

模式格點資料內插方法之改進

張庭槐 莊志銘
中央氣象局資訊中心

摘要

針對數值模式格點上的預報，利用系集平均可有效減少模式預報的不確定性，而非格點上的測站，影響其系集預報的優劣，除了如何決定預報因子的權重外，亦取決於模式格點資料內插至測站的準確性。

本文選用最靠近測站之 16 個格點資料，利用三種不同的統計方法將模式預報資料內插至測站上，計算各內插方法的結果和測站觀測資料的平均誤差、均方根誤差及異常相關係數值的時間數列。

平均而言，三種內插方法的結果都比利用最靠近測站 4 個格點的內插值好。若檢視模式單一格點的預報，表現最接近測站的格點，有很大的比例並沒有發生在最靠近測站的 4 個格點上，推翻了以往認為最靠近測站的格點預報較接近觀測值的觀念。

就本文所提出的 3 種統計內插方法中，若不考慮雨量場，除迴歸方法需要較長時間的資料來計算其統計特性外，其它的方法只需 7 天的資料即有不錯的結果，在運用上可節省大量電腦資源與時間，也增加了模式使用的彈性和便利性。

關鍵詞：系集預報，平均誤差，均方根誤差，異常相關係數

一、前言

由於大氣現象為一非線性的系統，複雜難以捉摸，而各家的模式均不能完全有效的預測瞬息萬變的大氣現象，為了提高數值預報的可信度，系集預報觀念的運用便應運而生。

進行系集預報的方法很多，其中包括利用同一個模式，採用多組的初始場或是改變其物理過程，針對相同的預報時間，進行多次重複的計算；另外也可以利用不同的模式對相同的預報時間，來進行預報。這些方法都是利用增加資料的多樣性，降低對單一模式單一預報的依賴程度，進而減少誤差。不論從文獻或是實際操作中，均驗證系集預報的確可以有效減少模式預報的不確定性和誤差（張，2001）。

然而在系集預報中，所遇到最大的難題便是模式的發展、維護和運算需花費許多的電腦運算時間和電腦資源，但在資源不足或是有時間限制的壓力下，系集預報系統便很難被廣泛地應用。此外，系集預報的運算中常是對每個樣本所有的網格點採用同一個權重來進行運算，對於模式預報在區域性上的差異缺乏考慮。針對此缺點，Krishnamurti 等人（2000）提出了所謂的超系集預報（super ensemble），主要是利用多模式迴歸計算的方法進行預報，預報結果相當不錯。

當我們需要的是測站上而非格點上的預報時，測站上並沒有實際的預報資料，現行的方法是先將格點上的資料內插至測站上，然後再進行預報。內插之方法不外乎是格點平均、以最接近測站之格點值取代，或是依照格點和測站之距離並考慮地球之曲率來內插等。

改善測站預報，最直接、有效的方法便是提高格點資料內插至測站的精確度，甚至在可接受的誤差範圍下，直接以此內插值進行預報，如此更可以大大降

低模式維護、發展的成本及預報所需的時間。本文中我們參考了超系集預報的觀念並利用線性迴歸的方法，提出了 3 種方法來求解格點資料內插至測站的問題，並分析、比較所得的結果。

二、決定權重方法與樣本資料

在 Krishnamurti 等人提出的超系集預報方法，在網格點 j 上所採用的預報式如下：

$$S_j = \bar{O}_j + \sum_{i=1}^n a_{j,i} (G_{j,i} - \bar{G}_{j,i}) \quad (i)$$

式中 S_j 為預報值， \bar{O}_j 為觀測資料的氣候平均值（或是一段長時間之平均值）， $G_{j,i}$ 為預報樣本 i 模式在 j 格點的預報值， $\bar{G}_{j,i}$ 為預報樣本 i 模式在 j 格點預報的平均值， $a_{j,i}$ 是經過訓練期（training period）的資料計算後所得預報樣本模式 i 在 j 格點上的權重， n 是預報的模式總樣本數。

式中完整的說明了超系集預報方法的優點與涵義，顯示其是站在巨人的肩膀上（ \bar{O}_j ），以忽略了樣本預報模式系統性誤差的小差異（ $G_{j,i} - \bar{G}_{j,i}$ ）進行預報，本局已於 2003 年採用此方法預報（張，2002）。

本篇報告採用本局台北氣象觀測站（站號 46692）上逐時的觀測資料及非靜力區域數值天氣預報模式（Non-hydrostatic limited area Forecast System，簡稱為 NFS）在台北氣象觀測站附近 16 個格點的數值預報資料（分布如圖 1），NFS 為三層巢狀網格的預報系統，預報範圍涵蓋東亞地區，最大範圍的解析度網格間距為 45 公里，其內第二層為 15 公里，最內層緊涵蓋台灣地區的解析度為 5 公里，每天進行兩種版本的預報，主要是針對降水的過程植入不同的積雲參數化法，第一版（ver1）採用郭氏（Kuo scheme）積雲參數化法、第二版（ver2）是 Arakawa and Schubert 積雲

