

圖解法作24小時500毫巴預測圖

耿秀雲

Graphical Method for Preparing 24-hour 500-mb Prognostic Charts

H. Y. Keng

Abstract

This Article is a verification of the Fjørtoft prognostic procedure of graphical method, which consists of (1) determining the distribution of vorticity at the 500-millibar level, (2) displacing the vorticity field with a mean flow to a position 24 hours in the future, and (3) integrating the forecast change of vorticity to obtain the forecast change of height. An abbreviated and modified procedure has been discussed in this paper.

一、前 言

多年來歐美氣象學者，從事數值天氣預報法之研究，發現對流層中部，小規模氣流型式之變化，係由絕對旋轉率場向下平流之結果，並認為短時間內小規模氣流系統之相對旋轉率具有保守性質。一九五二年八月，瑞典 *Tellus* 雜誌並發表了 Ragner Fjørtoft 氏所撰「積分正壓旋轉率方程式之數值法」一文，美空軍氣象勤務部科學署，認為如予以發展，用以繪製 24 小時 500 毫巴預測圖，所繪成之相對旋轉率圖，對於對流層中部氣流型式變化之預報，具有很大價值，於是科學署即對該項圖解法，作了一連串之探討，用以實驗圖解法使用之價值。其實驗項目如下：

(一) 決定 500 毫巴等壓面旋轉率 (Vorticity 亦譯渦度) 場之分佈。

(二) 用平均流率移動旋轉率場至未來 24 小時之位置。

(三) 積分預報旋轉率之變化，以求獲得預報高度之變化。

求以上各項之方法，均係利用圖解法，加或減等高線場。在作此法計算之前，先作以下之假定，即：正壓率 (Barotropicity 亦譯順壓)，無輻散作用 (Non-divergence)，及水平地轉氣流 (Horizontal Geostrophic Flow)；經研討之結果，此一假定可以適用，使用此法以作預報，其準確率相當大，目前美空軍氣象勤務部仍在繼續發展圖解預報法，惟與 Fjørtoft 氏之圖解法程序，略有出入，因氣象分隊或氣象台內人員有限，使用此一圖解法，人力實感不足，因而研究出一種簡便圖解法，其結果與前者相似，惟工時則減少甚多。以我國而論，氣象台或測候所，人數均感不多，設備亦不及美空軍氣象單位完備，故以實施簡便圖解法為宜。

美空軍氣象勤務部科學署，在一九五三年初，曾對該項圖解法二十八日之實驗，以求檢定該法之準確性，本文二、三、四等節即述其檢定結果，五、六、七等節敘述其應用程序。

二、圖解法預報風之檢定

美空軍令十個氣象台實驗圖解法以預報風，其中六個氣象台設在美國，其餘四個氣象台分別駐在加拿大、紐芬蘭、格林蘭及大西洋等地。每一氣象台分別使用 Fjørtoft 氏圖解法及空軍氣象中心之預報卡，作 24 小時之預測圖，連續二十八日作該層風之預報，為求簡單客觀，用自預測圖所知之地轉風作風向及風速之預報，使用圖解法及預報卡作風之預報，其相對錯誤如附表。

24小時500mb預報風之相對錯誤

日期	美空軍氣象中心	Fjørtoft氏圖解法	日期	美空軍氣象中心	Fjørtoft氏圖解法	日期	美空軍氣象中心	Fjørtoft氏圖解法
1953年1月			1953年1月			1953年1月		
3	0.68	0.42	15	0.43	0.51	24	0.55	0.56
7	0.49	0.42	16	0.79	0.92	27	0.43	0.37
9	0.71	0.88	17	0.43	0.51	28	0.70	0.65
10	0.48	0.54	20	0.37	0.37	29	0.42	0.47
12	0.39	0.31	22	0.58	0.63	30	0.43	0.50
14	0.58	0.41	23	0.69	0.74	31	0.70	0.71
1953年2月			1953年2月			1953年2月		
3	0.60	0.63	7	0.44	0.49	13	0.59	0.50
4	0.54	0.53	10	0.57	0.52	14	0.91	0.84
5	0.60	0.64	11	0.72	0.63			
6	0.59	0.69	12	0.72	0.53			

