

利用三維變分的新熱動力反求法— 應用於真實的雷達風場及其與傳統方法之比較

鄧仁星
氣象科技研究中心
中央氣象局

摘 要

本研究利用真實資料探討一新的熱動力反演法的可行性。此新的反演法是利用三維變分法去得到一組最滿足動量及熱力方程式的溫度與壓力擾動值，由於此方法在三維上同時解得壓力及溫度值，故其所得為一相對整個體積平均的偏差量，較Gal-Chen(1978)的方法僅能得到相對水平平均的偏差量可謂進一大步。且此方法亦可運用於其他非卡氏座標系統（如追隨地勢座標）。

經由一颱風個案之真實雷達資料測試之下，此方法在水平面上所得之擾動場與Gal-Chen(1978)所得結果非常接近，證明此方法所得之水平分布基本上是合理的。在垂直結構上，不論在卡氏或追隨地勢座標，亦或所含之資料量多寡，此方法所得之垂直結構是一致的，反觀在Gal-Chen(1978)方法所得則有明顯不同。證明此方法的確能解決Gal-Chen(1978)方法中水平平均值不確定造成垂直結構誤判的可能性。

而經由對變分法中之熱力方程之權重係數做測試時發現，當其權重漸漸變小而趨近於零時，其反演出的結果與Gal-Chen(1978)的結果類似，但當其愈來愈大時，反演所需花費的重覆運算次數不僅增加，且其結果有垂直壓力梯度力增加的現象。另外針對反演次數及變分法中每項的收斂情形做比較發現，收斂狀況以垂直的動量方程項速度最快，僅需幾個運算次數，其值就下降至百分之十以下，熱力方程則因初始值就很小，一開始會被放大，爾後則維持相當緩慢的下降。因本個案在水平上之壓力梯度主要為東西方向，水平的動量方程之收斂以東西向的動量方程為主，但運算次數到達兩千次以上後（下降至約百分之二十三），其收斂速度亦變緩慢，在不同運算次數之結果比較顯示，利用在追隨地勢座標下之原始雷達資料（C組資料）所反演之結果，其垂直壓力梯度會隨著運算次數增加而增加，而若將些許資料刪除後的資料反演所得，其結果顯示會將類似Gal-Chen(1978)之結果的壓力垂直配置緩慢的校正，至4000次以上才漸與C組資料所得接近。

而針對熱力方程中之飽和水氣含量估計的測試得知，雖然利用反求所得之壓力與溫度重新計算各點的飽和水氣含量，再次反求壓力與溫度，其結果並沒有很大的差異，顯示利用環境大氣所估計的飽和水氣含量計算熱力方程式中之水氣含量，對利用變分法反求壓力與溫度運用在此個案為一不錯的近似。

一、前言

台灣是一個多山的海島，五大山脈（雪山山脈、中央山脈、玉山山脈、阿里山山脈及海岸山脈）縱貫全島，地勢高於3000公尺的高山有100座以上，最高峰玉山高度幾近4000公尺（如圖1）。在如此複雜而陡峭的地形下，由於地形的動力及熱力的作用，不僅有許多的降水系統在山區附近發生，更使絕大多數經過或接近台灣的天氣系統受到此地形的影響。在二十一世紀初，台灣將於眾單位（氣象局、民航局、空軍、水利局）的通力合作之下，建置完成環台的都卜勒雷達觀測網（如圖1），此雷達觀測網將涵蓋整個臺灣本島及其附近海域，提供台灣地區降水系統的時空高解析度即時監測。

由於都卜勒雷達的觀測項目僅有雷達回波場及徑向速度場，如何由此兩雷達觀測之因子，得到一般的氣象因子（諸如三維風向量、壓力、溫度及水汽場等），一直是雷達氣象學者研究的主題之一。歷經五十餘年的研究發展，雷達氣象學者提出了很多的解決方法。對於切向風的求得，大致可分為三大類，其中最為普遍的是利用另外一組同時觀測但不同觀測角度的都卜勒雷達資料（雙都卜勒），經由兩雷達觀測的幾何關係及連續方程式而得。僅利用另一接收雷達進行所謂的雙靜（bistatic）觀測則是此類方法的變異。第二種方法則是假設回波（或徑向速度）為一在氣流內之追蹤者，由此去決定流場之大小及方向。此類方法又可分為利用統計技術（如TREC; Tuttle and Foote 1990）及利用回波保守方程所演生的技術（Qiu

and Xu 1992; Gal-Chen and Zhang 1993; Xu et al. 1993)。第三種方法為取單都卜勒雷達之連續觀測所得(徑向速度及/或回波強度)，利用一可信之數值天氣模式與之配合所演生之方法(四維資料同化)。

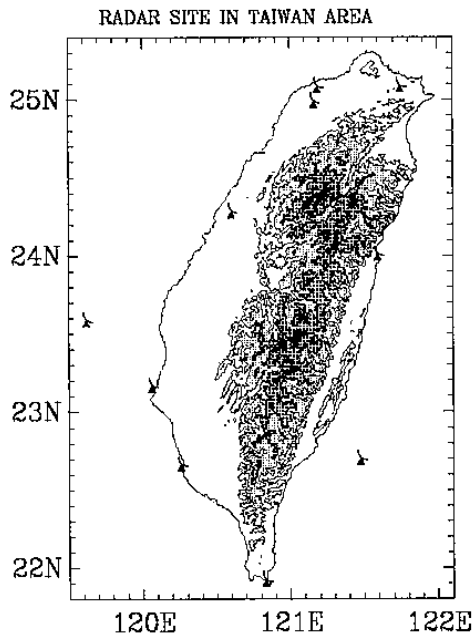


圖 1：台灣地區環台雷達網及地形圖

在三維風場得到後，對於壓力與溫度場的反演技術，以Gal-Chen (1978)之方法最為通用(簡稱為GC78)，GC78的方式，主要是解一個與壓力有關的包桑方程式(poisson equation)，當壓力求得後，再利用垂直的動量方程式解得溫度場。值得注意的是，此方法僅能得到相對於擾動量的水平平均值的偏差量，由於對於垂直上每層的擾動量的水平平均值並無法得知，若要利用此反演結果探討垂直結構時，極有可能是不正確的。