參數化法。

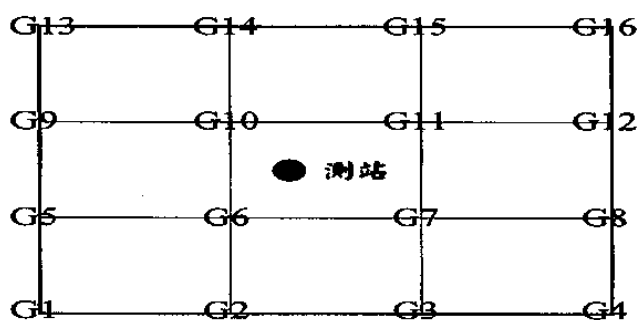


圖 1：測站及所選的模式格點資料的相對位置圖。

選取的預報資料是從 2005 年 4 月 1 日 00Z UTC ~2005 年 6 月 30 日 12Z UTC，每隔 12 小時 (00Z、12Z) 的預報，以每小時的預報輸出至 72 小時，採用的氣象場包含測站的地面氣壓 (PSF)、2 公尺高的溫度 (TTT)、10 公尺高的緯度風 (UUU)、經度風 (VVV) 和雨量 (RRR)，ver1 取 5 公里、ver2 取 15 公里解析度， \bar{o}_i 是取這段期間台北測站觀測資料的平均值。

現階段氣象局所使用之格點內插方法 (簡稱 din) 是取最靠近測站的 4 個格點，考慮地球之曲率，然後依格點和測站之距離進行內插 (張，2005)。

在此研究中，主要結合超系集預報的概念及線性迴歸的方法，提出了下列的 3 種內插的方法：

- (1) 直接使用超系集預報的概念，以多重線性迴歸方法如 (i) 式進行 (簡稱 reg)。
- (2) 由訓練期間各格點和觀測值誤差平方的平均值求取權重，誤差平方的平均值越大的格點權重越小 (簡稱 msec)。權重定義如下所示：

$$W_i = \frac{1/MSE_i}{\sum_{i=1}^n 1/MSE_i}, \quad MSE_i = \sum_{t=1}^{t-\text{train}} [G_i(t) - O(t)]^2$$

在此式中 n 是預報的格點數， G_i 為第 i 個格點值， O 為測站觀測值， $t-\text{train}$ 為訓練期的長度，所以 MSE_i 為第 i 個格點和測站觀測在訓練期中的誤差平方和。此法有一個優點是各個格點的權重值均為正值且和為 1，所以是一個不偏 (unbias) 估計量。

- (3) 先利用 (2) 式的方法計算出格點內插值，再利用 (1) 式的概念依線性迴歸的方法來求取新的格點內插值 (簡稱 msecr)。

三、結果校驗

將收集的資料分成兩個部份，4、5 月的資料是求取權重時的訓練期，每個內插方法皆使用多種不同的訓練期求取權重，包括 7 天、14 天、28 天、45 天和 60 天，6 月為校驗期，驗證內插後結果之準確性。

6 月 1 日為起始校驗的日期，首先利用 6 月 1 日之前的訓練期計算，求得權重後計算測站上的初始場及之後 72 小時模式的預報 (雨量場只有 72 小時的預報值無初始資料)；再重新利用 6 月 2 日前的資料訓練，求取 6 月 2 日的預報，依此方法持續計算可得到

28 組 (6 月 1~28 日) 的預報資料。

本文計算整體 28 組 73 筆資料的平均偏差 (mean bias)、均方根誤差 (root mean square error) 及異常相關係數 (anomaly correlation coefficient)，客觀比較各種方法的整體表現。

表一是 din 法的內插值及附近 16 個格點預報的結果，可以發現在模式資料中表現最好的格點並不全是在最靠近測站的 4 個格點，例如 PSF1 (ver1，最後的數字代表版本別) 是 G15、PSF2 (ver2) 是 G13、TTT1 是 G14、TTT2 是 G13 表現較佳。整體而言，PSF 場，din 法的內插值表現均不理想，但是對於 UUU1 以及兩個 V 場卻都有不錯的表現。