總數：美空軍氣象中心 16.12 Fjørtoft氏圖解法 15.93
 平均：0.58 0.57

利用 Fjørtoft 氏圖解法之平均相對錯誤為 0.57，氣象中心預報卡預報之相對錯誤為 0.58，由此指出，兩種預報法有相同之良好效果。Fjørtoft 氏法與美空軍氣象中心普通方法預報風之錯誤分佈如圖一，其錯誤之相關係數如 0.8，由此指出發生錯誤之原因，係自同一之缺點。實驗之結果，認為相對錯誤之原因，可能由於持久性預報所致。

三、圖解法預報高度變化之檢定

檢定使用圖解法預報高度變化之準確性，係將圖解預報高度變化之值，與實測值作一比較。美空軍氣象勤務部共利用了二十一個氣象台，其駐地遍於北美洲及大西洋，預報及實測 24 小時高度變化之值摘要比較如下：

高度變化平均值

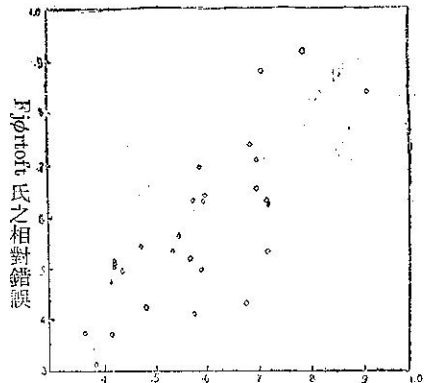
觀測	223呎
用 Fjørtoft 氏法預報	173呎
氣象中心所作之預報	187呎

預報高度變化之平均誤差

用 Fjørtoft 氏法	208呎
用氣象中心法	207呎
用持久性預報	223呎

相關係數 預報與實測高度變化之比較

係數	還原 (Regression)
Fjørtoft 法 0.47	預報 = 0.39 觀測數 + 21
氣象中心法 0.51	預報 = 0.45 觀測數 + 4



美空軍氣象中心之相對錯誤
 圖一：Fjørtoft 氏法及美空軍氣象中心預報風相對錯誤之比較

四、圖解預報法之客觀性

由上述可檢定圖解預報法之準確度，與美國氣象中心預報員憑優良技術與經驗，作 24 小時 500 毫巴預測圖，有相同之性質；並可看出圖解法之客觀性。惟使用此程序，人力所需太多，手續也較繁雜，以目前美空軍氣象

台而論，一位有經驗之預報員使用普通方法三或四小時，完成一張 24 小時之預測圖，已感負擔太重，而使用圖解法尚超過之，故必須使用簡便之圖解法。美空軍所作修正後之簡便圖解法，一人在一小時或一小時半即可完成之，其程序在以後論叙之。

五、Fjörtoft 氏圖解法之全部步驟

上述檢定圖解法作預測圖之探測報告，係依下列步驟辦理者，其程序係 Fjörtoft 圖解法之全部步驟實施者，各步驟分述如下：

(一) 利用北半球空白天氣圖，繪製 200 呎為間距之等高線，分析 500 毫巴圖。密切分析，以求能反映出旋轉率之分佈及高度 Z，此圖在以後各步驟中稱之為 (A) 圖。

(二) 在透明膠紙 (B) 上描繪 (A)。

(三) 將 (B) 覆於 (A) 圖上，(B) 圖向右方移出緯度 12 度之距離 (以緯度 60 度處為準，在美空軍之 WRC6-3A-2 基本圖上為 2²/₃吋)。將另一張透明膠紙 (C) 覆於其上，中心對準上述二圖之正中，其邊緣須與 (A) 圖平行。

(四) 在 (C) 圖上繪 200 呎間距之等高線，以表示 (A) 圖及右移後 (B) 圖之平均值。繪製平均等高線，是經過 (A) 圖及 (B) 圖有關之等高線交接點，如 (C) 圖之平均等高線分別經過 (A) 圖及 (B) 圖下列等高線之交接點：18,600 呎及 17,800 呎之交接點，18,400 呎及 18,000 呎，18,200 呎及 18,200 呎，18,000 呎及 18,400 呎。因此，(C) 圖分佈情形可以下列之公式表示之。

$$\frac{Z_{(x-d,y)} + Z_{(x+d,y)}}{2}$$

上式之 X 為橫坐標值，Y 為縱坐標值，Z 則表示 500 毫巴等壓面圖上任意點之高度，d 則表示 (A) 及 (B) 圖與自 (C) 圖移出之距離，等於北緯 60 度處緯度 6 度之距離 (360 哩)。

