

軸對稱化與雙渦旋交互作用

徐理寰 郭鴻基

國立台灣大學大氣科學研究所

摘要

本研究延續 Kuo 等人的雙渦旋實驗，以一個呈環狀分佈的渦度結構作為核心渦旋並且控制初始條件使核心渦度環會進行軸對稱化過程混合成一單極渦旋。從觀測上得知颱風眼牆與颱風眼的位渦混合後，颱風眼渦度及風速會增加，眼牆部份渦度及風速皆會減少，此種位渦混合過程通常也伴隨著中心壓力急遽下降。

實驗結果顯示在外圍渦旋半徑為核心渦旋半徑 4 倍以上，兩渦旋間無因次化距離在 3 以內，渦度環強度比外圍渦旋強 8 倍以上才有機會形成雙眼牆結構，實驗中核心渦度環仍然呈現出軸對稱化的特徵，渦度向渦旋中心混合、渦旋中心風速增強以及中心壓力急遽下降等特性皆在實驗中出現，隨著核心渦旋強度的增強，雙渦旋實驗中越容易出現雙眼牆結構，中心壓力下降值也越大，除此以外外圍渦旋大小也為影響中心壓力下降的因素，外圍渦旋越大的實驗其平衡後中心壓力下降的也越多。

一、前言

隨著雷達回波與衛星微波觀測技術的廣泛應用，有許多颱風雙眼牆的個案被觀測到，一個典型的個案例如圖 1 為 Black and Willoughby (1992) 所分析的 Hurricane Gilbert (1988) 的切向風速剖面圖，圖上標示 1 為內眼牆位置，標示為 0 為外眼牆位置，9 月 11 日到 9 月 13 日可以看到最大風速極值增強且內縮形成內眼牆。9 月 13 日到 9 月 14 日這段時間，內眼牆最大風速大約下降了 10 m/s，但次大風速極值內縮且增強形成第二眼牆，接下來兩天內眼牆強度減弱，外眼牆內縮取代內眼牆 (eyewall replacement)。雙眼牆結構的形成與週期在許多觀測上可以發現與颱風強度的變化有密切的關係。

Kuo et al. (2004) 觀察利奇瑪颱風雙眼牆形成過程之雷達資料，發現核心渦旋組織週圍大範圍不對稱對流區形成雙眼牆結構，從而以理想雙渦旋交互作用實驗來模擬雙眼牆結構的形成。使用小而強渦旋為核心，大而弱渦旋代表鄰近渦度場，強調核心渦旋強度之重要性並假設颱風中心渦旋在形成期間結構穩定不變，並使用了兩渦旋強度比、兩渦旋半徑比和兩渦旋間的無因次距離為實驗的三個參數，分別定義為 γ 、 r 和 Δ/R_0 ，其中 R_0 為核心渦旋半徑。Kuo et al. (2007) 改以修正阮肯渦旋作為核心渦旋進行雙渦旋實驗，發現當渦旋外圍存在渦度裙帶 (vorticity skirt) 時，核心渦旋可以組織較遠的渦度形成雙眼牆結構。但 Schubert et al. (1999) 也提出颱風眼牆結構會造成眼牆渦度的側向混合。Kossin and Schubert (2001) 更提出在渦度混合的過程裡可以使壓力在 12 小時以內下降數十毫巴 (mb) 之多。本篇論文延續上述理論基礎，以一進行軸對稱化之渦旋為中心進行雙渦旋交互作用實驗，探討當中心渦旋非穩定結構時對雙眼牆結構形成的影響。

