傳遞則不似前者向上之易，故前者 1,000-500 毫巴厚度之增加較後者之厚度減少，其絕對值大得多。由於此種考慮。曾嘗試在寒平流時 (Cold advection) 將移動距

離減小，其結果並不優良，因所流動之值並非 NT_s 一項也。如單獨修正 NT_s ，則甚麻煩且幾不可能，事實上， N 之值既係綜合各種因素折衷而由實驗求得者，似即可忽略此種寒平流與暖平流之差異。

五、結 果

表(1) 將實驗結果分列於「絕熱過程」及「非

絕熱過程」二項之下，以比較之。此結果是採取七十點之格度而統計的，其中四十七點在洋面上。有*之符號者為引用李德教授之結果，藉資比較。

由圖1至圖6為本文結果與李德教授結果之比較。

圖7至圖9為洋面元月份等溫線圖及 $f(NT_s)$

圖。

表：(一)

情 況	預報高度變化與觀察高度變化間之相關係數 (基於70點之觀察)		平均 誤 差 (RMS error)		區 域
	絕 熱 狀 況	非絕熱狀況	絕 熱 狀 況	非 絕 熱 狀 況	
1956年1月4日 1500GMT 至 1956年1月5日 0300GMT	0.67*	0.89 (0.74*)	225* 293*	(179*) 91.4 (193*) 85	全 部 (70點) 海 洋 面 (47點)
1959年1月6日 0000GMT 至 1200GMT	0.69	0.78	133 126	115 109	全 部 海 洋 面
1959年1月6日 1200GMT 至 1959年1月7日 0000GMT	0.52	0.74	141 92	95 66	全 部 海 洋 面
1959年1月7日 0000GMT 至 1200GMT	0.66	0.79	147 105	67 68	全 部 海 洋 面
平 均	0.635	0.80	161.5 154	92 82	全 部 海 洋 面

* 引用李德教授之結果
RMS 誤差以呎為單位

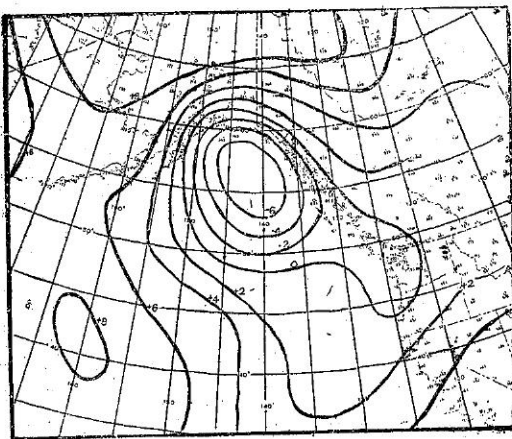


圖 1：1956年1月4日 1500GMT. 實際
1000mb面天氣圖。(單位百呎)

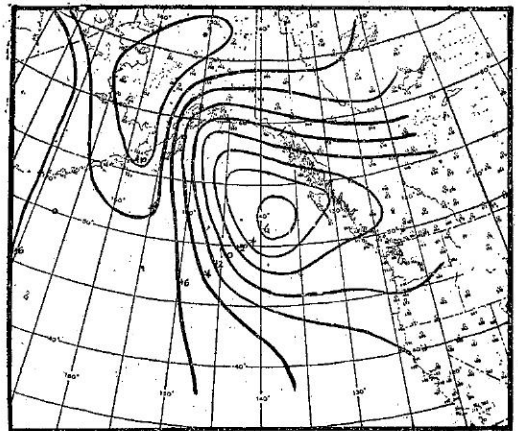


圖 2：根據圖1所作12小時後之預報圖，
1956年1月5日0300GMT, 係李德
教授之結果。(絕熱)