(五) 將 (B) 圖覆於 (A) 圖上，(B) 沿 Y 軸移出 2d 之距離，將另一張透明膠紙覆於 (A) 圖及 (B) 圖間正中處。

(六) 在透明膠紙 (D) 上繪 200 呎為間距之等高線，代表 (A) 及位移後 (B) 圖之平均等高線，其方法一如上述第四項步驟然。(D) 圖代表下式之分佈情形，

$$\frac{Z_{(x,y-d)} + Z_{(x,y+d)}}{2}$$

(七) 將透明膠紙 (C) 覆於 (D) 上，另取一張空白透明膠紙 (E) 覆於 (C) 上，各圖紙相互摺合。

(八) 在透明膠紙 (E) 上描繪 200 呎間距之等高線，以代表 (C) 圖及 (D) 圖之平均值，其方法與前述第四項步驟相同。(E) 圖之分佈可以下列方程式表示之：

$$Z_{(x-d,y)} + Z_{(x+d,y)} + Z_{(x,y-d)} + Z_{(x,y+d)} = \bar{Z}$$

上式即表示空間平均 (Space Average or Space Mean) 等高線表示帶有小規模擾亂平滑氣流之移動。

(九) 將 (E) 圖覆於 (A) 圖上，取另一張空白透明膠紙 (F) 覆於 (E) 圖上，相互摺合相對。

(十) 在透明膠紙 (F) 上，描繪 200 呎間距之等高線，以代表 (A) 減 (E) 之差。高度差 (Height difference) 等高線之繪製法，係經 (A) 圖及 (E) 圖等高線之相關交接點描繪之，如 (F) 圖上 + 400 呎等高線經過 (A) 圖及 (E) 圖等高線之交接點為，18,200 呎及 17,800 呎之交接點，18,000 呎及 17,600 呎，17,800 呎及 17,400 呎，17,600 呎及 17,200 呎等等。

圖 (F) 表示 (Z - \bar{Z})，為相對旋轉率 (Relative Vorticity) 之定限差 (Finite-difference) 近似值公式：

$$q = \frac{-g}{f} \cdot \frac{4(Z - \bar{Z})}{d^2}$$

上式 g 為地心吸力常數，d 為 500 毫巴等壓面計算相對旋轉率所用之單位距離，f 為地球偏向因子，q 為相對旋轉率。本步驟中所指 (Z - \bar{Z})，代表旋轉率類型 (Vorticity Patterns)。

(十一) 將 (F) 圖之 (Z - \bar{Z}) 場及 (E) 圖 \bar{Z} 場仿繪於另一張空白天氣圖 (G) 上。

(十二) 取一張空白透明膠紙 (H) 覆於 (G) 圖上，並將 (H) 圖自 (G) 圖向東移轉經度 2 度，以表示旋

轉率類型向西位移。

(十三) 假定 (E) 圖之 Z 場為常數，使用 24 小時 Z 等高線所示之地轉風 80%，位移 (F) 圖 ($Z-Z$) 等高線，在 (H) 圖上描繪位移後之 ($Z-Z$) 等高線場。

(十四) 將 (G) 圖覆於 (H) 圖上，相互摺合，將 (H) 圖上之 ($Z-Z$) 等高線描繪於 (G) 圖上。

將平流之 ($Z-Z$) 場加於 Z 場以求獲得預報之 Z 場。Fjórtoft 氏之論文內，曾用下列之公式，以求獲得高度變化。

$$\Delta Z = \bar{h} + 2\bar{h}$$

式中符號 Δ 代表 24 小時之變化值，橫線則表空間平均 (Space Average)。

(十五) 將 (H) 圖覆於 (F) 上，另取一張空白透明膠紙 (I)，覆於 (H) 上，兩者摺合。

(十六) 在透明膠紙 (I) 上，以 (H) 減 (F)，描繪 ($Z-Z$) 預報 24 小時變化之等高線，此法與前述第十項步驟相同，此中間等高線 (Intermediate Contours)，更明顯的表明類型之趨勢 (Feature of Pattern)，用虛線繪製之。(F) 圖表示 ($Z-Z$) 場之預報變化值，亦即 $\Delta(Z-Z)$ ，為求方便計，由下列公式可表示之，