二、理論工作回顧

Kuo et al. (2004) 從 2001 年利奇瑪颱風的雷達回波觀測看到雙眼牆結構在大約十二小時以內，由一穩定強度的颱風中心拉伸外圍大範圍不對稱對流區而形成的完整過程。因此 Kuo et al. (2004) 以非線性非輻散正壓模式來模擬這類雙眼牆的生成，他們的實驗延伸 Dristchel and Waugh (1992) 的雙渦旋實驗，加入渦旋強度比的參數，定義為 γ ，並假設颱風中心為一小而強，強度維持不變的渦旋，而外圍不對稱對流區則用一大而較弱的渦旋代表，圖 2 為 Kuo (2004) 實驗的相位圖，結果顯示中心渦旋在雙眼牆結構形成過程中扮演一個重要的角色，中心渦旋強度要有外圍渦旋強度六倍以上才能拉伸組織外圍不對稱對流區而形成雙眼牆結構。

Mallen et al. (2005) 使用飛機觀測資料，發現在颱風最大風速半徑以外切向風速相對阮肯渦旋 (Rankine vortex) 而言常是緩慢的向外遞減，在渦度徑向分布上則有對應的渦度裙帶 (vorticity skirt)，DeMaria and Chan (1984) 曾提出渦度裙帶在正壓動力上可以使兩個座落在彼此渦度梯度上的渦旋發生合併。因此 Kuo et al. (2007) 進一步討論當中心渦旋為修正阮肯渦旋結構 (modified Rankine vortex) 時的雙渦旋實驗。修正阮肯渦旋中 α 參數控制渦旋在最大風速半徑以外的渦度梯度， $\alpha=1$ 即為阮肯渦旋， α 越小表示最大風速半徑以外的渦度梯度越平緩。Kuo et al. (2007) 雙渦旋實驗結果顯示當渦旋外圍有渦度裙帶時，核心渦旋可以組織距離更遠的渦度形成雙眼牆結構。

Kossin and Eastin (2001) 利用飛機觀測資料分析數個颱風的運動場與熱力場結構發現強烈颱風眼及眼牆的運動場結構有時會出現兩種類型的演變，圖 3 為 Hurricane Diana (1984) 的角速度徑向剖

面飛機觀測資料，第一種類型出現在加強中的颱風，眼牆角速度較大，颱風眼內及眼牆外的角速度較弱。第二種類型則發生在颱風達到最大強度並開始減弱以後，此時角速度在颱風眼內有最大值，隨半徑向外遞減。圖 4 為渦度與切向風的分布，從第一種類型演變到第二種類型後，原本在眼牆的渦度與風速皆會減弱，颱風眼內渦度和風速會增強，另外在眼牆外也有區域有輕微的渦度及風速的增加。這樣的觀測結果可以用渦度側向混合的機制來解釋，Schubert et al. (1999) 在模式中以渦度環的結構來模擬颱風眼牆，渦度環內外兩側存在兩個相反方向的渦旋羅士比波(vortex Rossby wave)，發生正壓不穩定後，渦度環的較高渦度和環內較弱渦度開始混合，這樣的渦度重新分配過程讓眼牆發生不對稱的收縮，最終形成一個單極渦旋，渦度從中心單調向外遞減。此單極渦旋與最初渦度環兩者結構相比，眼牆的渦度減少，眼內及眼牆外風速增加，與觀測資料吻合。

三、模式介紹

本篇文章中使用二維非線性非輻散正壓模式(non-divergent barotropic model)來做數值模擬實驗，模式方程式如下

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(\psi, \zeta)}{\partial(x, y)} = \nu \nabla^2 \zeta \quad (1)$$

$$\zeta = \nabla^2 \psi \quad (2)$$

(1)式為渦度預報方程，等號左邊第二項為渦度平流項，等號右邊為黏性項， ν 為黏滯係數，當流體黏滯係數很小時，渦度的變化完全被平流動力所主宰。(2)式為渦度與流函數之間的關係式，其中 ψ 為流函數，由流函數定義 u, v 為 $u = -\partial\psi/\partial y, v = \partial\psi/\partial x$ 。由(1)式與(2)式可導出動能與渦度擬能(enstrophy)的關係:

