

「發展鄉鎮逐時天氣預報」計畫之高解析度統計預報技術研究(3)

-- BCDG 空間內插方法分析與應用

馮智勇¹ 李天浩² 陳雲蘭³ 高慧萱¹

多采科技有限公司¹
國立臺灣大學土木工程學系²
交通部中央氣象局³

摘要

本研究分析採用逐次修正步驟的 BCDG 法，其原始計算邏輯考量到陸地與水體特性不同，使用兩種迴歸方程式內插計算網格值，而其原本定義之溫度隨高程變化率(Vertical Change with Elevation, VCE)方程式於中心測站太靠近鄰近站時可能造成不合理的錯估。考量臺灣地區特殊背景，忽略陸地與水體間差異，只用單一迴歸方程式內插計算網格值，並發展出以線性迴歸取代原有 VCE 方程式。

實際應用 BCDG 法時除 VCE 相關參數可由分析測站的分佈特性決定，現階段影響半徑 R 由使用者主觀判斷決定，未必可獲得一致的結果；此外各項參數的選擇需依溫度的特性或季節變化而有所不同。本研究結果顯示影響半徑的設定順序必須由大至小，先納入較多測站使多數網格獲得較大的修正幅度，再將影響半徑縮小針對局部地區做調整。此外，本研究額外評估應用 Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno(BFGS)最佳化方法客觀訂定相關參數的可行性，結果證實 BCDG 法迭代 4 次確實足以在最短的時間內達到目標函數最小的目的，與前人建議一致；此外針對不同時間觀測資料進行最佳化搜尋，計算結果不同日期 R 的最佳解相似，唯有少數的 R 差異較大；設計 20 站的簡單案例解釋 R 差異，顯示在目前的目標函數定義下，所有測站對目標函數有相同的權重，使得測站密度成為影響目標函數的主因。

最後比較 BCDG 法與通用克利金法(Universal Kriging, UK)應用於空間內插之異同，UK 法除了測站本身估計誤差為零的特點，還具有測站之間觀測資料關係定義，故即使新增數個代表單一訊息的相鄰站，也不會影響到原有測站的內插權重係數。

關鍵字：BCDG、BFGS、最佳化

一、前言

BCDG 客觀分析法(Glahn et al., 2009)為逐次修正法的一種，原理為透過迭代將測站估計值與觀測值間的誤差以權重係數函式分配到鄰近網格而完成內插。其他常見採用逐次修正的客觀分析法包括 Barnes 法(Barnes, 1964)及 Cressman 法(Cressman, 1959)，主要差異在於使用的權重係數函數不同。BCDG 法亦具備溫度隨高度遞減之修正邏輯，使其應用於地表溫度場時無須進行不同高度間的轉換。

應用 BCDG 法時須預先給定包括求取溫度隨高程變化率時的參數，以及逐次修正的修正次數與影響半徑 R 等幾項參數。其中與 VCE 計算相關的參數可由分析測站的分佈特性決定，而逐次修正計算邏輯所需參數現階段則是藉由使用者主觀判斷而決定，故未必可獲得一

致的結果。此外，各項參數的選擇又需依天氣要素的特性或季節變化趨勢而有所不同，對於實作 BCDG 法或其他採用逐次修正計算邏輯的客觀分析法為面化作業模組實為一項必須克服的課題。故本研究嘗試以 BFGS 最佳化方法系統化搜尋 BCDG 最佳參數組合。

克利金法(Kriging)是根據資料在空間中分佈的統計特性，決定線性內插係數的一種技術(Bras et al., 1985)。其一為包含「平均值為某種空間趨勢函數」假設的「不偏估條件」的「通用克利金法」(UK)。由於 UK 同樣具備空間變化的特性可應用於溫度內插，故本研究針對 UK 法與 BCDG 法差異進行比較。

本研究章節內容如下：第二節概述 BCDG 法原理及原始計算方法；第三節介紹本土化 BCDG 法，說明以臺灣地理環境特殊性為考量對參數所做修正；第四節說明 BCDG 法參數設定與 BFGS 法計算原理，並於

簡單分析 BCDG 法影響半徑設定方式的影響後，探討迭代次數與觀測資料對於以 BFGS 法搜尋 BCDG 法最佳參數的影響；最後於第五節簡單比較 UK 法及 BCDG 法之異同。