Deng and Chen (1994) 提出，在複雜地形區，利用追隨地勢座標下的雙都卜勒合成方法，其所得之三維風場較為合理。Teng et al. (2000) 並利用此方法成功的探討TAMEX IOP#2之一颶線個案進入台灣本島後之內部結構變化。但因座標之改變，使得Gal-Chen (1978)提出的熱動力反求法不適用。Liou (2001) 提出利用變分法(variational method)去反求壓力及溫度場，其所得到的為相對整個體積平均之偏差量，適度的解決GC78方法所得的壓力及溫度擾動場水平平均的不確定性，但其研究中僅就模式所得之理想資料探討此方法之可行性。

在本研究中，吾人將其方法擴展至追隨地勢座標下，且利用真實資料分析並與GC78之方法所得做比較。

二、方法及資料來源

在追隨地勢座標下的動量方程式及熱動力方程

式可寫成：

$$\frac{\partial p'}{\partial x} + A \frac{\partial p'}{\partial \eta} = F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial y} + B \frac{\partial p'}{\partial \eta} = G, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial \eta} + C \theta'_{vc} + D p' = H, \quad (3)$$

$$u \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial \eta} = T_E, \quad (4)$$

其中

$$A = \frac{\eta - z_t}{z_t - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial x}, \quad B = \frac{\eta - z_t}{z_t - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial y}, \quad C_0 = \frac{z_t - z_g}{z_t},$$

$$F = -\rho_0 \frac{du}{dt}, \quad G = -\rho_0 \frac{dv}{dt}, \quad H = -\rho_0 C_0 \left(\frac{dw}{dt} + g q_r \right),$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad C = -\frac{C_0 \rho_0 g}{\theta_0},$$

$$\rho_0 q_r = 10^{0.057143 \times (dBZ - 43.1)}, \quad D = -\frac{C_0 \rho_0 g (\kappa - 1)}{p_0},$$

$$T_E = -\frac{L}{c_p \pi_0} \frac{dq_v}{dt} - \frac{w}{C_0} \frac{\partial \theta_0}{\partial \eta} \left(1 - 0.61 q_v' + q_c \right) + \theta_0 \frac{d}{dt} \left(0.61 q_v' - q_c \right),$$

若在地形高度為0的情況下，追隨地勢座標等於卡氏座標，(1)及(2)式中的A及B項為0，GC78提出，對(1)式做x方向的微分，對(2)式做y方向的微分，再將兩個相加得到一壓力的包桑(poisson)方程：

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y}, \quad (5)$$

(5)式可利用連續過緩和法及Neumann的邊界法解得壓力場，再代入(3)式解得溫度場，唯其解得的壓力及溫度場實際是 $p' - \langle p' \rangle$ 及 $\theta'_{vc} - \langle \theta'_{vc} \rangle$ ，即壓力與溫度擾動場相對於水平平均值的偏差量(p'' 、 θ''_{vc})，每一層的水平平均值是未知的，若要得到真正的擾動場或真值，則必需於分析區域內有另外的垂直觀測值(如探空資料)方可。且此方法在有地形存在(A及B項不為0)的追隨地勢座標下無法運作。

另外，在熱動力方程中之 T_E 項內之 q_v 及 q_c 項因無其他觀測得知，故在此我們假設 $q_v = q_{vs0}(p_0, t_0)$ ， $q_c = 0$ 。

利用變分法，以動量方程式及熱動力方程式(方程式(1)至(4))為基礎，本反演技術的價值函數(cost function)可寫為：

$$J = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} \left(\alpha_1 P_1^2 + \alpha_2 P_2^2 + \alpha_3 P_3^2 + \alpha_4 P_4^2 + \alpha_5 P_5^2 + \alpha_6 P_6^2 \right) d\Omega, \quad (6)$$

其中

$$P_1 = \left(\frac{\partial p'}{\partial x} + A \frac{\partial p'}{\partial \eta} - F \right),$$

$$P_2 = \left(\frac{\partial p'}{\partial y} + B \frac{\partial p'}{\partial \eta} - G \right),$$

$$P_3 = \left(\frac{\partial p'}{\partial \eta} + C\theta'_{vc} + Dp' - H \right),$$

$$P_4 = \left(u \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial \eta} - T_E \right),$$

$$P_5 = \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial \eta^2} \right),$$

$$P_6 = \left(\frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial \eta^2} \right)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ 為權重係數，在本研究之控制模組中分別為 1, 1, 1, 0.1, 0.001, 0.001。

令 $\delta J = 0$ 求此價值函數的極小值，可得

$$\begin{aligned} \delta J = \iiint_{\Omega} & \left[\alpha_1 P_1 \left(\frac{\partial \delta p'}{\partial x} + A \frac{\partial \delta p'}{\partial \eta} \right) + \alpha_2 P_2 \left(\frac{\partial \delta p'}{\partial y} \right) \right. \\ & + B \frac{\partial \delta p'}{\partial \eta} + \alpha_3 P_3 \left(\frac{\partial \delta p'}{\partial \eta} + C \delta \theta'_{vc} + D \delta p' \right) \\ & + \alpha_4 P_4 \left(u \frac{\partial \delta \theta'_{vc}}{\partial x} + v \frac{\partial \delta \theta'_{vc}}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial \delta \theta'_{vc}}{\partial \eta} \right) \\ & + \alpha_5 P_5 \left(\frac{\partial^2 \delta p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta p'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta p'}{\partial \eta^2} \right) \\ & \left. + \alpha_6 P_6 \left(\frac{\partial^2 \delta \theta'_{vc}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta \theta'_{vc}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta \theta'_{vc}}{\partial \eta^2} \right) \right] d\Omega, \end{aligned} \quad (6)$$