$$\frac{dE}{dt} = -2\nu Z \quad (3)$$

$$\frac{dZ}{dt} = -2\nu P \quad (4)$$

其中 E 為動能， Z 為渦度擬能， P 為 palinstrophy，此三者定義如下:

$$E = \iint \frac{1}{2} \nabla \psi \cdot \nabla \psi \, dx dy \quad (5)$$

$$Z = \iint \frac{1}{2} \zeta \cdot \zeta \, dx dy \quad (6)$$

$$P = \iint \frac{1}{2} \nabla \zeta \cdot \nabla \zeta \, dx dy \quad (7)$$

當流體黏滯係數很小且渦度被平流影響而拉伸成細絲帶狀時，在小尺度渦度梯度的值相乘(即 P)可以很大，再從(4)式可得到渦度擬能會顯著的趨向變小，此現象稱為渦度擬能的串跌(enstrophy cascade)。從(3)式來看，等號右邊黏滯係數與渦度擬能都很小時，動能則趨向於保守。

四、實驗設計

模式設定在 f -plane 上，範圍為 $400\text{km} \times 400\text{km}$ ，水平網格點為 512×512 點，邊界條件為雙週期性邊界。空間微分使用 Fourier pseudo-spectral 方法，時間積分使用 4th-order Runge-Kutta，時間間距設定為 6 秒，黏滯係數 ν 設定為 $6.5\text{m}^2\text{s}^{-1}$ 。渦旋初始結構設定為:

$$\zeta(x, y, 0) = \zeta_{core} + \zeta_w + \zeta' \quad (11)$$

其中 ζ_{core} 為一較強較小的渦旋， ζ_w 為一較大較弱的渦旋， ζ' 則是因為模式邊界為雙週期性邊界，為使整個模式範圍積分為零而加入做調整之常數。

核心渦旋 ζ_{core} 的結構如下:

$$\zeta_{core} = \begin{cases} \zeta_1 S[(r_1 + d_1 - r)/d_1] & r_1 \leq r \leq r_1 + d_1 \\ \zeta_1 & r_1 + d_1 \leq r \leq r_0 - d_1 \\ \zeta_1 S[(r - r_0 + d_1)/d_1] & r_0 - d_1 \leq r \leq r_0 \end{cases}$$

外圍較大較弱的渦旋 ζ_w 結構為:

$$\zeta_w = \begin{cases} \zeta_2 & r \leq r_2 - d_2 \\ \zeta_2 S[(r - r_2 + d_2)/d_2] & r_2 - d_2 \leq r \leq r_2 \end{cases}$$

其中 ζ_1 為給定的核心渦旋的渦度大小， ζ_2 為外圍較大渦旋的渦度大小， $S(s) = 1 - 3s^2 + 2s^3$ 為厄米多項式(basic cubic Hermite shape function)，滿足 $S(0) = 1, S(1) = 0$ 以及 $S'(0) = S'(1) = 0$ ， r_1 為核心渦度環內側半徑， r_0 為渦度環外側半徑， r_2 為核心渦旋外圍大渦旋的半徑， d_1, d_2 為渦旋邊界渦度梯度存在的範圍。圖 5 (a) 為實驗之示意圖。圖 5 (b) 假設核心渦度環會進行軸對稱化過程而形成一單極渦旋，定義形成之單極渦旋半徑為 r_1 ，並假設軸對稱化前後渦旋在空間中總面積維持不變，可得到 $r_1^2 = r_0^2 - r_2^2$ 此關係式。實驗控制的參數有三項，分別為兩渦旋的強度比 $\gamma = \zeta_1 / \zeta_2$ 、兩渦旋的半徑比 $r = r_1 / r_2$ 以及兩渦旋間無因次化的距離比 $d = \Delta / r_0$ 。