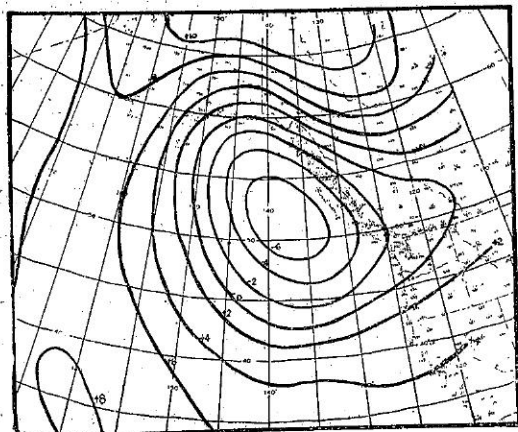


圖 3: 1956年1月5日0300GMT 之實際1000mb 面天氣圖。

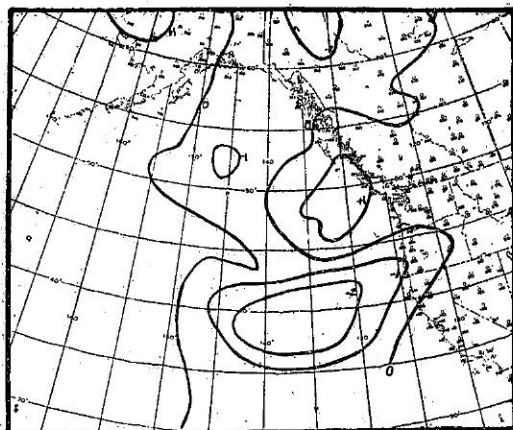


圖 6: 圖 5 減去圖 3, 即本文之預報圖之差異。

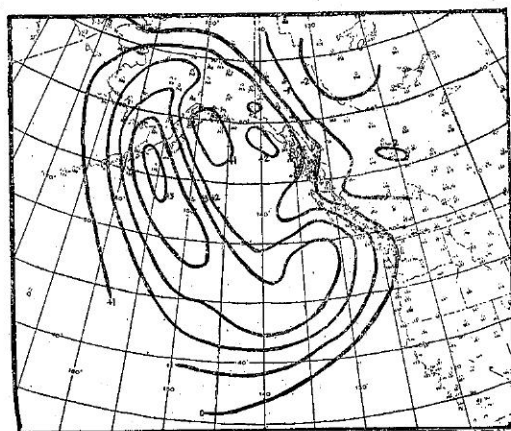


圖 4: 預報天氣圖與實際天氣圖之差。(圖 2 減圖 3) “+”表示預報過高, “-”表示預報過低。

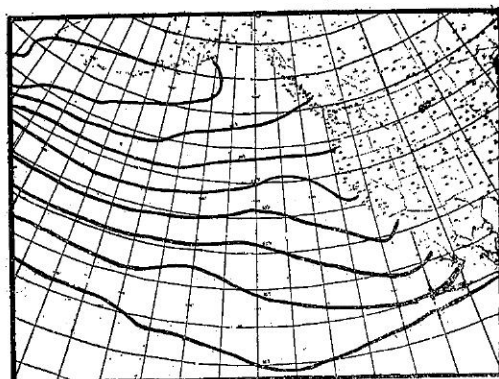


圖 7: 1 月份洋面海水溫度平均等溫線圖。

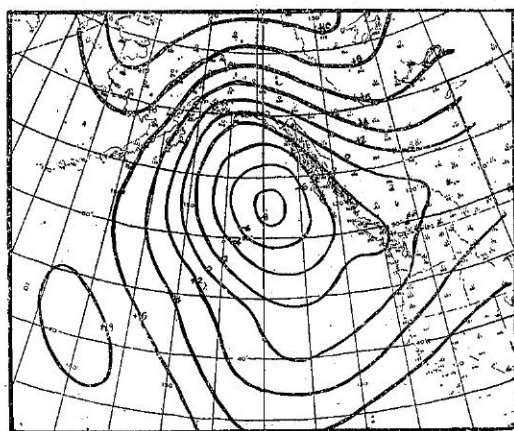


圖 5: 按照本文所提步驟推算之12小時後之預報圖, 1956年1月5日0300 GMT。(非絕熱)

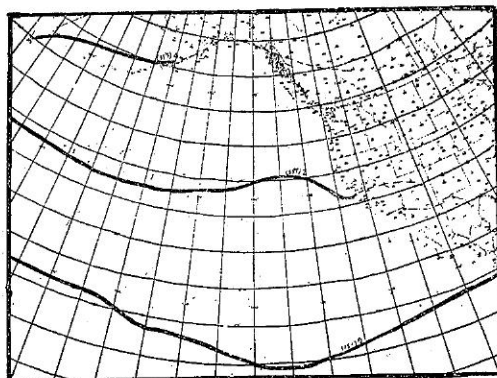


圖 8: $f(NT_s)$ 圖, 單位「百呎」沿阿拉斯加海岸延伸 $35^{\circ}F$ 等溫線, 並定 $75^{\circ}F$ 等溫線為零, 注意溫度降低, $f(NT)$ 即增加。

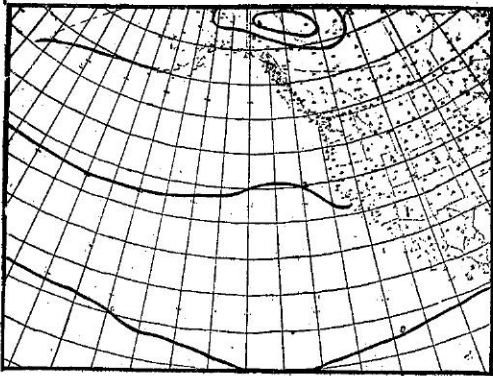


圖 9：1956 年 1 月 4 日 1500GMT 之 $f(NT_g)$ 圖，內陸部份係根據當時所報之氣溫繪定。

參考文獻

1. Craddock, J. M., 1951: The warming of arctic air

masses over the eastern North Atlantic. Quart. J. r. meteor. Soc., 77, 355-365

2. Fjørtoft, R., 1952: On numerical method of integrating the barotropic vorticity equation, Tellus, 4, 179-194.

3. Haltiner, G. J. and Hesse, T. S., 1958: Graphical prognosis including terrain effects. J. meteor. 15, 103-107.

4. Kou, H.-L., 1953: The stability properties and structure of disturbances in a baroclinic atmosphere. J. meteor., 10, 235-243.

5. Reed, R. J., 1958: A graphical prediction Model incorporating a form of non-adiabatic heating. J. meteor., 15, 1-8.

6. Sutcliffe, R. C., 1947: Quart. J. r. meteor. Soc., 77

氣象學報訂購辦法

- 一、本學報以促進中國氣象學術之研究為目的。
- 二、個人如欲訂購，可利用各地郵局，將書款存入臺灣郵政第2797號劃撥儲金本所專戶，當按址寄送所需之學報。
- 三、本學報本期暫收成本費新臺幣壹拾元，郵票十足通用。

氣象學報徵稿啓事

本學報長期徵收稿件，歡迎各方踴躍惠稿，惟為配合出版時期起見，惠稿最好於二、五、八、十一等月月以前寄達，以便及時刊載，而免積壓，敬請惠稿諸先生注意。