表二是本文所提出的三種方法在不同訓練期的結果，除了雨量外，顯示此 3 種方法的精確度大致均會隨著訓練期的增長而增加，尤其是 reg 法最明顯，而另外的 2 種方法，當訓練期長於 28 天時，預報的準確度便無顯著的提升，甚至某些氣象場的預報能力反而下降。reg 法在訓練期為 7 天的情況下，結果相當差，主要原因可能是資料量太少造成過度擬合 (over fitting) 的現象，顯示若要單用迴歸方法進行預報，訓練期要夠長 (本研究中發現最好長於 28 天，甚至 45 天)，以免有過度擬合的情況發生。

在雨量方面，若訓練期在 14 天以下 (表略)，所有內插方法的結果均不理想，顯然處理雨量資料需要有更長的訓練期，但是當訓練期延長為 28 天時，reg 法在預測雨量時仍有很大的誤差，原因在於雨量值有許多為 0 或是接近 0 的資料，如此在求解係數矩陣時，不僅很容易產生無法滿秩 (not full rank) 的情況，而且若解釋變數值 (格點的預報值) 太小 (接近 0) 時，易使求得的權重過大，所以在進行內插運用時，只要解釋變數稍微變大，即容易得到相當大的內插值。由上述結果分析可知，雖然訓練期的長短需視資料型態而定，但是必須避免資料中有過多 0 值的情況發生，不然就算訓練期夠長仍可能產生不佳的結果。

整體而言，除了 msec 法在 PSF1 表現較佳外，msecr 法在所有氣象場的表現都是最佳的，顯示此法可以顯現資料的統計特性，使得其內插後的結果具備較強的預報能力。另外，msec 法對於 PSF1 的結果表現較佳的情況也說明了，很難有一個完美的方法可以準確地運用在所有的氣象場。

結果也顯示在不考慮雨量時，msec 及 msecr 法並沒有因訓練期的長短而有太大的影響，即使訓練期只有 7 天，其結果也優於 din 法，是值得推薦的好方法。

為了比較不同方法的表現，本文繪製 ver1 之初始資料及預報期間平均的偏差 (bias)、均方根誤差 (rmse) 和異常相關係數 (acc) 之時間數列圖。由表 2 可知當訓練期長於 28 天即有不錯的結果，選取此訓練天數的結果進行分析，繪圖時捨棄 reg 法的結果，僅繪製 msec、msecr、din 法、測站附近 16 個模式格點的算術平均 (grid's mean) 和表現最佳的模式格點，計算後發現表現最佳之模式格點是會隨著不同氣象場

表 1：6 月 1~28 日，各氣象場在台北測站採用 din 法的內插值及鄰近 16 個模式格點預報資料的偏差 (bias)、均方根誤差 (rmse) 的平均值。

氣象場	din	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14	G15	G16	
PSF1	Bias	-14.34	-38.13	-44.82	-43.07	-44.91	-12.68	-15.52	-22.53	-34.25	-3.48	1.30	-4.20	-15.22	-6.60	2.75	0.69	-6.37
	rmse	14.38	38.14	44.83	43.09	44.92	12.73	15.56	22.56	34.26	3.66	1.66	4.53	15.26	6.69	2.93	1.38	6.46
PSF2	Bias	-65.43	-101.78	-135.98	-121.20	-53.63	-39.25	-73.84	-89.25	-60.00	-14.24	-24.90	-39.04	-57.57	-2.71	-13.62	-19.32	-27.85
	rmse	65.46	101.75	135.99	121.20	53.64	39.26	73.85	89.26	60.01	14.28	24.92	39.05	57.58	2.92	13.66	19.35	27.87
TTT1	Bias	-1.18	-2.35	-2.72	-2.96	-3.35	-1.18	-1.24	-1.54	-2.18	-0.67	-0.46	-0.73	-1.51	-0.76	-0.61	-0.95	-1.64
	rmse	1.92	2.84	3.13	3.33	3.67	1.93	1.97	2.16	2.64	1.64	1.59	1.67	2.09	1.63	1.57	1.71	2.15
TTT2	Bias	-4.07	-6.09	-7.09	-6.53	-4.72	-3.17	-4.41	-4.80	-4.07	-1.64	-2.61	-3.38	-3.41	-1.12	-1.64	-2.27	-2.54
	rmse	4.35	6.30	7.25	6.70	4.99	3.58	4.67	5.03	4.35	2.34	3.03	3.70	3.72	2.06	2.32	2.76	2.98
UUU1	Bias	-0.85	-0.18	-0.35	-0.50	-0.63	-0.13	-0.30	-0.44	-0.54	-0.05	-0.20	-0.33	-0.40	0.04	-0.08	-0.17	-0.22
	rmse	2.42	2.75	2.65	2.56	2.50	2.86	2.76	2.68	2.62	2.95	2.87	2.75	2.73	3.01	2.95	2.89	2.83
UUU2	Bias	-2.07	-0.14	-0.64	-1.03	-1.25	-0.25	-0.81	-1.19	-1.35	-0.09	-0.67	-1.08	-1.30	0.22	-0.32	-0.80	-1.15
	rmse	3.56	3.26	3.06	2.85	2.66	3.72	3.42	3.18	2.96	4.30	3.82	3.50	3.28	5.05	4.39	3.92	3.67
VVV1	Bias	0.04	0.43	0.34	0.26	0.22	0.43	0.30	0.20	0.16	0.44	0.30	0.18	0.15	0.49	0.34	0.23	0.21
	rmse	1.12	1.38	1.31	1.26	1.24	1.35	1.27	1.22	1.20	1.34	1.25	1.19	1.18	1.36	1.25	1.20	1.21
VVV2	Bias	0.20	1.26	0.78	0.42	0.36	0.73	0.42	0.31	0.40	0.61	0.36	0.35	0.50	0.87	0.56	0.50	0.62
	rmse	1.60	2.53	1.94	1.61	1.74	2.26	1.74	1.59	1.76	2.39	1.80	1.68	1.90	2.90	2.20	1.95	2.16
RRR1	Bias	0.18	0.20	0.21	0.14	0.10	0.15	0.18	0.17	0.14	0.16	0.19	0.21	0.20	0.11	0.14	0.22	0.24
	rmse	2.48	2.55	2.53	2.36	2.33	2.55	2.55	2.44	2.38	2.57	2.63	2.63	2.60	2.55	2.63	2.80	2.78
RRR2	Bias	0.30	0.34	-0.19	-0.19	0.29	0.95	0.38	-0.08	0.09	0.58	0.75	0.41	-0.08	-0.04	0.31	0.38	0.03
	rmse	2.12	2.14	1.71	1.80	2.21	2.88	2.24	1.87	2.01	2.48	2.78	2.33	1.85	1.95	2.23	2.25	1.90