五、實驗分析

本篇研究使用會發生軸對稱化的核心渦旋來進行雙渦旋交互作用的實驗，在模式中達到平衡後的結果分類如圖 6，(a) 為實驗平衡後在核心渦旋外圍若有穩定的渦度環形成，定義為雙眼牆結構

(Concentric eyewall) ; (b)核心渦旋形成橢圓形且在外圍出現兩分開的弱渦度區，定義為三極渦旋 (Tripole) ; (c)核心渦旋與外圍渦度區相連且聚集在一起，定義為合併 (Merger) ; (d)形成兩個不互相合併、獨立的渦旋且繞著彼此旋轉，定義為互繞 (Elastic interaction) ; (e)核心渦旋把外圍渦旋拉伸成細絲帶狀，定義為拉伸 (Straining out) 。

圖 7 為核心渦旋為圓形渦度環的所有雙渦旋實驗的相位圖， $r = 1/3$ 的實驗中沒有雙眼牆結構的存在，當核心渦旋渦度增強時，實驗結果從合併變成拉伸，而兩渦旋間無因次距離為 3 時則出現兩渦旋互繞。 $r = 1/4$ 的實驗中開始有雙眼牆結構形成，核心渦旋強度比增加到 8 左右為三極渦旋與雙眼牆結構的分界，無因次距離到 3 以上時出現兩渦旋互繞。 $r = 1/5$ 的實驗大致與 $r = 1/4$ 有相同的結果，當外圍渦旋面積增加時，實驗中出現合併的結果也增加。圖中顯示強度比要在 9 以上才能形成雙眼牆結構，而渦旋間無因次距離超過 3 則為互繞。

圖 8 為形成雙眼牆結構實驗的切向風徑向剖面與單獨渦度環軸對稱化後的切向風徑向剖面，圖 8 (a) 為 $\gamma=10, d=3$ 實驗， $r = 1/4$ 實驗的次大風速極值大約在離中心位置 48 km 處，而 $r = 1/5$ 的實驗次大風速極值則在離中心約 55 km 處，圖 8(b) 為 $\gamma=10, d=1$ 的實驗， $r = 1/4$ 實驗次大風速極值大約在離中心位置 48 km 處， $r = 1/5$ 的實驗次大風速極值則在離中心約 55 km 處。從(a)(b)可發現兩渦旋間無因次距離並不影響外眼牆形成的位置，但 $r = 1/5$ 實驗的外眼牆位置較 $r = 1/4$ 實驗的外眼牆位置遠。

圖 9 為不同無因次距離及不同渦旋半徑比之下，渦旋強度比與中心壓力下降的關係。核心渦旋強度越強，經過軸對稱化後中心壓力下降的越多。當雙渦旋實驗最後平衡結果相同時，兩渦旋間無因次化距離的不同沒有對中心壓力下降有明顯的改變。在 $d=3$ 的實驗中若出現兩渦旋互繞的情形時中心壓力下降幅度明顯比同強度下其他距離的實驗少很多。加入不同大小外圍渦旋對核心渦度環軸對稱化後中心壓力下降的影響，在核心渦旋強度為 $1.8 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ 時，沒有外圍渦旋時中心壓力下降 44.3 mb; $r=1/3, d=1, 2, 3$ 三實驗平均中心壓力下降 47.7 mb; $r=1/4, d=1, 2, 3$ 三實驗平均中心壓力下降 52.8 mb; $r=1/5, d=1, 2, 3$ 三實驗平均中心壓力下降 58.2 mb, 可看出在外圍渦旋半徑較大的實驗裡中心壓力下降的比外圍渦旋半徑較小的實驗多。

六、結論

本文用一渦度環來模擬進行渦度混合的颱風中心與周圍環境不對稱渦旋的交互作用，控制參數為核心渦度環與外圍渦旋強度比、渦度環混合後半徑

與外圍渦旋半徑比以及兩渦旋間無因次的距離。實驗結果顯示外圍渦旋要比核心渦旋半徑大 4 倍以上才有機會形成雙眼牆，而無因次距離則侷限在 1 到 3，強度比在半徑比為 $1/4$ 時需要在 8 倍以上，半徑比為 $1/5$ 時則需要在 9 倍以上，與 Kuo et al.(2004,2007)實驗相比條件要嚴苛許多。