$$h = \Delta(Z-Z)$$

(十七) 將透明膠紙 (J) 覆於 (I) 圖上，兩者水平摺合，將 (I) 圖之等高線描繪於 (J) 膠紙上。

(十八) 將 (J) 圖覆於 (I) 圖上，自 (I) 圖向右移出 $2d$ 之距離，將另外一張空白透明膠紙 (K) 覆於 (J) 圖上，其中心水平對準 (I) 與 (J) 之正中。($2d$ 之長度等於緯度 60 度處緯度 12 度之距離，其方法與步驟第三相同。)

(十九) 在透明膠紙 (K) 上繪 200 呎等高線，以表示 (I) 及已位移後之 (J) 之平均值，中間等高線用虛線繪之，(K) 圖可以下列公式表示之。

$$\frac{h_{(x-d,y)} + h_{(x+d,y)}}{2}$$

(二十) 將 (J) 圖覆於 (I) 圖上，沿 Y 軸向移 $2d$ 之距離，將另一張空白透明膠紙 (L) 覆於 (J) 圖上，其中心位於 (I) 圖及 (J) 圖之正中。

(廿一) 在透明膠紙 (L) 上繪 200 呎等高線，以代表 (I) 及已位移後之 (J) 之平均值，中間等高線用虛線繪之，此法與前述第四項步驟相同，(L) 圖可以下列公式代表之。

$$\frac{h_{(x,y-d)} + h_{(x,y+d)}}{2}$$

(廿二) 將 (L) 圖覆於 (K) 圖上，並取另一張空白透明膠紙 (M) 覆於 (L) 上，三者相互摺合。

(廿三) 在透明膠紙 (M) 上繪等高線，以代表 (L) 及 (K) 之和，係用簡單圖解附加法，(M) 圖代表 $2\bar{h}$ 。

(廿四) 將 (M) 圖覆於 (I) 圖上，取另一張空白透明膠紙 (N) 覆於 (M) 圖上，三者相互摺合。

(廿五) 在 (N) 圖上繪等高線，以代表 (M) 及 (I) 之和，此法步驟與第廿三項相同，圖 (N) 代表 $\bar{h} + 2\bar{h}$ ，此式係 Fjórtoft 氏所撰論文中之數值積分公式，方程式 (40) 即 ΔZ ，此圖 (N) 係預報 24 小時高度之變化。

(廿六) 將 (N) 置於 (A) 圖上，取另一張空白透明膠紙 (O)，覆於 (N) 圖上，相互摺合。

(廿七) 在透明膠紙 (O) 上繪等高線，以代表 (N) 及 (A) 之和。此即係 24 小時預測 500 毫巴之等高線場。

(廿八) 在一張空白天氣圖 (P) 上，描繪 (N) 及 (O) 之等高線以作檢定。

六、簡便圖解法之程序

本節簡便圖解法之步驟一至十一與 Fjórtoft 氏圖解法步驟一至十一相同，不再贅述，而以後之各項步驟則與 Fjórtoft 氏圖解法不同，僅取旋轉率中心 (Centers of Vorticity) 及少數戰略點 (Strategic Points)。在 Fjórtofts 圖解法中許多步驟已予縮減，但與 Fjórtofts 法之結果大致相同，而此法則簡單的多，以下自步驟十二述之。

(十二) 用字母代表戰略點，用地轉風 Z 場 80% 平流移動，並假定 Z 場在 24 小時之預報期內無變化。

(十三) 相加 $Z-Z$ ， $\Delta(Z-Z)$ 之本地變化，在戰略點之平流位置，氣流路線始端 $Z-Z$ 之值減去氣流路線終點 $Z-Z$ 之天氣圖值，在平流位置寫下上述相減之數值，此為 \bar{h} 之近似值。

(十四) 取相同距離之四點，劃成十字，其中心點繪在氣流路線終端d處，用Z氣流(Z flow)速度之百分之八十，以定氣流路線始端之位置。惟至始端時十字不見得成直角，由於氣流關係，其軸將伸展或收縮而變形。

