

中央氣象局四維變分系集預報系統

曾建翰¹ 張庭槐² 張忍成³
氣象科技研究中心¹ 氣象資訊中心² 中國文化大學³
中央氣象局^{1,2}

摘要

模式的預報誤差源自模式的不完美或是不確定的初始場。模式的不完美可經由多模式的系集預報產生更接近實際天氣的預報結果，而經由不同初始場但是單一模式預報的分歧結果，也可形成一組系集預報得到較佳的預報結果。單一模式的系集預報將焦點放在大氣的穩定度分析上，嘗試得出在一個控制模式下所能得到的最分歧的一組系集平均結果。本文採用歐洲中心的奇異向量法，利用中央氣象局四維變分系統中的正切線性模式與伴隨模式，按大氣能量內積定義計算 72 小時內最快成長的 10 組擾動，再將其加入動力非線性模式與全球模式中得出一組系集預報。

針對所選的個案 2001 年 12 月 19 日的 5 天預報而言，將加入動力非線性模式的擾動分成：(1)直接將奇異向量當成擾動加入；(2)將奇異向量乘以 0.4 倍率後加入；(3)利用 NMC 估算模式誤差法重新安排奇異向量的量級後加入。經比較分析後發現第(3)方法得到較分歧的一組系集結果，而此方法將加入 T119L30 完整全球模式中，作為往後中央氣象局四維變分系集預報系統的基本架構。

關鍵字：奇異向量、正切線性模式、伴隨模式

一、前言

大氣變化是一個混沌的非線性系統，模式初始值的誤差將會造成往後的預報結果很大的不同，所以全球的作業中心於 90 年代初期開始做系集預報系統的規劃與實際作業 (Buizza et al, 2005)，而針對初始值誤差的作法以兩種方式為主，一是 NCEP 的誤差生成法 (breeding method)，一是 ECMWF 的奇異向量法 (singular vectors)。同時，另外中作法是利用同一個初始場但是不同的物理過程 (physical schemes) 所做的系集預報，以加拿大的氣象服務中心 (MSC) 為代表。在另一方面，Krishnamurti et al. (2000) 提出使用多模式統計合成結果的超系集預報，也是另外一種思考方式。但本文將焦點放在僅使用單一模式上，藉著些微差距的初始場上，探討模式預報分歧的過程。如此進行的理由是想藉由些微差距的初始場研究大氣基本環流的可預測度問題，而這些造成初始場些微不同的擾動可再利用，從事模式敏感度問題，為以後模式的動力過程或是物理過程參數化的參考。

二、研究工具與資料來源

四維變分系集預報系統採用變分同化系統中的正切線性模式與伴隨模式的計算 72 小時內能量內積成長最快的一組奇異向量，當成是加入全球模式的一組擾動基底。數學上的形式可寫為

$$\begin{aligned}\|x'(t_f)\|^2 &= \langle Dx'(t_f), EDx'(t_f) \rangle \\ &= \langle DLx'(t_0), EDLx'(t_0) \rangle, \\ &= \langle L^T DEDLx'(t_0), x'(t_0) \rangle \\ &= \langle E^{-1}L^T DEDLx'(t_0), Ex'(t_0) \rangle\end{aligned}$$

其中， E 為描述能量的算子， D 為描述計算範圍的算子， x' 為擾動向量，而 L 與 L^T 分別為正切線性模式算子與伴隨模式算子。當求算 $E^{-1}L^T DEDL$ 這個算子的特徵向量 v' 與特徵值 σ^2 時可得到下列關係式：

$$\begin{aligned}\|v'(t_f)\|^2 &= \langle Dv'(t_f), DEv'(t_f) \rangle \\ &= \sigma^2 \langle v'(t_0), Ev'(t_0) \rangle\end{aligned}$$