利用部分積分法可得此價值函數對於控制變數 (p', θ'_{vc}) 的梯度

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial p'} = & - \left(\frac{\partial \alpha_1 P_1}{\partial x} + \frac{\partial A \alpha_1 P_1}{\partial \eta} \right) - \left(\frac{\partial \alpha_2 P_2}{\partial y} + \frac{\partial B \alpha_2 P_2}{\partial \eta} \right) \\ & - \frac{\partial \alpha_3 P_3}{\partial \eta} + D \alpha_3 P_3 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\alpha_5 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} \right) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\alpha_5 \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\alpha_5 \frac{\partial^2 p'}{\partial \eta^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \theta'_{vc}} = & C \alpha_3 P_3 - u \frac{\partial \alpha_4 P_4}{\partial x} - v \frac{\partial \alpha_4 P_4}{\partial y} \\ & - \dot{\eta} \frac{\partial \alpha_4 P_4}{\partial \eta} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\alpha_6 \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial x^2} \right) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\alpha_6 \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\alpha_6 \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial \eta^2} \right), \end{aligned}$$

此方法的極小化步驟如下：

- (1) 先給定欲求變數（溫度及壓力擾動場）之初始猜測值。

(2) 利用(2.21)式計算泛函值。

(3) 利用(2.23)，(2.24)式計算泛函的梯度。

(4) 利用 Liu and Nocedal (1988)提出的 quasi-Newton conjugate gradient algorithm VA15AD，決定極小化過程中的尋找方向及大小。得到一組新的估計值。

(5) 反覆 2~5，直到滿足條件的解得到。

在本研究中所選取的資料為 1996 年 7 月 31 日 21:35 LST 的北台灣地區之雙都卜勒雷達（五分山及中正機場雷達）資料，此為一侵台颱風個案（賀伯颱風），其風場資料之分析與 Teng et al. (2000) 所提之方法類似，均是架構在追隨地勢座標下。所得之水平風場與回波強度場在 $\eta = 1.5 \text{ km}$ 高之配置如圖 2，圖中之原點為中正機場雷達之位置，此時颱風中心位於圖之東方尚未進入分析範圍內，水平風場明顯可見颱風眼牆部分的弧狀氣流，最強風速可達 50m/s 以上。我們以此組資料當做參考組資料（並名之為 C 組資料），為了與 GC78 之方法做比較，因其僅適用於卡氏座標，故吾人將 C 組資料內插至卡氏座標系統，且名之為 A 組資料。又因為了比較資料多寡造成的影響，吾人將 A、C 兩組資料東邊低層（ $x \geq 31 \text{ km}$ ， $\eta \leq 3 \text{ km}$ ）之資料去除而得到 B、D 組資料，利用此 4 組資料探討此方法的可行性。

三、結果與討論

首先，由於 GC78 所得為相對擾動之水平平均值的偏差量之唯一解，為了探討變分法所得結果之可信度，將 A 及 B 組資料分別利用 GC78 及變分法反求壓力及溫度場，並將變分法所得減去其水平的平均值，結果得知兩方法所得在水平分布上非常近似（圖 2），顯示利用變分法之反演技術所得有其一定的可信度。而兩組資料所得結果之差，主要是因為吾人將大部分 A 組資料中得壓力負值區刪除，而使得 B 組資料所得之壓力零值線往西偏移（由位於 $x=25 \text{ km}$ 移至 $x=15 \text{ km}$ 左右）（圖未列出）。而由於此偏移現象發生在資料被吾人刪除之低層（ $\eta \leq 3 \text{ km}$ ），在其以上之層因資料未被刻意刪除而無此偏移現象之產生，如此在垂直剖面上，B 組資料利用 GC78 方法反求之壓力會在 $\eta = 3 \text{ km}$ 附近產生一擁有非常強垂直壓力梯度的不連續層（圖 3）。但若利用變分法反求壓力時，就不會有此不連續得情況產生，且 A、B 兩組資料所得的壓力垂直分布非常一致。同樣的情形亦會發生在所反求之溫度場上（圖 4），利用 GC78 方法於 B 組資料時，因在不連續層區有很強的正壓力梯度存在，由垂直動量方程式中（第 3 式），因 C 項為負值，故因該層有強的正壓力梯度，會得到強的溫度擾動正值區。另外，就算以 A 組資料利用 GC78 方法反求溫度，吾人可發現分布大致是東側為正、西側為負，但以變分