尚有一種比上述者更為簡單，係在氣流路線之端，用相同之十字及同一方向，利用一個十字，草繪於一片透明膠紙上，計算之：

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (Z - \bar{Z})_i$$

利用一個十字之四點，繞氣流路線之原始點及終端，自前者之量減去後者，其差近似完整程序 $2\bar{h}$ 。

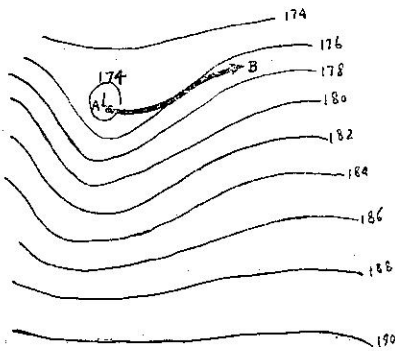
(十五) 自前述步驟十四之 $2\bar{h}$ ，加以步驟十三之 h ，其結果為氣流路線終端24小時之高度變化值。

(十六) 描繪 200 呎等高線輪廓後，高度變化值圖之其餘部分可謂完成。

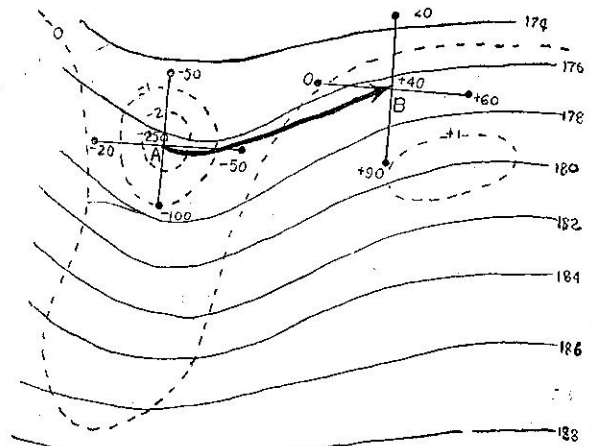
(十七) 將高度變化預測(Height-change Prog.)加於500毫巴等高線分析之，其結果即為500毫巴預測圖。

七、簡便圖解法範例

圖二為 500 毫巴等高線圖，圖三則係將 Z 場及 $Z - \bar{Z}$ 類型繪入之，此類型即係由 Fjørtoft 氏圖解法步驟



圖二：500 毫巴等高線圖。由此圖作24小時預測旋轉率最大值在A處，AB係預測期內高度變化中心之氣流路線。



圖三：在圖二中之 Z 及 $(Z - \bar{Z})$ 場
在 Z 氣流80%旋轉率中心之氣流路線

一至十一所述者繪成之。最低值 $Z - \bar{Z} = -250$ 定於A處，此為戰略點，選作預測其有關之高度變化中心。A處 Z 氣流80%之24小時平流掠AB氣流路線而至B處， $Z - \bar{Z}$ 之值分別標註於A及B處，透明膠紙上十字置於A及B處，在十字上 $Z - \bar{Z}$ 之值亦予以註明，在B處之高度變化由下述三個步驟完成之，在圖二中B處高度變化將為伴有低壓之24小時變化中心。

1. $h = A \text{處}(Z - \bar{Z}) \text{之值減} B \text{處之值} = -250 - (+40) = -290$
2. $2\bar{h} = \frac{1}{2} \{ \text{在繞} A \text{處四點}(Z - \bar{Z}) \text{之值之和減繞} B \text{處四點}(Z - \bar{Z}) \text{之值之和} \}$
 $= \frac{1}{2} \{ [(-100) + (-50) + (-20) + (-50)] - [(90 + 60 + (-20 + 0))] \} = -175$
3. $\Delta Z = \text{在} B \text{處之高度變化} = h + 2\bar{h}$
 $= -290 - 175$
 $= -465 \text{呎}$

參考文獻

1. 徐應環：圖解天氣預報法介紹 氣象學報第一卷第一期
2. Fjørtoft's Graphical Method for Preparing 24-Hour 500-mb Prognostic Charts. U.S.A.W Technical Report 105-131.
3. Fjørtoft: Numerical Method of Integrating the Barotropic Vorticity Equation. Volume 4, Number 3 of Tellus.