在此式中，某一特定範圍、特定時間 t_f 的特徵向量能量將與初始時間的特徵向量能量由一個特徵值連結，當我們將特徵值取出最大的 10 組，這表示了 10 組能量最快的特徵向量，如果將此特徵向量當作是擾動，這也就是代表 10 組能量成長最快的擾動。本文隨後的焦點就放在如何將這最大的 10 組向量，經量級尺度分析代表 10 組擾動加回全球模式求算系集結果，而特定時間 t_f 的範圍是 72 小時。

本文中採用中央氣象局全球模式使用的網格資料，垂直共分成 16 層，選取的模式初始時間為 2001 年 12 月 19 日，使用的模式解析度分別為：正切線性模式與伴隨模式，T42L30；完整全球模式，T119L30。也就是說，求算奇異向量特徵值問題時，一則因為求算出的擾動尺度 T42L30 的解析度已經足以解析，二則為節省計算成本與時間，所以採用低解析度解動力模式。待擾動合成後，將其內插成高解析度，供完整全球模式 T119L30 所用。

式物理過程提供另外一種思考方式。

三、系集預報結果

所求出的 10 組奇異向量，本文用三種方式將其加回 T42L30 的非線性動力模式中，擇其優者，將其加回 T119L30 的完整全球模式中。奇異向量與加入的擾動間可假設存在有下列的關係式，

$$\delta \mathbf{x} = \text{scale} \times \mathbf{x}' ,$$

其中， \mathbf{x}' 為奇異向量， $\delta \mathbf{x}$ 即為加入模式中的擾動， scale 這個參數的選取是：

(1) $\text{scale} = 1.0$,

(2) $\text{scale} = 0.4$,

(3) $\text{scale} = \frac{\|\delta \mathbf{x}(= \mathbf{x}(t_{12}) - \mathbf{x}(t_{24}))\|}{1.2 \times \|\mathbf{x}'\|}$.

選擇(1)的理由是，由正切線性模式與伴隨模式的能量內積推導，奇異向量本身即是一組可加回正切線性模式中的成長最快擾動，理所當然可以加入動力非線性模式中。參數(2)作為與參數(1)的比對，用來驗證當較小的量級是否有較小的預報分歧度。而參數(3)是仿照 NMC 估計模式誤差的特性，利用全球模式 12 小時預報場減去 24 小時預報場取其向量的長度值後，在除以 1.2，並除掉奇異向量的向量長度值。換言之，奇異向量的量級尺度用模式誤差取代，但是奇異向量的方向並沒有改變。

以(1)所做的 5 天系集分佈圖如圖 1a(22)，以(2)所做的是圖 1b(23)，以(3)所做的是圖 1c(26)。其中紅色的等值線是實際觀測值，也就是 2001 年 12 月 24 日 12 UTC 的分析場。由此發現，圖 1c 所呈現的 NMC 誤差估計法所調整的奇異向量預報要比其他二種好。而參數方法(2)的預報分歧度的確比方法(1)要小，這代表由正切線模式與伴隨模式所計算出的奇異向量，其量級尺度有一定代表性，在帶入動力非線性模式後， $\text{scale} = 1.0$ 的預報分歧度比 $\text{scale} = 0.4$ 大。但是根據 Molteni et al.(1996)及歐洲中心後續網站上的技術文件指出，要想得到一組分歧夠大，而且能代表整個機率密度空間並含有實際觀測值的奇異向量，需要再經過一道尺度分析得手續。歐洲中心的團對有許多長期模式誤差的資料可供研究，如模式誤差的協方差矩陣。以中央氣象局現有的研究環境下，NMC 方法是一個折衷的結果。

我們根據參數(3)的設定將奇異向量加入 T119L30 的完整全球模式中，得到得結果如圖 2(30)。圖中的淺綠色線是不加奇異向量的控制組對照，紅色的線是實際觀測值，整體來看，預報分歧度不若圖 1a 及圖 1c，由非線線性動力模式所呈現的結果，猜測其可能原因為：完整全球模式的物理過程將奇異向量所估計的擾動消散掉，不像動力模式中，擾動可以透過大尺度環流基本場取得能量成長。但是，從北美太平洋區和大西洋區來看，經過系集預報的計算或是系集平均要比單一控制組得計算為佳，儘管東亞台灣地區的控制組計算比系集預測的結果為佳。再者，奇異向量合成的方法仍有研究的價值，而對於物理過程的詳細定量研究將對模