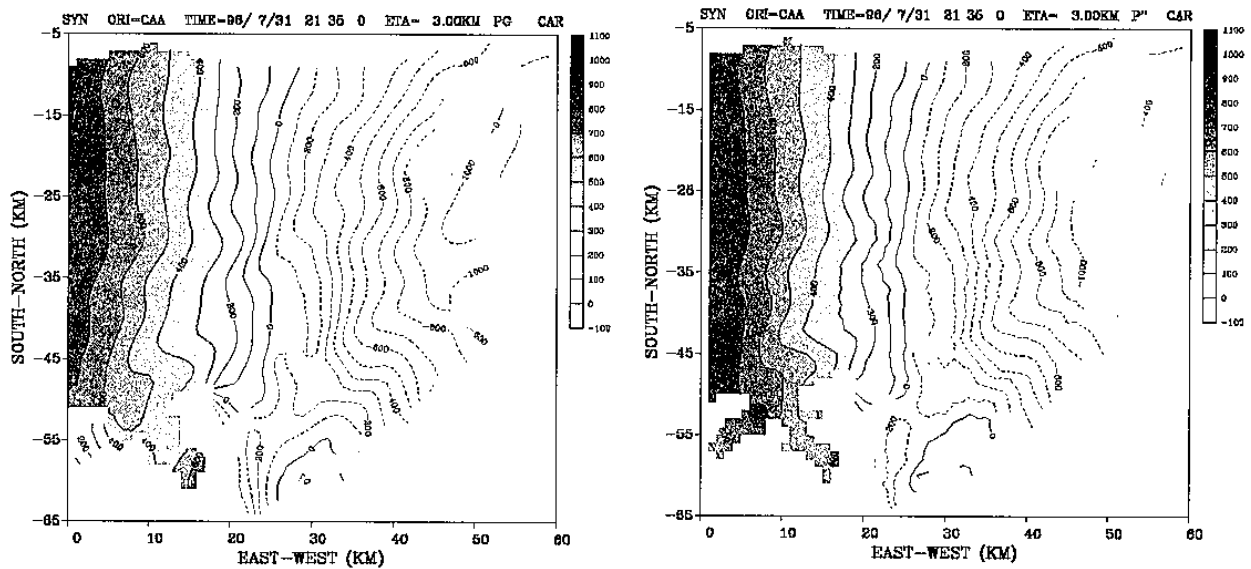


圖 2：A組資料利用GC78（左圖）及變分法（右圖）所得之相對水平平均之壓力擾動偏差量在 $\eta = 3 \text{ km}$ 高度之水平分布圖。

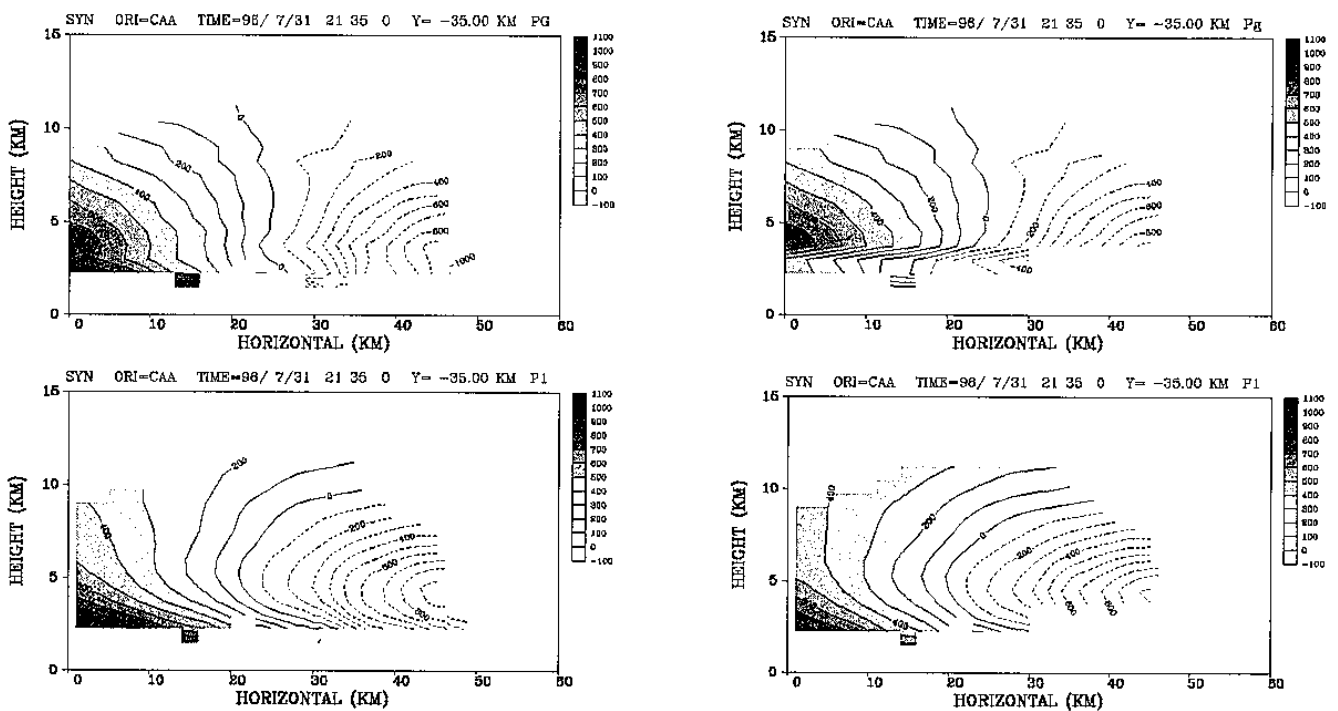


圖 3：A組資料（左圖）及B組資料（右圖）利用GC78（上圖）及變分法（下圖）所得之壓力擾動場在 $Y = -35 \text{ km}$ 處之東西向垂直剖面分布圖。

法反求時，不管是A或B組資料，其結果均為上熱下冷之分布，且主要加熱區位於東側（較接近颱風中心處）之中上層，此種溫度的垂直分布，較GC78所得更加滿足於吾人對降水系統及颱風內部之理解。可知利用變分法反求壓力及溫度場時，其結果在水平上有不亞於GC78方法所得的可信度，在垂直分布上不僅可解決GC78方法在水平平均值未知下之窘境，其所得在解釋垂直結構時亦較為合理可信。

而利用追隨地勢座標系統下之變分法反求壓力及溫度擾動場時（圖 5），不論是C組或D組資料所得，其垂直分布均與卡式座標系統下所得（圖 3及圖

4）均非常一致，其表示此方法不受座標系統不同而有所差異，不僅解決GC78方法只能運用在卡氏座標系統的缺點，亦可提供學者利用Teng et al. (2000)方法分析複雜地形區內降水系統之雷達資料更進一步討論熱動力結構的有效分析工具。

在利用變分法反求熱動力場時，各項的權重係數的選定，對於結果是否會有影響呢？近似的熱力方程在反演過程中所扮演的角色是否重要呢？吾人利用改變變分法中之熱力方程的權重係數探討之，當我們將其權重係數設為0時，C組資料所得之壓力擾動之垂直分布（圖 6.a）與GC78方法運用於A組資料所得