表 2：不同訓練期下，6 月 1~28 日台北測站各氣象場依 3 種內插方法所得資料的偏差 (bias)、均方根誤差 (rmse) 的平均值。

氣象場	Reg (7)	Msec (7)	Msecr (7)	Reg (14)	Msec (14)	Msecr (14)	Reg (28)	Msec (28)	Msecr (28)	Reg (45)	Msec (45)	Msecr (45)	Reg (60)	Msec (60)	Msecr (60)	
PSF1	Bias	1.32	-0.22	-0.22	-0.42	-0.08	-0.03	-0.01	0.15	0.28	0.35	0.25	0.52	0.33	0.28	0.44
	rmse	41.49	1.47	1.58	2.20	1.26	1.31	1.49	1.18	1.23	1.39	1.19	1.28	1.34	1.19	1.26
PSF2	Bias	-1.88	-5.16	-0.46	-0.62	-5.22	-0.25	-0.38	-5.33	-0.15	-0.24	-5.31	-0.09	-0.20	-5.28	-0.14
	rmse	38.88	5.32	1.65	2.22	5.36	1.54	1.71	5.48	1.46	1.59	5.46	1.39	1.54	5.44	1.41
TTT1	Bias	0.86	-1.16	-0.15	-0.16	-1.17	-0.29	-0.38	-1.23	-0.54	-0.61	-1.32	-0.85	-0.67	-1.34	-0.95
	rmse	39.06	1.84	1.50	2.40	1.85	1.43	1.72	1.89	1.46	1.67	1.95	1.60	1.63	1.96	1.66
TTT2	Bias	0.45	-2.48	0.13	0.24	-2.49	0.13	0.13	-2.56	0.01	0.05	-2.64	-0.19	-0.10	-2.66	-0.27
	rmse	38.42	2.99	1.61	2.49	2.99	1.54	1.75	3.03	1.58	1.58	3.09	1.49	1.50	3.10	1.49
UUU1	Bias	-2.30	-0.30	0.19	-0.18	-0.30	0.11	-0.01	-0.29	0.26	0.00	-0.29	0.30	0.01	-0.29	0.28
	rmse	93.79	2.74	1.84	2.78	2.74	1.69	1.92	2.74	1.71	1.81	2.74	1.72	1.70	2.74	1.69
UUU2	Bias	3.96	-0.84	-0.07	-0.09	-0.82	-0.06	0.05	-0.82	0.07	-0.06	-0.82	0.11	-0.09	-0.83	0.21
	rmse	69.01	3.26	1.77	2.81	3.26	1.72	1.94	3.25	1.73	1.74	3.24	1.71	1.68	3.23	1.68
VVV1	Bias	2.30	0.28	0.00	0.00	0.29	0.08	0.08	0.29	0.14	0.13	0.29	0.16	0.13	0.29	0.15
	rmse	51.19	1.22	0.99	1.65	1.23	0.94	1.15	1.23	0.93	1.03	1.23	0.94	0.99	1.23	0.94
VVV2	Bias	2.84	0.51	0.03	0.01	0.53	0.09	0.08	0.53	0.16	0.17	0.52	0.18	0.16	0.52	0.17
	rmse	50.27	1.77	0.97	1.72	1.77	0.93	1.11	1.77	0.92	1.01	1.76	0.93	0.98	1.76	0.93
RRR1	Bias							0.53	0.18	0.07	-0.89	0.17	0.23	0.20	0.17	0.18
	rmse							58.63	2.33	2.15	26.47	2.32	1.93	20.15	2.33	1.89
RRR2	Bias							0.55	0.17	0.08	0.45	0.21	0.28	0.30	0.21	0.22
	rmse							6.55	1.87	1.85	3.98	1.89	1.94	3.46	1.89	1.87