二、BCDG 客觀分析法

BCDG 法演算方式首先以各測站為中心，計算鄰近測站對於該中心測站之 VCE。舉例來說，第 k 站觀測值為 θ_k 、以座標原點為基準的水平位置為 $u_k(x,y)$ 、高程為 h_k ；在測站 k 影響半徑 R_{VCE} 內，與 h_k 高程差大於 Δh_{VCE} 之鄰近測站，觀測值為 θ_{kl} 、以座標原點為基準水平位置為 $u_{kl}(x,y)$ 、高程為 h_{kl} ，則鄰近測站須滿足以下條件：

$$|u_{kl} - u_k| \leq R_{VCE}, |h_{kl} - h_k| \geq \Delta h_{VCE} \quad (1)$$

此時鄰近測站對測站 k 之 VCE 值定義如下：

$$VCE_k = \sum_l (\theta_{kl} - \theta_k) / \sum_l (h_{kl} - h_k) \quad (2)$$

求得所有測站之 VCE 值之後，接著以逐次修正邏輯進行迭代修正，步驟說明如下：

1. 計算每一個網格 ij 的初始猜值 $\hat{\theta}_{ij}^0$
2. 以第 k 個測站為中心，使用雙線性內插法將鄰近四個網格猜值內插到測站，得到測站估計值 $\hat{\theta}_k^{\mu-1}$ ；再與觀測值 θ_k 相減得到估計誤差 $D_k^{\mu-1}$ ，當 $VCE_k = 0$ 或 $h_{ij} - h_k = 0$ ，使用 $D_k^{\mu-1} = \theta_k - \hat{\theta}_k^{\mu-1}$ ；其他情況用式(3)。

$$D_k^{\mu-1} = \theta_k - \hat{\theta}_k^{\mu-1} + \alpha_{VCE} [\hat{\theta}_k^{\mu-1} - \hat{\theta}_{ij}^{\mu-1} + VCE_k \times (h_{ij} - h_k)] \quad (3)$$

3. 以網格 ij 為中心利用式(4)的 Cressman 權重係數函數 w_k ，將影響半徑 R 內所有測站的估計誤差分配到網格上，得到網格修正值 $C_{ij}^{\mu-1}$ ，如式(5)

$$w_k = \begin{cases} \frac{R^2 - r_k^2}{R^2 + r_k^2} & \text{if } r_k < R \\ 0 & \text{if } r_k \geq R \end{cases} \quad (4)$$

$$C_{ij}^{\mu-1} = \sum_{k=1}^n w_k D_k^{\mu-1} / \sum_{k=1}^n w_k \quad (5)$$

4. 將網格猜值 $\hat{\theta}_{ij}^{\mu-1}$ 加上修正值，得到網格更新值 $\hat{\theta}_{ij}^{\mu}$
5. 重複計算步驟 2 至 4 直到測站估計誤差縮小至可接受範圍

三、本土化 BCDG 法

在 BCDG 原始的計算邏輯中，考量到陸

地與水體的特性不同，故使用兩種迴歸方程式內插計算網格值；但對於面積較小的臺灣而言，兩者的差異可以忽略，因此只用一條迴歸方程式。

此外，原本定義之 VCE 方程式為式(2)，若將其整理成式(6)，即可將分子與分母中減號左方項視為以高程 h 為橫軸、溫度 θ 為縱軸的座標平面上，所有鄰近站的重心座標；VCE 值即為 h- θ 平面上中心測站點 (h_k, θ_k) 到鄰近站重心連線之斜率。

$$VCE_k = \frac{\sum_{l=1}^{n_k} (\theta_{kl} - \theta_k)}{\sum_{l=1}^{n_k} (h_{kl} - h_k)} = \frac{\sum_{l=1}^{n_k} (\theta_{kl}) / n_k - \theta_k}{\sum_{l=1}^{n_k} (h_{kl}) / n_k - h_k} \quad (6)$$

由於應用式(2)計算臺灣測站 VCE 值可能會發生如圖 1 之錯估情形，因此李天浩於「應用克利金法建立高解析度網格點氣象數據之研究」(李, 2009)中改以線性迴歸估計區域性溫度遞減率，結果顯示可以有效避免溫度本身隨機變動以及在水平面上變異量對於之 VCE 值影響，特別是估計點(高度,溫度)靠近鄰近站形成之重心位置時，該影響就特別顯著。