四、結論與討論

本研究利用中央氣象局發展四維變分資料同化技術時的正切線性模式與伴隨模式，配合能量內積找出 10 組成長最快的奇異向量，並嘗試合成出 10 組擾動進行系集預報。從初步結果來看，

1. 加入擾動後，針對微小差異的初始值可得到一組分歧性的模式預報，可模擬機率密度空間的特性，可從平均後，逼近真實大氣的演化過程，從而提高預報準確度。
2. 動力非線性模式的分歧度比完整全球模式來的大，這反應出全球模式的物理過程將奇異向量製造的擾動過程平滑掉，這也定性暗示出物理過程對不同初始場影響的比重，這部份值得再深入探討。
3. 北半球的北美西岸太平洋區及歐洲大西洋區針對些微不同初始場模式的預報有交多分歧性，相對而言，中西太平洋的預報分歧性不大，也就是說，分歧性大的地區集中在低頻反應區。另一個角度來看，如果我們要作低頻反應區外的系集預報，一是繼續使用電腦資源算出排列在後的奇異向量，一是對能量內積重新定義，交重點放在所要探討的地區。
4. 中亞到東亞地區，系集預報並不能掌握實際大氣的演變，與觀測值有很大出入，而原控制模式對實際天氣已經有相當好的掌握但是系集系統將預報作的更偏離實際天氣型態。此外，台灣東北方的短槽，所有的預報都失效，這是本文為什麼選取此個案的理由之一，因為快速通過的短槽造成台灣北部氣溫驟降。

在此同時，我們也用亂數隨機誤差的方式製造擾動，及結果如圖 3，可發現分歧度不若奇異向量的擾動，這暗示隨機誤差的選取必須有些技術，像是仿照 NCEP 的誤差生成法 (breeding method) 製照方可得到較佳得分歧度，總結來說，本文採用的系集預報提供了較傳統單一的控制預報更多的選擇，在驗證的某些北半球地區，提供較佳的預測。

本文並未將兩種以上的奇異向量合成為一個擾動，而根據 ECMWF 的作法，挑選不一樣地區的奇異向量，合成為一個初始擾動，將會得到擾動非線性交互作用後另一種大氣變化，這有待於以後更進一步的研究。

五、參考文獻

- 曾建翰，2003：四維變分可預測度研究 (I)。中央氣象局研究發展專題，24 頁。
- 張庭槐、曾建翰、張忍成，2001：中央氣象局系集預報系統。氣象學報，43，1-11。
- 鄒曉蕾、曾建翰、張忍成，1997：設計及研發全球

- 伴隨波譜模式 (I)。交通部中央氣象局委託計畫
成果報告, 133 頁。
- Buizza R., P. L. Houtekamer, Zoltan Toth, Gerald
Pellerin, Mozheng Wei, 2005: A comparison of the
ECMWF, MSC, and NCEP global ensemble
prediction system. *Mon. Wea. Rev.*, **133**,
1076-1097.
- , J. Tribbia, F. Molteni and T. Palmer, 1993:
Computational of optimal unstable structures for a
numerical weather prediction model. *Tellus*, **45A**,
388-407.
- and T. Palmer, 1995: The singular-vector
structure of the atmospheric global circulation. *J.*
Atmos. Sci., **52**, 1434-1456.
- Krishnamurti T. N., C. M. Kistawal, D. W. Shine and C.
E. Willi-ford, 2000: Improving tropical
precipitation forecast from a multi-analysis
superensemble; *J. Climate*, **13**, 4217-4427.
- Molteni, F., and T. N. Palmer, 1993: Predictability and
finite-time instability of the northern winter
circulation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**,
269-298.
- , R. Buizza, T. N. Palmer and T. Petroliagis,
1996: The ECMWF ensemble prediction system:
methodology and validation. *Quart. J. Roy. Meteor.*
Soc., **122**, 73-119.
- Palmer, T. N., 1996: Predictability of the atmosphere
and oceans: from days to decades. In: (D. L. T.
Anderson and J. Willerband, editor) *Decadal
climate variability: dynamics and predictability*, pp.
83-155.
- , R. Gelaro, J. Barkmeijer, and R. Buizza,
1998: Singular vectors, metrics, and adaptive
observations. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 633-653.
- , 1999: Predicting uncertainty in forecasts
of weather and climate. *ECMWF Technical
Memorandum*, **294**, Shinfield Park, Reading,
RG29AX, U. K., 63pp.
- Reynolds, C. A. and R. M. Errico, 1999: Convergence
of singular vectors toward Lyapunov vectors. *Mon.*
Wea. Rev., **127**, 2309-2323.