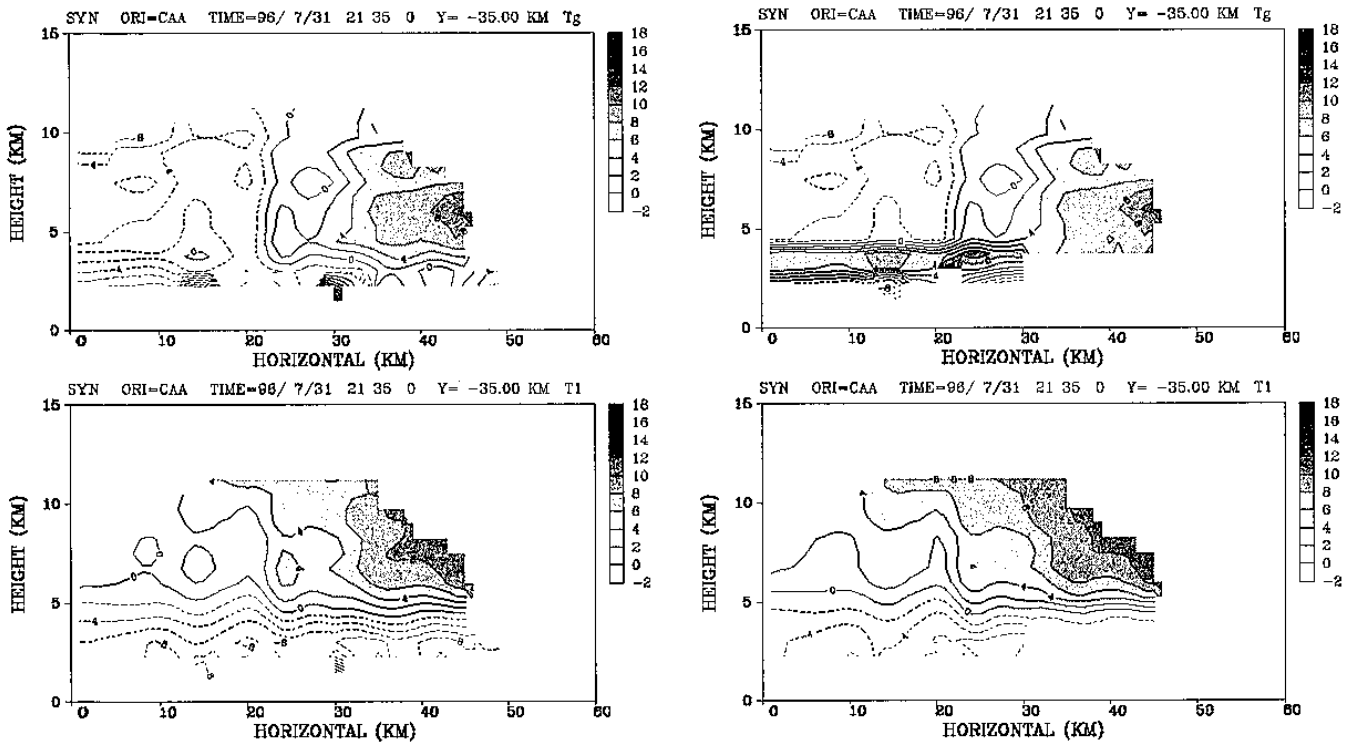


圖 4：A組資料（左圖）及B組資料（右圖）利用GC78（上圖）及變分法（下圖）所得之溫度擾動場在Y=-35 km處之東西向垂直剖面分布圖。

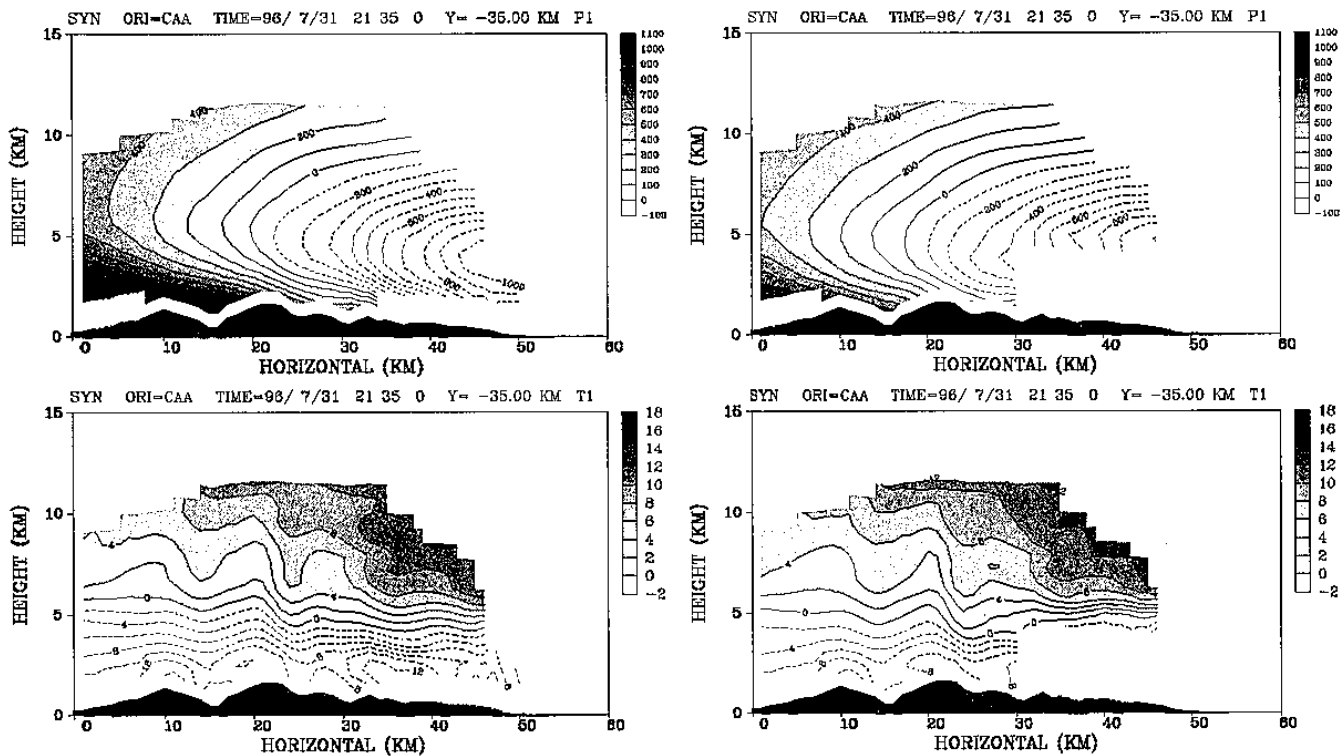


圖 5：C組資料（左圖）及D組資料（右圖）變分法所得之壓力擾動場（上圖）溫度擾動場（下圖）在Y=-35 km 處之東西向垂直剖面分布圖。

結果（圖 3.a）類似。而D組資料所得之壓力擾動之垂直分布中（圖 6.b）亦可見低層的正垂直壓力梯度存在，但不如圖 3.b中之明顯的不連續，若我們再將平滑項之權重係數設為0時，其結果亦會有很明顯的不連續現象產生（圖未列出），可知變分法中之平滑項將不連續現象變為較不明顯。但整體而言，若不考