四、系統化 BCDG 法參數調整

觀測系統實驗中，由於以 BCDG 法估計之各測站溫度與觀測值間的誤差可藉由函數加以表示，則調整參數以逐漸縮小誤差的過程在數學上即為尋找該函數極值的過程，本研究嘗試以 BFGS 最佳化方法進行參數系統化調整。以下首先說明 BCDG 法相關參數設定，並概述 BFGS 最佳化方法以及調整 BCDG 參數的做法後，再藉由案例呈現研究成果。

(一) BCDG 法相關參數設定

1. VCE 計算所需參數

考量臺灣地區高山測站密度稀疏，以及取樣數目對於統計結果之影響，在計算各測站 VCE 時選擇 200km 為影響半徑以獲得較多之觀測資料筆數，並以 300m 為高程差篩選標準以避免受平地站間溫度之水平梯度干擾。此外，為確保 VCE 值之合理性，茲將大於零(假設無逆溫)及小於 -0.01(°C/m) 之值皆排除，不參加修正。由於 VCE 可由測站的分佈特性大致決定，故本研究後續模擬分析中不另外針對 VCE 做調整。

2. 迭代修正次數

參考 Glahn et al. (2009) 的作法，設定為 4 次。

3. 迭代修正法中的影響半徑 R

為凸顯溫度區域性差異，在能取得足夠鄰近站數量的前提下，影響半徑應隨著迭代次數增加而減小。

(二) BFGS 最佳化方法概述

BFGS 法係屬利用目標函數梯度變化找出零梯度點而求得最佳解的最佳化方法。每次搜尋須先計算搜尋方向 $d = -B^{-1}g_c$ ，接著選擇步幅 λ 計算新位置 $x_n = x_c + \lambda d$ ，以逐漸降低目標函數。其中， g_c 為目前所在位置 x_c 的梯度，而 B 可利用 $S = x^n - x^c$ 、 $y = g^n - g^c$ 與式(7) 進行修正。

$$B = B - \frac{BSS^T B}{S^T B S} + \frac{yy^T}{y^T S} \quad (7)$$

最佳解必須滿足式(8)~式(10)條件。

$$\|g(x_i)\| \leq \varepsilon, \quad l_i < x_i < u_i \quad (8)$$

$$g(x_i) < 0 \cdot x_i = u_i \quad (9)$$

$$g(x_i) > 0 \cdot x_i = l_i \quad (10)$$

(三) BCDG 法影響半徑設定方式之影響

以下將利用案例說明前人訂定的影響半徑設定原則可能原因與實際影響。

1. 影響半徑順序

由第一節概述可知 BCDG 法的網格修正邏輯與其權重係數(式(4))有關，為影響半徑 R 以及網格與測站間距離 r 所決定。由於 r 於迭代修正過程中為定值，故權重係數將僅因影響半徑的大小而變，並間接影響測站對於網格點的修正幅度。

設計一組介於東經 120°E~122°E 與北緯 20°N~22°N，每 0.5 度一格共 25 個網格的測試範例，涵蓋表 1 所示之 2 個測站，在網格初始值為 0 的情況下，設定迭代過程中的影響半徑依序為 150km 與 50km 以及 50km 與 150km 兩組進行情境模擬如表 2 所示。結果顯示，情境 1 中由於第 1 次迭代以 150km 影響半徑，涵蓋範圍廣，25 個網格中共有 23 個會受測站影響。經式(4)計算所得權重係數大，導致受影響的 23 個網格溫度由初始猜值 0 一次向上大幅修正，再內插得到測站估計值；而第 2 次迭代使用 50km 影響半徑，僅修正測站鄰近 4 網格，並且由於估計值與觀測值差異變小而導致驅動力減弱，故此次的修正屬於微調。

另一方面，由於情境 2 中第 1 次迭代使用 50km 影響半徑，僅修正測站鄰近 4 網格，而 2 測站修正量值也分別只有 4.55°C 與 5.51°C。雖然第 2 次再以 150km 為影響半徑進行迭代，最後得到的測站估計誤差與情境 1 相同，但本次驅動力平均僅 13.5°C，明顯較於情境 1 第 1 次迭代時的 17.9°C 為差，使得最終計算結果除了測站鄰近 4 網格的估計值相同外，其餘網格皆為低估。