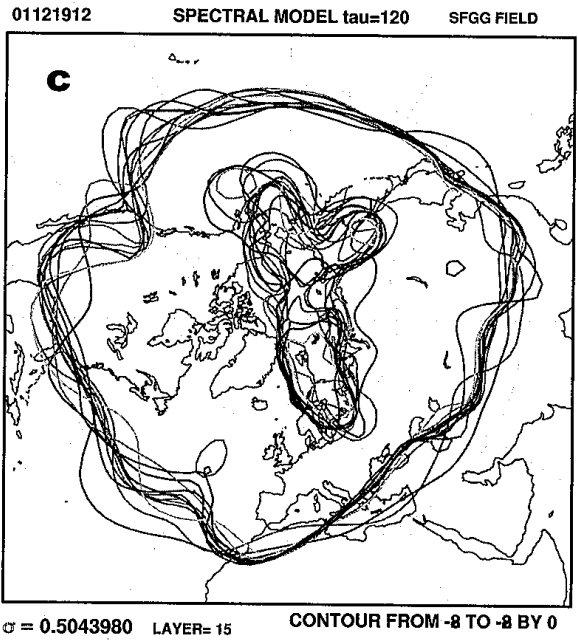
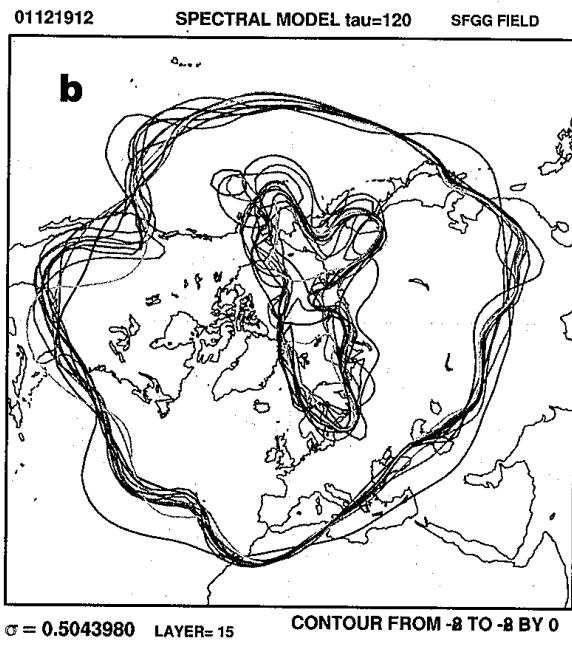
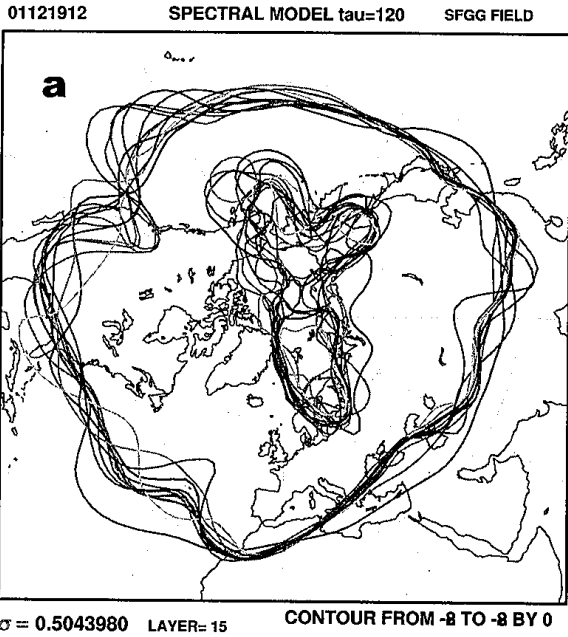