慮熱力方程時，變分法反求技術基本上與GC78方法所得結果一致，並不能夠解決擾動之水平平均值未知的缺點，其原因我們可由變分過程中之各項的收斂情況，以及三個動量方程式在變分法中的特性去探討，以各項的收斂情形而言（圖未列出），以垂直的動量方程之收斂速度最快，在幾個運算次數後即降低至小

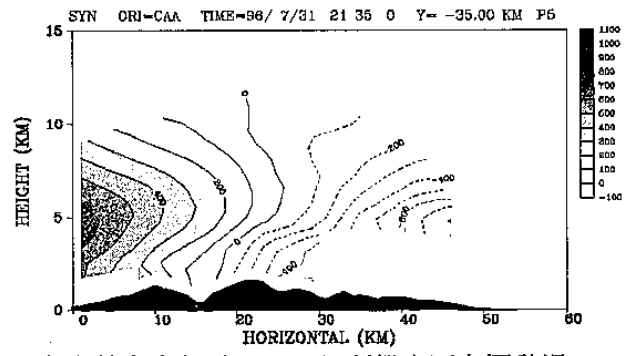
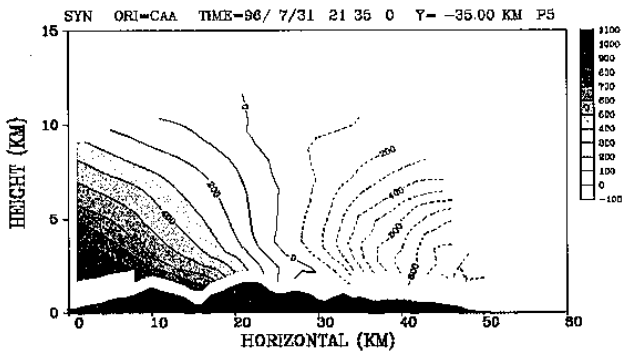


圖 6：C組資料（左圖）及D組資料（右圖）利用變分法且不考慮熱力方程（ $\alpha_4 = 0$ ）所得之壓力擾動場在Y=-35 km 處之東西向垂直剖面分布圖。

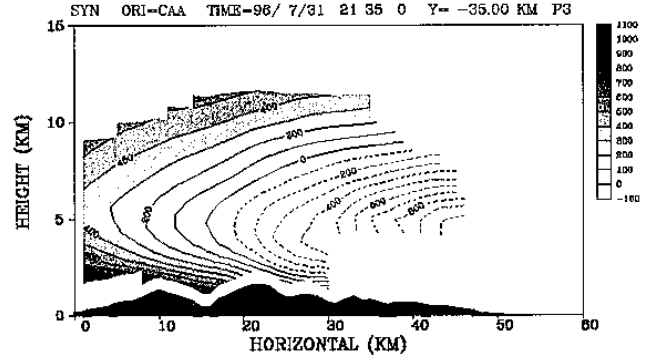
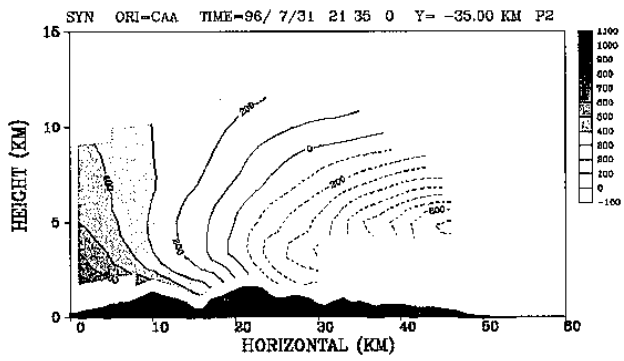


圖 7：D組資料利用變分法，當改變熱力方程權重係數分別為0.05（左圖）及0.2（右圖）時所得之壓力擾動場在Y=-35 km 處之東西向垂直剖面分布圖。

於初始值的5%以下，而東西向的動量方程要到約2000次後降低至為初始值的23%左右，而南北向的動量方程因初始值遠較其他兩個方程為小，其收斂速度更慢。因為當不考慮熱力方程及平滑項時，溫度項僅出現在垂直動量方程中且其不像壓力項以微分型式出現，當壓力場估計出後，溫度場可以很快的得到一個滿足垂直動量方程的解，是故使得垂直動量很快收斂，在整個收斂過程中會偏向於調整壓力場，故其解會朝GC78的解逼近，而得到與GC78方法所得結果類似之情況。由此可知熱力方程在變分法反求時，雖然其權重係數較動量方程為小，但仍扮演了調節垂直向之水平平均值的重要角色。

當改變變分法中熱力方程的權重係數時（圖7），我們發現當權重係數愈來愈小時，其結果會漸偏向GC78方法之所得，但當其愈來愈大時，反演所需花費的重覆運算次數不僅增加，且其結果有垂直壓力梯度力增加的現象。如何選擇一最佳的熱力方程的權重係數，則有賴於反求結果能否找到其他觀測與之比較（如近地面之溫度觀測）。

另外針對反演次數及變分法中每項的收斂情形做比較發現（圖8），收斂狀況以垂直的動量方程項速度最快，僅需幾個運算次數，其值就下降至百分之十以下，熱力方程則因初始值就很小，一開始會被放大，爾後則維持相當緩慢的下降。因本個案在水平上之壓力梯度主要為東西方向，水平的動量方程之收斂以東西向的動量方程為主，但運算次數到達兩千次以

上後（下降至約百分之二十三），其收斂速度亦變緩慢。在5000次運算次數之後，以D組資料為例，東西向動量方程項（ $\alpha_1 P_1$ ）由初始的 3.28×10^7 下降至 6.57×10^6 ，約為20%，南北向動量方程項（ $\alpha_2 P_2$ ）由初始的 6.54×10^6 下降至 4.22×10^6 ，約為65%，垂直向動量方程項（ $\alpha_3 P_3$ ）由初始的 2.34×10^7 下降至 4.33×10^5 ，約為2%，而熱力方程項（ $\alpha_4 P_4$ ）由初始的 2.4×10^5 上升至 1.71×10^6 ，約為714%。