由上述分析得知， R 值先後順序對逐次修正確實會有影響，故 BCDG 法合理的迭代流程應為先設定比較大的 R ，讓多數的網格

可以被大幅向上修正，再逐漸縮小，針對局部地區做調整。

2. 影響半徑大小

為評估 R 值大小對網格迭代修正的影響，選用 2007 年 1 月 1 日 148 站的溫度觀測資料為測試對象，在網格初始猜值與其他參數設定皆相同的條件下設計兩組 R ，其值如表 3 所示。以情境 1 的網格內插結果減去情境 2 的網格內插結果，並將誤差以等值線表示，如圖 2 所示。圖中紅色表示情境 1 的網格內插值較大，藍色則反之。

由圖 2 可知情境 1 在山區及西部沿岸的網格點的溫度估計值較大，其他地區網格點則是情境 2 較大。由於網格的修正量主要受到權重係數的影響，當 R 較大時，距離較遠的測站亦會對網格修正有所貢獻。由於距離較遠的測站高程低、觀測值高，因此提供給網格之修正幅度相對較多，導致在山區的網格內插值較大。相同原理亦可解釋西部沿岸的網格內插結果，當 R 較大時會受到較遠測站的影響，網格得到的向上修正量較多，故內插值較大。對介於山區及平地中間的網格，若 R 較小只會受鄰近測站影響； R 較大可能會將少數山區溫度較低的測站影響力納入，反而導致內插值較小。

(四) 迭代次數對於 BFGS 法搜尋 BCDG 法最佳參數之影響

Glahn et al. (2009) 根據過去經驗，建議使用 BCDG 法內插時迭代次數以 4 次為佳。然而先前文獻大多針對美國等大範圍的區域，相同的經驗法則可否適用於面積較小、高程變化大的臺灣。故以下使用 BFGS 法搜尋不同迭代次數時 R 的最佳解，並比較目標函數(估計誤差平方和)的差異。

同樣以 2007 年 1 月 1 日上午 8 時，共 148 個測站溫度為案例，設計 5 組情境分別模擬迭代次數一至五次。表 4、表 5 所示分別為 5 組情境中各次迭代使用的 R 初始值及上、下邊界分別。其中，以 $R1$ 表示第 1 次迭代之影響半徑，以 $R2$ 表示第 2 次迭代之影響半徑，以此類推至 $R5$ 。模擬結果如表 6。

當迭代 1 次時， $R1$ 自初始值 175km 往下調整至下邊界 150km 為止，目標函數 532(°C²)；迭代 2 次時， $R1$ 不動、 $R2$ 則是往下搜尋直到下邊界 100km 為止，目標函數 500，改善幅度 32；當迭代 3 次， $R1$ 、 $R2$ 皆無調整， $R3$ 自初始解 85km 移動至 81km，目標函數改善幅度只有 14；當迭代次數增加為 4 次， $R1$ 、 $R2$ 皆無調整， $R3$ 自初始解 85 擴大為 91km， $R4$ 則自 45 縮小為 38.8km，目標函數降幅最大，高達 53；最後進行 5 次迭代，可看出 $R5$ 調整的結果與迭代 4 次時 $R4$ 的最佳解相近，且無法改善目標函數，降幅為 0。

由以上模擬結果得知，在本次的測試案例中，148 個測站的分佈疏密程度不同，提供 R 向下縮減的驅動力以達到目標函數最小。而 BFGS 法在搜尋過程若來到參數的下邊界以至於無法繼續移動，則會停止搜尋。此外亦證實前人建議最佳的迭代次數 4 次，確實可以達到使目標函數最小的目的；假使再增加一次，計算耗時更久卻無法提供較好的搜尋結果。

(五) 觀測資料對於 BFGS 法搜尋 BCDG 法最佳參數之影響

目前 BFGS 法的運用是以日為單位計算目標函數最小值，假使在相同的迭代條件下，每日搜尋出來 R 的最佳解也是一樣的，則後續應用上即可以單日的搜尋結果作為整月、甚至全年的 R，如此可以省去 BFGS 反覆搜尋的時間。故設計 4 組情境，分別在迭代次數為 3 次與 4 次的情況下，挑選 2007 年 1 月 1 日到 1 月 3 日以及 7 月 1 日到 7 月 3 日上午 8 時的測站溫度為測試案例，探討冬季和夏季 R 的搜尋結果。R 的初始解及上、下邊界的設定，請參考表 4、表 5。