而異，選取的標準分別是 bias 的絕對值最小、rmse 最小及 acc 最大的格點，圖上的編號註記即為格點所在位置。

如此將 3 種內插方法的結果和表現最佳之模式格點互相比較是比較嚴格的，但是若能比表現最佳之格點有更好的預報能力的話，也表示此種方法的表現優於模式中的任何一個格點。

各時間數列如圖 2~圖 16 所示，可以發現在地面氣壓場上 msec、msecr 法和表現最佳之模式格點都有非常優異的表現結果，而格點的平均及 din 法的表現並不理想，顯示對地面氣壓場而言，本文所提的方法有非常顯著的改進。溫度場的資料顯示 msecr 法和最佳模式格點的表現較好，尤其從 acc 序列圖 (圖 13) 的分布可看出有改善模式日夜變化的影響。在風場方面，msecr 法均有最佳的表現，尤其在緯向風場中更為明顯，不論是 bias、rmse 或是 acc 的表現和其它方法的差異遠遠大於其它氣象變數的表現。

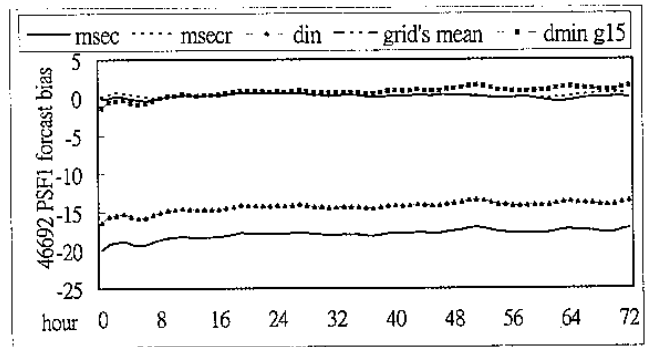


圖 2：地面氣壓 (PSF1) 在訓練期 28 天時，各方法偏差值的時間序列圖。

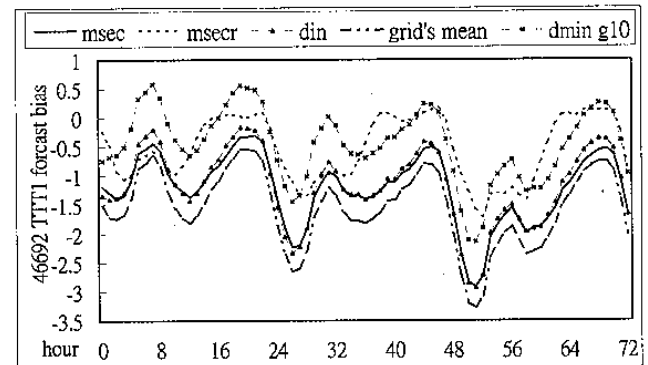


圖 3：同圖 2，但為溫度場 (ttt1)。

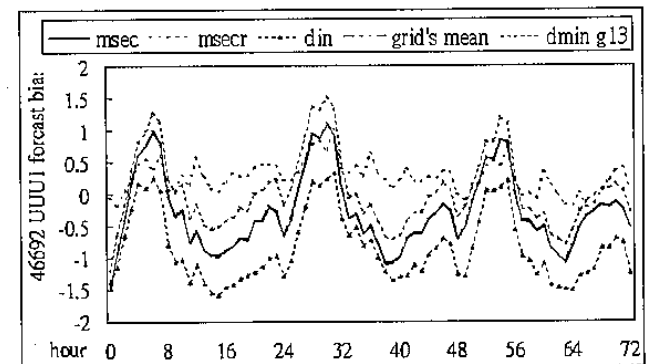


圖 4：同圖 2，但為緯向風場 (UUU1)。

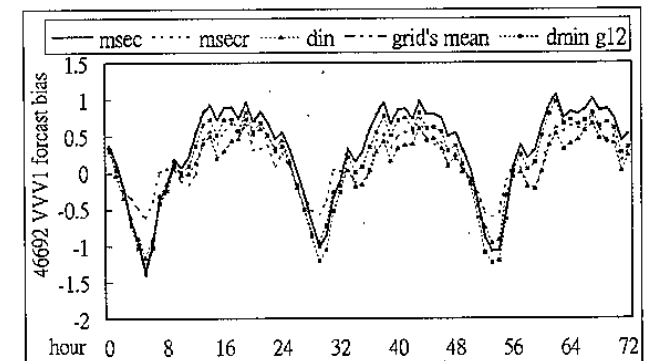


圖 5：同圖 2，但為經向風場 (VVV1)。

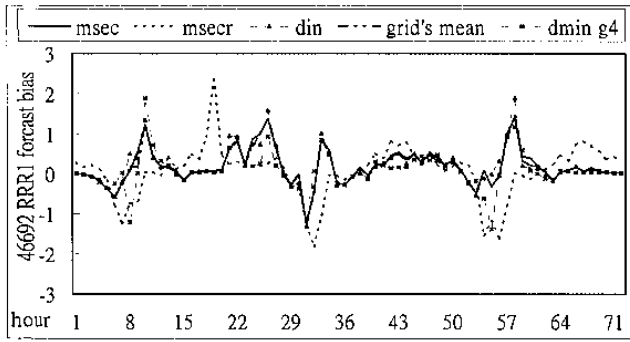


圖 6：同圖 2，但為雨量場（RRR1）。