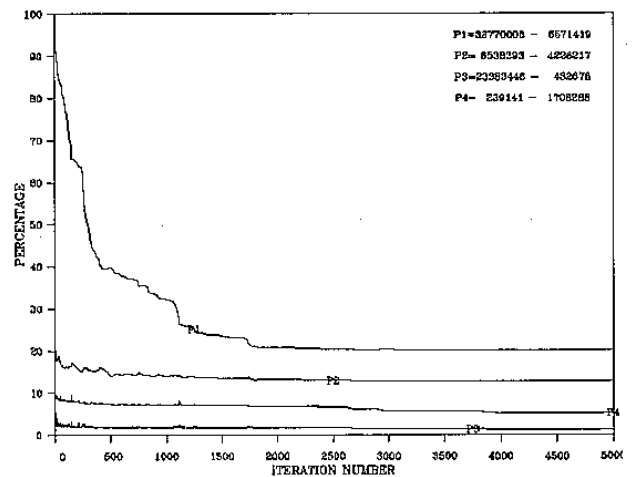


圖 8：D組資料利用變分法反求過程中各項之收斂情形。 P_1, P_2, P_3 項分別為東西向、南北向及垂直向之方程項， P_4 項為熱力方程項。

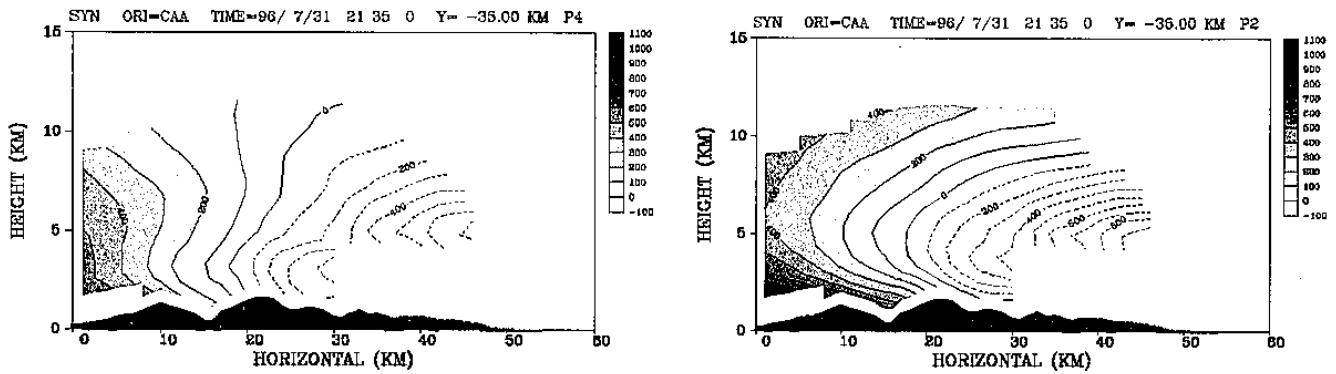


圖 9：D組資料利用變分法，當運算次數在2000次（左圖）及4000次（右圖）時所得之壓力擾動場在Y=-35 km 處之東西向垂直剖面分布圖。

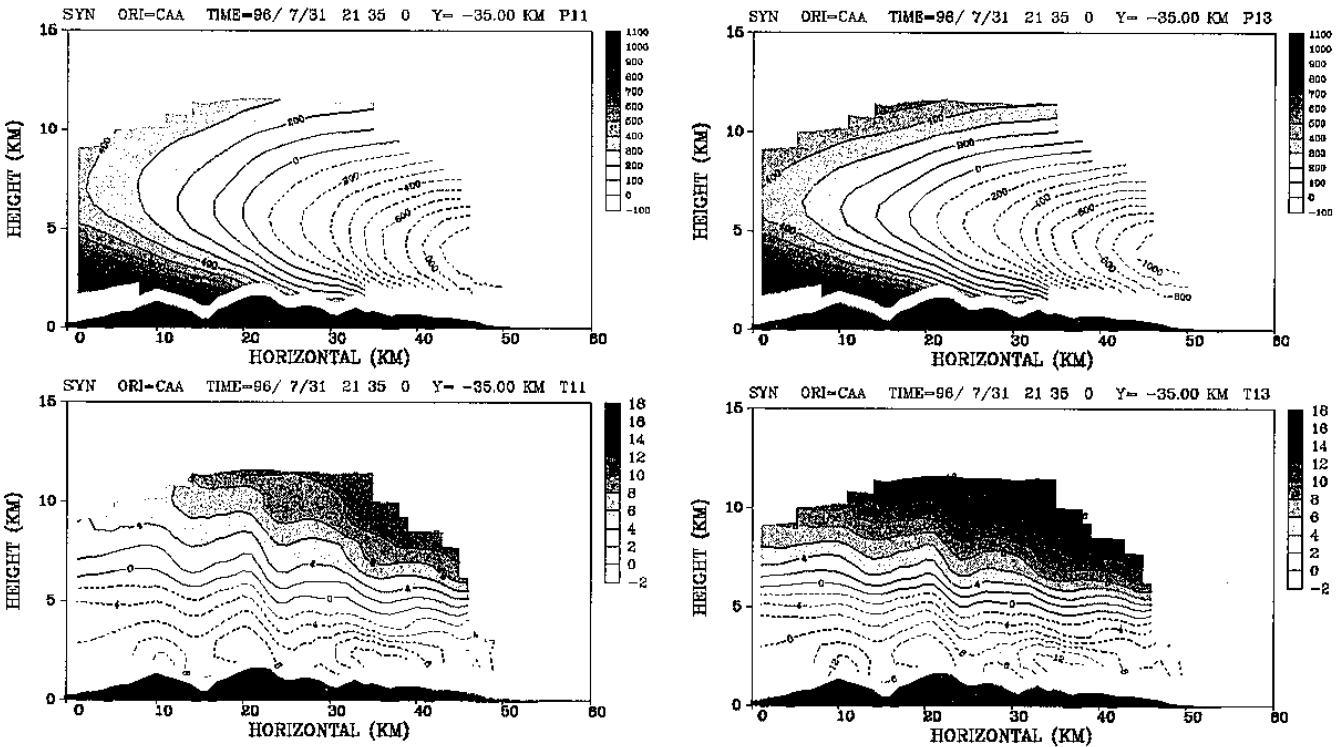


圖 10：C組資料利用變分法，當改變 T_E 項再重覆計算一次（左圖）及重覆三次（右圖）時所得之壓力擾動場（上圖）及溫度擾動場（下圖）在Y=-35 km 處之東西向垂直剖面分布圖。