核心渦旋軸對稱化的特徵仍能在雙渦旋實驗中找到，在颱風眼及眼牆外都有渦度增加的情形，颱風眼牆的渦度減弱。核心渦旋軸對稱化會使眼牆外最大風速減弱，與單獨渦度環軸對稱化相比，加入外圍渦旋會使最大風速下降的幅度增大。

實驗中核心渦旋軸對稱化造成中心壓力下降的特徵也在雙渦旋實驗中顯現，中心壓力下降隨核心渦旋強度越強其壓力下降越多，且可明顯看到當核心渦旋強度相同時，兩渦旋間距離的遠近與壓力下降多少無關。外圍渦旋大小卻是影響中心下降壓力大小的因素之一，外圍渦旋越大時壓力下降的越多，雙渦旋實驗中壓力下降隨核心渦旋強度越強壓力下降的越多，但當實驗結果為兩渦旋互繞的時候，核心渦旋中心壓力下降的很少。

七、參考文獻

- Black, M. L., and H. E. Willoughby, 1992: The concentric eyewall cycle of Hurricane Gilbert. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 947-957.
- Dritschel, D. G., and D. W. Waugh, 1992: Quantification of the inelastic interaction of unequal vortices in two-dimensional vortex dynamics. *Phys. Fluids A.*, 4, 1737-1744.
- Demaria, M., and J. C. L. Chan, 1984: Comments on "A numerical study of the interactions between two tropical cyclones." *Mon. Wea. Rev.*, 112, 1643-1645
- Kossin, and Schubert, 2001: Mesovortices, polygonal flow patterns, and rapid pressure falls in hurricane-like vortices. *J. Atmos. Sci.*, 58, 2196-2209.
- , and Eastin, M.D., 2001: Two distinct regimes in the kinematic and thermodynamic structure of the hurricane eye and eyewall. *J. Atmos. Sci.*, 58, 1079-1090.
- Kuo, L.-Y. Lin, C.-P. Chang, and R. T. Williams, 2007: The formation of concentric vorticity structures in typhoons. *J. Atmos. Sci.*, accepted.
- , W. Schubert, C.-L. Tsai, and Y.-F. Kuo, 2006: Binary Vortex Interactions and the Formation of Concentric Eyewalls in Tropical Cyclones. *J. Atmos. Sci.*, submitted.
- Mallen, K. J., M. T. Montgomery, and B. Wang,

2005: Re-examining the near-core radial structure of the tropical cyclone primary circulation : Implications for vortex resiliency. *J. Atmos. Sci.*, 62,408-425.

Schubert, W. H., M. T. Montgomery, R. K. Taft, T. A. Guinn, S. R. Fulton, J. P. Kossin, and J. P. Edwards, 1999: Polygonal eyewalls, asymmetric eye contraction, and potential vorticity mixing in hurricanes. *J. Atmos. Sci.*, 56, 1197-1223.

八、附圖

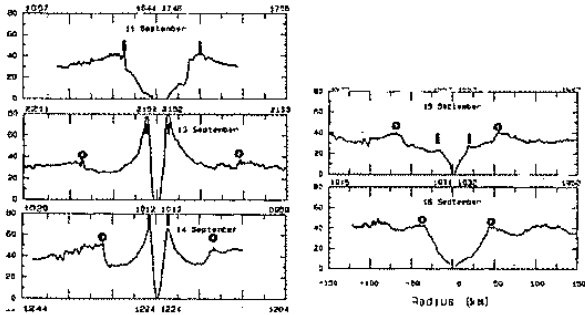


圖 1 Hurricane Gilbert(1988)五次飛機觀測的切向風速徑向剖面。圖中標示 I、O 分別表示內眼牆與外眼牆的位置。(摘自 Black and Willoughby, 1992)