圖 1 針對 2001 年 12 月 19 日初始場，預報時 120 小時，觀測值（紅色線）與無奇異向量控制預報（淺綠色線），以及 10 組奇異向量加入的預報結果（其餘色線），圖中僅顯示 -2×10^7 , $-8 \times 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 這兩條等值線。圖 1a 是採用方法(1)所做的系集預報；圖 1b 是採用方法(2) 所做的系集預報；圖 1c 是採用方法(3) 所做的系集預報。

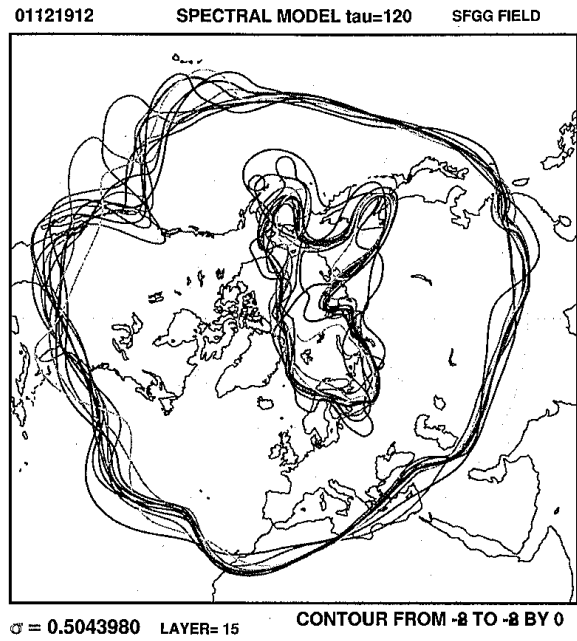


圖 2 同圖 1，但是為利用完整全球模式，採用方法(3)所做的系集預報。

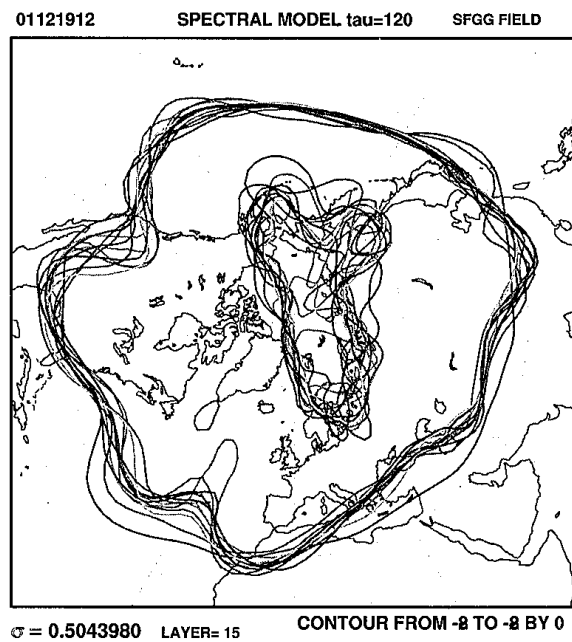


圖 3 同圖 1，但是擾動的選取為亂數隨機產生，為擾動生成法坐坐的系集預報。