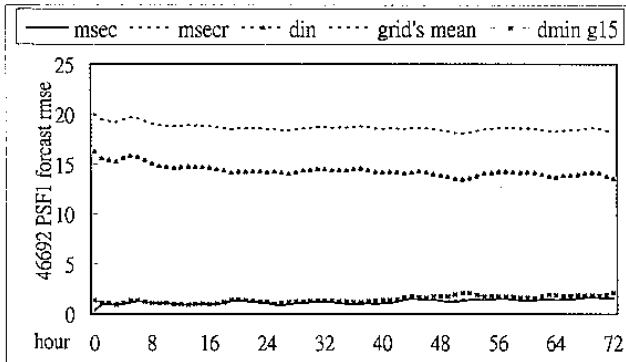


圖 7：同圖 2，但為均方根誤差值。

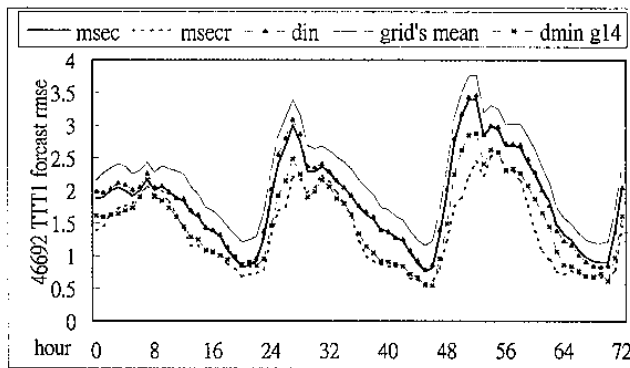


圖 8：同圖 7，但為溫度場。

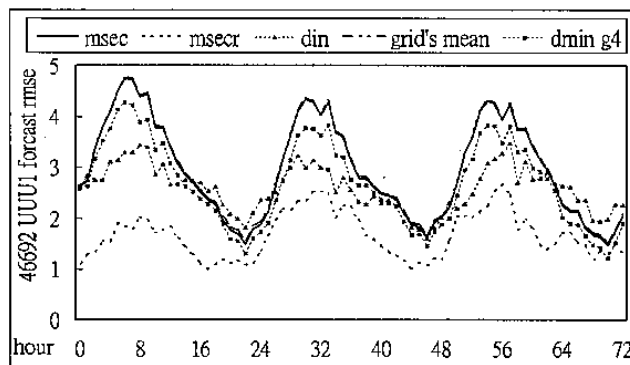


圖 9：同圖 7，但為緯向風場。

在雨量方面，ver1 的結果並無法明確指出哪一種方法有較好的表現，由表 2 卻發現 ver2 的結果幾乎均優於 ver1，如此是否隱含模式採用的積雲參數化法分

別有其適用的模式解析度？仍待進一步深入探討。此外，圖形顯示模式的調適期並不明顯，反而是日夜變

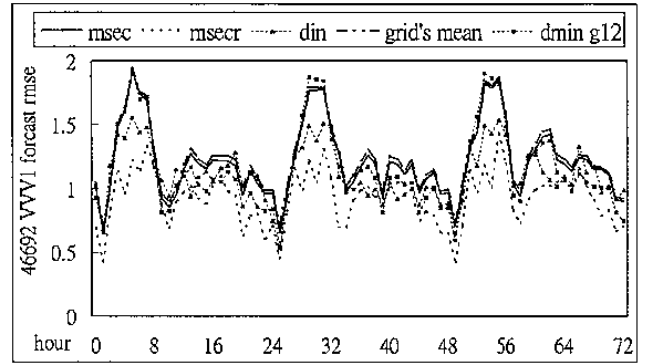


圖 10：同圖 7，但為經向風場。

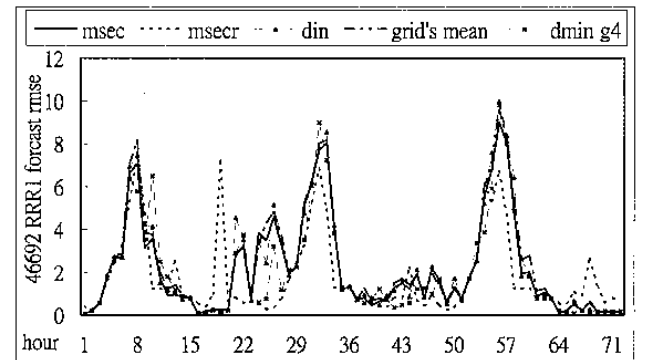


圖 11：同圖 7，但為雨量場。

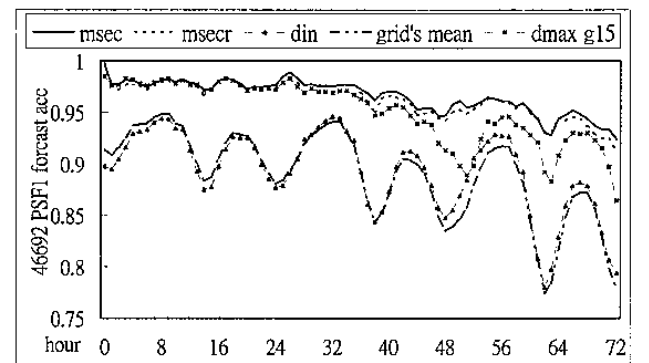


圖 12：同圖 2，但為異常相關係數值。

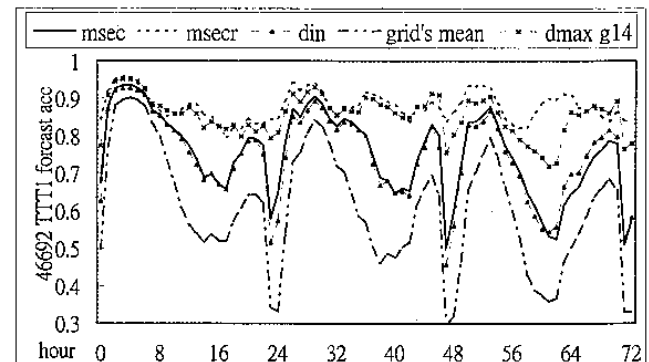


圖 13：同圖 12，但為溫度場。

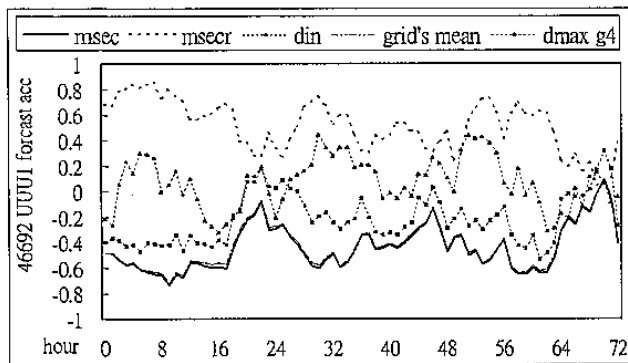


圖 14：同圖 12，但為緯向風場。

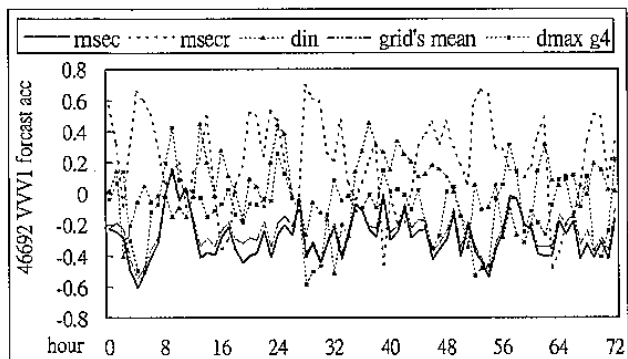


圖 15：同圖 12，但為經向風場。

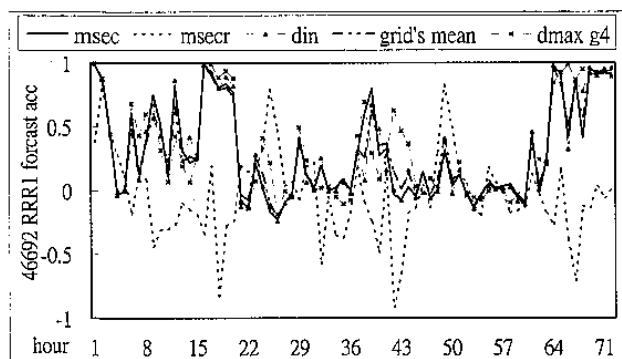


圖 16：同圖 12，但為雨量場。

化明顯，尤其是對於 acc，顯示模式本身的預報對日夜變化的掌握能力尚未達到理想的境界。