迭代 3 次的模擬結果，如表 7 所示。其中無論一月或七月 R1、R2 的搜尋結果皆維持初始解；除了 1 月 1 日和 7 月 2 日以外的 R3 最佳解皆為 70km。表示即使在相同的月份、由同樣的天氣系統主導，R 的搜尋結果仍有可能因為單一事件的影響而有所改變。

迭代 4 次的模擬結果，如表 8 所示。R1、R2 的搜尋結果同樣維持初始解，1 月 1 日的 R3、R4 最佳解皆比其他一月份的值大，推測可能是當日全台溫度表現較為一致，不只有鄰近測站才對網格修正有驅動力，導致 R 必須擴大才能找到目標函數最小值；7 月 3 日 R4 的最佳解則明顯比其他七月份的值小，推測當日在某些權重較大的地區可能有局部性的降雨使溫度下降，導致最佳化搜尋過程中必須將 R4 縮小使網格只受鄰近測站影響才能有效降低目標函數。

(六) 測站密度對 BFGS 最佳化搜尋之影響

上述結果顯示 1 月 1 日及 7 月 3 日的搜尋結果與鄰近數日的差異甚大，推測原因為測站的密度對於目標函數形成不同程度的貢獻，因而影響 R 最佳解的搜尋結果。設計一組只有 20 站的測試案例，其中北部有 8 站，中部 4 站，南部 3 站，其餘 5 站散佈在東部及山區。測站列表如表 9，站與站之間的距離分區如圖 3，R 初始解、上下邊界與最佳解如表 10。

表 10 中 R2、R3 的搜尋結果皆達上邊界無法再擴大，顯示在此範例中前三次迭代需將多數測站的影響納入才能降低目標函數；而 R4 最後的搜尋結果為 41km，對照圖 3，北部測站兩兩之間距離全部落在 60km 內。

由此可知，因為北部測站數量最多、權重

最大，足以直接影響 R4 的搜尋結果，最後一次迭代必須將 R4 縮小至局部範圍才能夠使目標函數最小。

五、UK 法與 BCDG 法之差異

UK 法與 BCDG 法之間的差異主要可分為兩點：

(一) 定義測站觀測資料和估計點未知變數值之關係：

所有內插法皆具備測站觀測資料和估計點未知變數值關係之定義，BCDG 法是定義在影響半徑範圍內，權重係數隨距離成反比，其核心函數為距離倒數。通用克利金法則是以不同測站之間觀測資料隨距離變化的數據，迴歸決定核心函數參數，通用化的推廣應用。由觀測資料決定關係選擇核心函數、並決定參數的方式，比使用者任意決定核心函數的方式合理。

(二) 定義測站觀測資料間之關係：

測站觀測資料間關係的定義，可以反映各測站彼此是相互獨立或相依，BCDG 法沒有針對此項做定義，通用克利金法則有，其計算方式如下：

單獨利用通用克利金法估計誤差變異數最小化原則，建立估計權重係數矩陣，如式 (11)。等號左邊權重係數向量的係數矩陣，為定義「測站觀測資料」和「測站觀測資料」間關係的協變矩陣；等號右邊是定義「測站觀測資料」和「估計點未知變數值」間關係的協變向量。

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ C_{03} \end{bmatrix} \quad (11)$$

假設式(11)中，測站 2 與測站 3 距離為 0，則式(11)可改寫如下：

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & C_{12} & C_{12} \\ C_{12} & \sigma^2 & \sigma^2 \\ C_{12} & \sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \\ C_{03} \end{bmatrix} \quad (12a)$$

由於式(12a)的第 2 式與第 3 式完全相同，可去除相依的第 3 式，化簡後得到：

$$\begin{bmatrix} \sigma^2 & C_{12} \\ C_{12} & \sigma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 + \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{01} \\ C_{02} \end{bmatrix} \quad (12b)$$

再假設估計點與測站 1 及測站 2 距離相同， $C_{01} = C_{02}$ ，則可得到 $\lambda_1 = 0.5$ 和 $\lambda_2 + \lambda_3 = 0.5$ 的結果。