在不同運算次數之結果比較顯示，C組資料之結果隨著運算次數增加，其垂直壓力梯度亦漸增加，而D組資料之結果顯示其會將類似Gal-Chen(1978)之結果的壓力垂直配置緩慢的校正，至4000次以上才漸與C組資料所得接近（圖 9）。由此可知，雖然各項的收斂狀況在2000次運算後趨於穩定，但其內部（尤其是水平平均值）仍然不斷的在調整，但當運算次數愈來愈多時，會如同GC78方法在做連續緩和法解包桑方程時發生的梯度增加現象。

在熱力方程式中之水氣含量項，吾人一開始利用環境的壓力及溫度，計算該情形下之飽和水氣含量（無水平向的變化），代入熱力方程中計算 T_E 項，然後利用變分法求得壓力及溫度場，若吾人利用此所得之壓力及溫度，計算每點的飽和水氣含量（有水平方向的變化），重新計算 T_E 項，並再次利用變分法求壓

力與溫度場，如此反覆，對熱力方程中之飽和水氣含量估計的測試結果得知（圖10），當反覆次數增加時，垂直的壓力梯度會有些微的增加的趨勢，但並不明顯，其結果並沒有很大的差異，顯示利用環境大氣所估計的飽和水氣含量計算熱力方程式中之水氣含量，對利用變分法反求壓力與溫度運用在此個案為一不錯的近似。

四、結論

本研究利用真實資料探討一新的熱動力反演法的可行性。此新的反演法是利用三維變分法去得到一組最滿足動量及熱力方程式的溫度與壓力擾動值，由於此方法在三維上同時解得壓力及溫度值，故其所得為一相對整個體積平均的偏差量，較Gal-Chen(1978)

的方法僅能得到相對水平平均的偏差量可謂進一大步。且此方法亦可運用於其他非卡氏座標系統(如追隨地勢座標)。

經由一颱風個案之真實雷達資料測試之下,此方法在水平面上所得之擾動場與Gal-Chen(1978)所得結果非常接近,證明此方法所得之水平分布基本上是合理的。在垂直結構上,不論在卡氏或追隨地勢座標,亦或所含之資料量多寡,此方法所得之垂直結構是一致的,反觀在Gal-Chen(1978)方法所得則有明顯不同。證明此方法的確能解決Gal-Chen(1978)方法中水平平均值不確定造成垂直結構誤判的可能性。

而經由對變分法中之熱力方程之權重係數做測試時發現,當其權重漸漸變小而趨近於零時,其反演出的結果與Gal-Chen(1978)的結果類似,但當其愈來愈大時,反演所需花費的重覆運算次數不僅增加,且其結果有垂直壓力梯度力增加的現象。另外針對反演次數及變分法中每項的收斂情形做比較發現,收斂狀況以垂直的動量方程項速度最快,僅需幾個運算次數,其值就下降至百分之十以下,熱力方程則因初始值就很小,一開始會被放大,爾後則維持相當緩慢的下降。因本個案在水平上之壓力梯度主要為東西方向,水平的動量方程之收斂以東西向的動量方程為主,但運算次數到達兩千次以上後(下降至約百分之二十三),其收斂速度亦變緩慢,在不同運算次數之結果比較顯示,C組資料之結果隨著運算次數增加,其垂直壓力梯度亦漸增加,而D組資料之結果顯示其會將類似Gal-Chen(1978)之結果的壓力垂直配置緩慢的校正,至4000次以上才漸與C組資料所得接近。

而針對熱力方程中之飽和水氣含量估計的測試得知,雖然利用反求所得之壓力與溫度重新計算各點的飽和水氣含量,再次反求壓力與溫度,其結果並沒有很大的差異,顯示利用環境大氣所估計的飽和水氣含量計算熱力方程式中之水氣含量,對利用變分法反求壓力與溫度運用在此個案為一不錯的近似。

五、參考文獻

- Deng, Z., and C.-S. Chen, 1994: A method to obtain the kinematic structure of a squall line derived from dual-Doppler radar in a terrain-following coordinate system. *Proc. Natl. Sci. Council., Repub. China, Part A*, **18** (2), 174-185.
- Gal-Chen, T., 1978: A method for the initialization of the anelastic equations: Implications for matching models with observations. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 587-606.
- Gal-Chen, T. and J. Zhang, 1993: On the optimal use of reflectivities and single Doppler radar velocities to deduce 3-D motions. *Proc. 26th int. Conf. On*

Radar Meteorology, Norman, OK, Amer. Meteor. Soc., 414-416.

- Liou, Y. C., 2001: The derivation of absolute potential temperature perturbations and pressure gradients from wind measurements in three-dimensional space. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **18**, 577-590.
- Qiu, C.-J., and Q. Xu, 1992: A simple adjoint method of wind analysis for single-Doppler data. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **9**, 588-598.
- Teng, J.-H., C.-S. Chen, T. C. Wang, and Y.-L. Chen, 2000: Orographic effects on a squall line system over Taiwan., *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 1123-1138.
- Tuttle, J. D., and G. B. Foote, 1990: Determination of the boundary layer airflow from a single Doppler radar. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **7**, 218-232.
- Xu, Q., C.-J. Qiu, J.-X. Yu, H.-D. Gu, and M. Wolfson, 1993: Adjoint-method retrievals of microburst winds from TDWR data. *Proc. 26th Int. Conf. on Radar Meteor.*, Norman, OK, Amer. Meteor. Soc., 433-434.