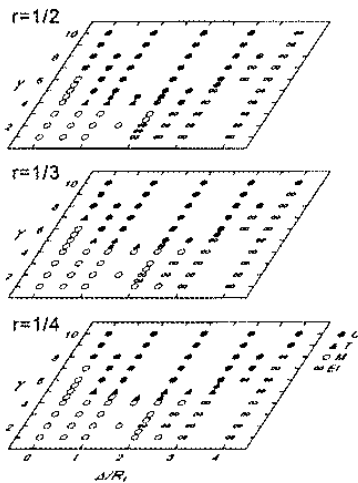


圖 2 雙渦旋實驗相位圖。(摘自 Kuo et al., 2004)

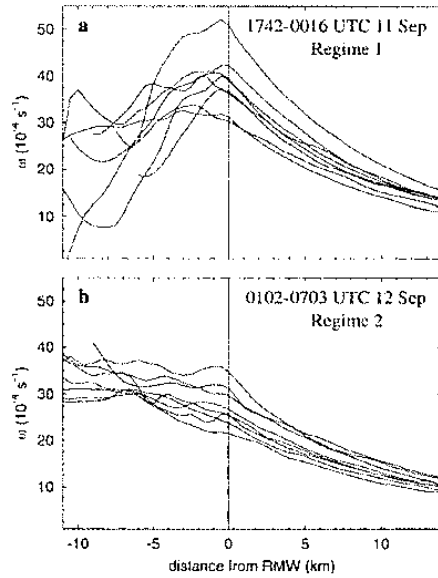


圖 3 Hurricane Diana (1984) 850mb 飛機觀測之角速度徑向分布圖，橫軸為距離最大切向風速半徑的距離，縱軸為角速度。(a) 第一種類型的角速度徑向分布圖(b)第二種類型的角速度徑向分布圖。(摘自 Kossin and Eastin ,2001)

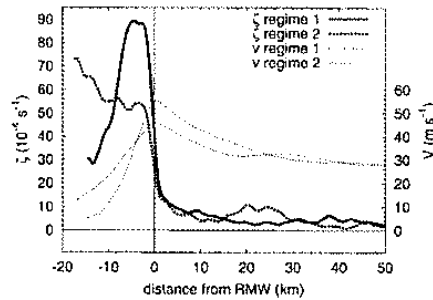


圖 4 Hurricane Diana (1984) 850mb 第一種類型與第二種類型的平均切向風速與渦度徑向剖面，橫軸為距離最大風速半徑的距離，縱軸左邊為渦度，右邊為切向風速。(摘自 Kossin and Eastin ,2001)