上述測站 2 與測站 3 共點、變數觀測值相同的範例顯示，具有「測站之間觀測資料」關係定義的通用克利金法，即使增加測站 3 並不會影響測站 1 的權重係數，測站 2、3 的權重係數總和也未增加。另外，只有測站 1 與測站

2 時，兩站變數的權重係數皆為 0.5；增加為 3 站以後，BCDG 的權重係數將變為 1/3，因為該方法沒有「測站之間觀測資料」關係的統計結構。

整體而言，BCDG 法存在影響空間內插的因素，包括：(1)兩相鄰測站代表單一訊息，權重卻加倍的問題；(2)權重函數隨距離變化的差異影響。通用克利金法則無以上問題。

六、結論

本研究顯示在臺灣地區以 BCDG 法進行溫度內插，使用本土化參數取代將可改進內插結果。為能客觀決定 BCDG 法之參數，以觀測系統實驗計算測站估計值並搭配 BFGS 最佳化方法，在以測站最小估計誤差平方和為目標函數的前提下進行各式模擬。得到的結論如下：

影響半徑 R 的設定順序必須由大至小，先以大 R 納入較多測站使多數網格獲得較大的修正幅度，再將 R 縮小針對局部地區做調整；此外比較不同迭代次數算出的目標函數，證實迭代 4 次確實足以在最短的時間內達到目標函數最小的目的，與前人建議一致；以 BFGS 法對不同時間觀測資料進行最佳化搜尋，計算結果 R 的最佳解皆相似，唯有少數日期的 R 差異較大；設計 20 站的簡單案例測試造成 R 的最佳解不同的原因，結果顯示在目前的目標函數定義下，所有測站對目標函數有相同的權重，使得測站密度成為影響目標函數的主因。

七、參考文獻

- 李天浩，2009：應用克利金法建立高解析度網格點氣象數據之研究。交通部中央氣象局委託研究計畫成果報告
- Glahn, B., K. Gilbert, R. Cosgrove, D. P. Ruth, and K. Sheets, 2009a: The gridding of MOS. *Wea. Forecasting*, 24, 520–529
- Bras, R. L., and I. Rodriguez-Iturbe, 1985, “Random Functions and Hydrology”, New York: Dover Publications
- Cressman, G. P., 1959, “An Operational Objective Analysis System”, *Monthly Weather Review*, 87, 367-374
- Barnes, S. L., 1964, “A Technique for Maximizing Details in Numerical Weather Map Analysis”, *Journal of Applied Meteorology*, 3, 396-409

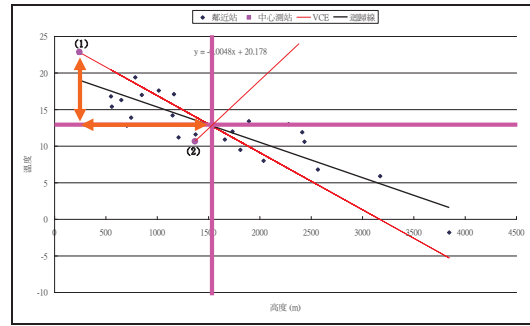


圖 1 計算測站 VCE 示意圖

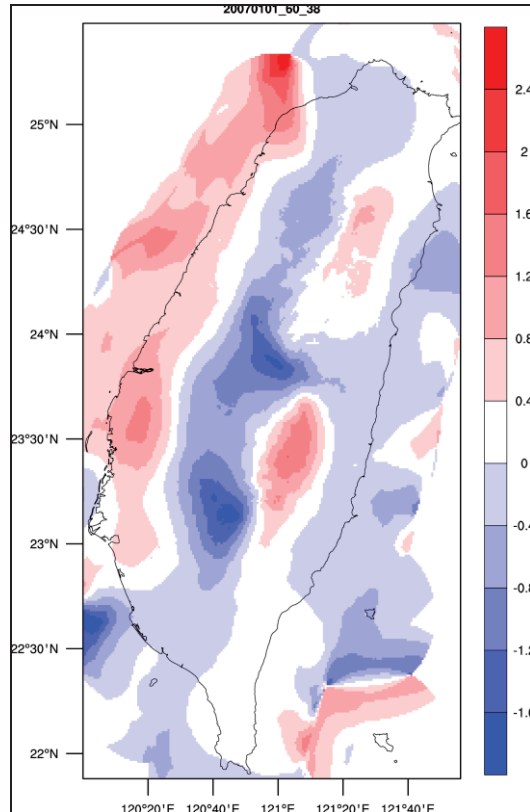


圖 2 BCDG 不同影響半徑內插結果差異圖
(以 R4=60km 內插結果減 R4=38km 內插結果)