整體而言，msecr 法表現最好，msec 法是 PSF1 表現最佳的方法；不論從 bias、rmse 或 acc 來看，表現最佳之格點有很高的比例並不是發生在最靠近測站的 4 個格點 (G6、G7、G10、G11)。

地面氣壓和溫度表現最佳之格點比較穩定並不會隨著內插方法而有太大的改變，風場和雨量場則變化較大，原因可能來自壓力和溫度在時間上是較連續的分布，本文所提之內插方法才有較準確的預報能力，acc 平均值可達 0.8 以上；而風場和雨量場的預報相對較差，可能因為風場和雨量時間上的連續性較差，造成預報值有較大的誤差。

四、結論

綜合上述分析顯示，本文所提的 3 種內插方法

中，整體而言，msecr 法不論在何種氣象場的表現，都是最好的，並且明顯地改進了氣壓和溫度的預報，此法的結果也不易受訓練期長短的影響，是非常值得推薦的方法。相較而言，reg 法即受到訓練期長短相當大的影響，在本文的研究中顯示長於 28 天以上的訓練期才能有比較可信的結果。

就分別的氣象場而言，地面氣壓和溫度的結果優於風場和雨量場，尤其遇到陣風或是陣雨時，都無法即時表現出此種狀況的發生，使得其變化差異非常大。此外，表現最佳的模式格點在大部分的氣象場中，有很高的比例並不是發生在最靠近測站的 4 個格點上，如此的結果有違一般的傳統印象，是地形或有其它因素所影響？尚需進一步探討。

現在氣象局所使用的最近 4 點內插方法是使用最靠近測站的 4 個格點，再依其與測站的距離關係進行內插，在本文分析中其顯示其結果並不理想，甚至在地面氣壓場中，其結果與表現最佳的格點之預報結果差異甚大，本文所提方法的結果均優於此法的結果，而最大的優點即是只需要短期的資料，約 1 個月的資料來作訓練期即可有不錯的結果，不像 MOS (model output statistics) 方法需要非常長期 (好幾年) 的資料訓練；因訓練期短，更能貼近所預報的天氣型態，其準確性在天氣轉換或是發生與過去不同的天氣型態時，必能比利用好幾年資料所訓練出來的權重求得的結果更精確地貼近所要預報的天氣型態。