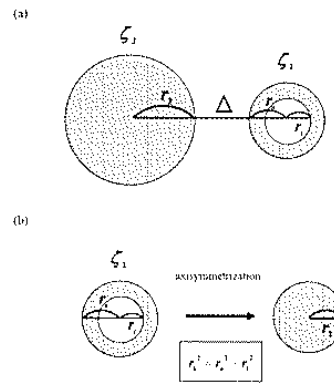


圖 5 (a) 雙渦旋實驗的示意圖。(b) 中心渦旋假設會軸對稱化為單極渦旋。半徑會有 $r12 = r02 - r12$ 的關係式。

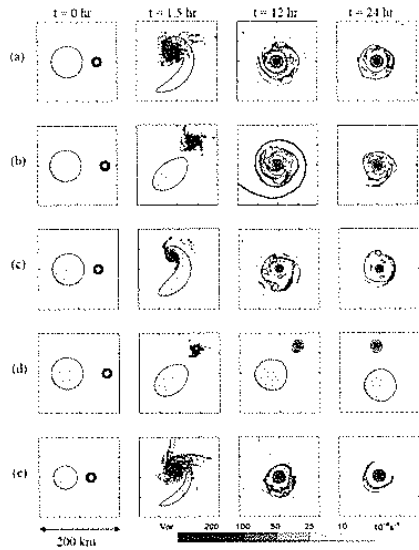


圖 6 雙渦旋實驗結果分類，分為(a)雙眼牆結構(C)，(b)三極渦旋結構(T)，(c)合併(M)，(d)互繞(EI)，(e)拉伸(S)。

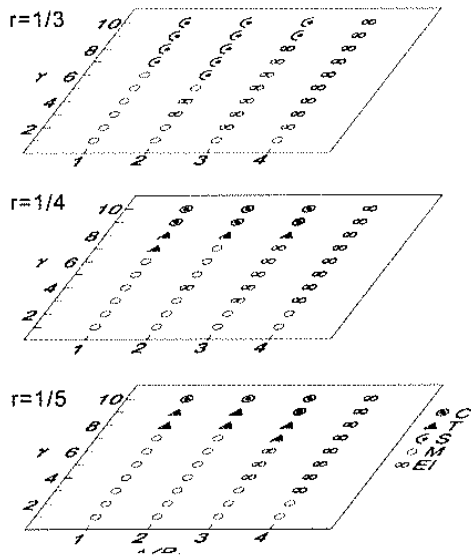


圖 7 中心渦旋為圓形渦度環的雙渦旋實驗相位圖。參數渦旋強度比 γ 從 1 到 10，無因次距離 $d = \Delta/r_0$ 從 1 到 4，渦旋半徑比 $r=1/3$ 、 $r=1/4$ 、 $r=1/5$ 。

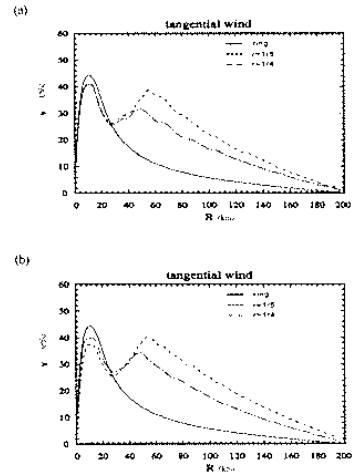


圖 8 雙渦旋實驗形成雙眼牆的個案與單獨渦度環實驗 24 小時後軸對稱化的切向風徑向剖面比較圖。強度比固定 $\gamma=10$ ，(a) $d=3$ ，(b) $d=1$ 。實線為單獨渦度環實驗經過 24 小時切向風剖面，虛線為雙渦旋實驗 $r=1/5$ ，點虛線為雙渦旋實驗 $r=1/4$ 。

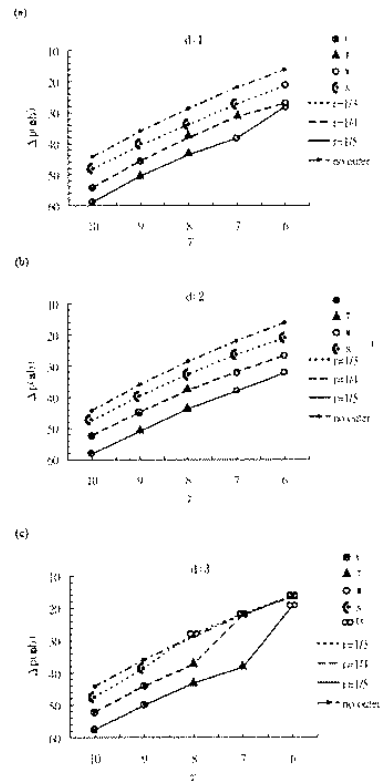


圖 9 $d=1, 2, 3$ ，渦旋強度比與中心下降壓力關係圖。圖中實線為 $r=1/5$ ，長虛線為 $r=1/4$ ，短虛線為 $r=1/3$ 。