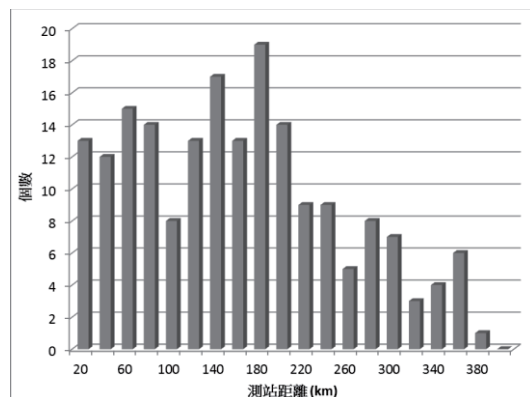


圖 3 測站距離分區

表 1 測站基本資料

	經度(度)	緯度(度)	觀測溫度(°C)
測站 1	120.25	20.25	18.5
測站 2	121.75	21.75	22.4

表 2 測試結果列表

情境 1(R 由大到小)			
迭代	初始猜值	第一次	第二次
R (km)	---	150	50
測站 1 估計值(°C)	0.00	16.17	16.74
測站 1 估計誤差(°C)	18.50	2.33	1.76
測站 2 估計值(°C)	0.00	19.58	20.27
測站 2 估計誤差(°C)	22.4	2.82	2.13
情境 2(R 由小到大)			
迭代	初始猜值	第一次	第二次
R (km)	---	50	150
測站 1 估計值(°C)	0.00	4.55	16.74
測站 1 估計誤差(°C)	18.50	13.95	1.76
測站 2 估計值(°C)	0.00	5.51	20.27
測站 2 估計誤差(°C)	22.4	16.89	2.13

表 3 影響半徑之上邊界及下邊界

情境	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	R4 (km)
1	60	60	60	60
2	60	60	60	38

表 4 各情境之影響半徑初始解

情境	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	R4 (km)	R5 (km)
1	175				
2	175	125			
3	175	125	85		
4	175	125	85	45	
5	175	125	85	45	35

表 5 影響半徑之上邊界及下邊界

	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	R4 (km)	R5 (km)
上邊界	200	150	100	70	50
下邊界	150	100	70	20	20

表 6 各情境之影響半徑最佳解、目標函數與降幅

情境	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	R4 (km)	R5 (km)	目標函數	降幅
1	150					532	---
2	175	100				500	32
3	175	125	81			486	14
4	175	125	91	38.8		433	53
5	175	125	91	42.9	38.6	433	0

表 7 迭代 3 次之影響半徑最佳解與目標函數

日期	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	目標函數
1/1	175	125	80.9	485
1/2	175	125	70	586
1/3	175	125	70	427
7/1	175	125	70	519
7/2	175	125	80.5	402
7/3	175	125	70	449

表 8 迭代 4 次之影響半徑最佳解與目標函數

日期	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	R4 (km)	目標函數
1/1	175	125	91	38.8	432
1/2	175	125	83.7	39.3	572
1/3	175	125	83.7	28.5	356
7/1	175	125	83.2	59	511
7/2	175	125	83.6	54	392
7/3	175	125	83.5	38.4	431

表 9 20 站資料列表

站碼	站名	站碼	站名
466880	板橋	467530	阿里山
466900	淡水	467550	玉山
466920	臺北	467590	恆春
466930	竹子湖	467660	臺東
466940	基隆	G2F820	農試所(霧峰)
466990	花蓮	C0A880	福隆
467410	臺南	C0A890	雙溪
467440	高雄	C0A9D0	永和
467480	嘉義	C0G640	鹿港
467490	臺中	C0U710	太平山

表 10 影響半徑初始解、上下邊界與最佳解

	R1 (km)	R2 (km)	R3 (km)	R4 (km)
初始解	175	125	85	45
上邊界	200	150	100	70
下邊界	150	100	70	20
最佳解	169	150	100	41