本文所提之 3 種方法在將模式的格點內插到測站上，都會遇到的問題便是：若將不好的天氣型態加入分析或是遇到臨時變換的天氣系統，例如陣風或是陣雨，其結果勢必不好。但是若想要完全避免此種情況是很難達到的。因為天氣型態是瞬息萬變的，若一味的將不好的天氣型態刪除，很可能將實際會發生的情況刪除，如此是不合理的。如何取得其中的平衡點，尚需進一步的研究。

雖然本文所提之內插方法在大部分的情況下，比現有之最近 4 點內插方法的表現好，但是還是有很大的改善空間的，由於目前只有 3 個月的受試資料，是否有足夠的代表性仍需進一步檢驗，未來將增加資料的時間長度，以期驗證不同的天氣型態是否會有相同的結果。

五、參考文獻

- 張庭槐，2001：中央氣象局系集預報結果之校驗分析。第七屆大氣科學研討會，434-438。
- 張庭槐，2002：多模式迴歸系集預報系統之建立。交通部中央氣象局專題研究報告第 CW91-1A-10 號，22pp。
- 張庭槐，2005：降尺度數值預報之研究：測站時間序列的預報。交通部中央氣象局專題研究報告第 CW94-1A-05 號，20pp。
- Krishnamurti, T. N., C. M. Kishtawal, Z. Zhang, T. LaRow, D. Bachiochi, and E. Williford, 2000: Multi-model Ensemble Forecasts for Weather and Seasonal Climate. *J. Climate.*, 123, 4196-4216.