

應用奇異譜分析-最大熵法於台灣地區氣候之分析與模擬

吳明進

台大大氣科學系

摘要

本文應用奇異譜分析-最大熵譜法(Singular Spectrum Analysis-Maximum Entropy Method, SSA - MEM)(Vautard et al 1992)來分析臺灣地區，臺北、臺中、臺南和澎湖等四個氣候站 1897-1995 年逐月的平均溫度和降水，並探討作短期氣候預報的可行性。結果顯示臺北的氣候變化不管是氣溫和降水都和其他三站不同。各站氣溫的變化相較降水的變化簡單，因而如應用時間序列模式來作短期氣候預報，對氣溫比對降水有較高的預報技術。使用不同的嵌入維數和其相對應的最大熵階次與重建分量個數建立的預報模式，有不同的預報能力。最佳的組合有待進一步的研究確認。

一.前言

地球氣候系統為一強迫耗散的非線性系統，這樣的系統演化對初始值敏感所以有不可預報度的限制，系統的瞬時狀態無法由初始狀態對時間積分獲得。由於長時間強迫和耗散互相抵銷，所以為統計上的平穩過程，一段時間的統計性質反而變成可預報。在進行氣候欲報時需同時考慮大氣環流的物理和環流過去的歷史(即相軌跡)，即需結合物理和統計的概念。近年來蓬勃發展的渾沌動力學理論(即相空間分析)即從這個概念出發，渾沌動力學研究的成果，也很快應用到做動力系統的分析 and 長期預報。氣象上的應用可參考林振山(1991)， Ghil and Mo (1991)， Ghil and Vautard(1991)和 Vautard et al(1992) 等，本文則引用 Vautard et al(1992)所介紹的奇異譜分析(Singular Spectrum Analysis)方法於台灣地區月平均氣溫和降水的分析與預報。台灣地區的氣象觀測有長達百年的歷史，為探討台灣地區氣候和降水的長期變化和進行長期預報的

可行性，我們取台北、台中、台南和澎湖四個測站的月平均氣溫和降水，以 1897-1978 年的資料分析其變化特性和建立最大熵自回歸(MEM-AR)模式，以 1976-1995 年資料進行領先一個月的後預報(hinalcast)以探討用 SSA-MEM 方法做長期預報的可行性。

二.奇異譜分析

Packard(1980)指出對於 n 個變量的動力系統 $\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n$

可通過消元法變成一個 n 階非線性微分方程， $x^{(n)} = f(x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)})$ ，系統的新軌跡

$$x(t) = g(x(t), x(t), \dots, x^{(n-1)}(t))$$

描寫同樣的動力系統，即系統由 $x(t)$ 和其(n-1)階導數則可由 $X(t)$ 和其(n-1)個時滯位移向量代替。動力系統的吸引子可以被重建在一個未改變其拓撲特徵具有滯後座標的相空間中。Takens(1980)提出嵌入原理，時間數列 $X(t)$ ，可以延拓成 m 維相空間。Broomhead and

King(1986)將 Eigen Function Analysis 的概念應用到渾沌時間數列,即用奇異譜分析(Singular Spectrum Analysis, SSA)取代 Takens(1980)的方法,將渾沌時間序列的動力特性擷取出來,藉由時間數列的時間經驗正交函數(T-EOF)之推求,重建系統在相空間的吸引子圖像。Penland et al(1991)則結合 SSA 和 MEM(Maximum Entropy Methods)於大氣角動量的分析, Vautard et al(1992)則詳細說明 SSA-MEM 的 Algorithm 並推導出所謂的重建分量(Reconstructed components, RCs)並提出分離信號和噪音的概念和方法,以及 SSA-MEM 在長期預報的應用, SSA-MEM 方法的概念如圖 1 的流程所示。

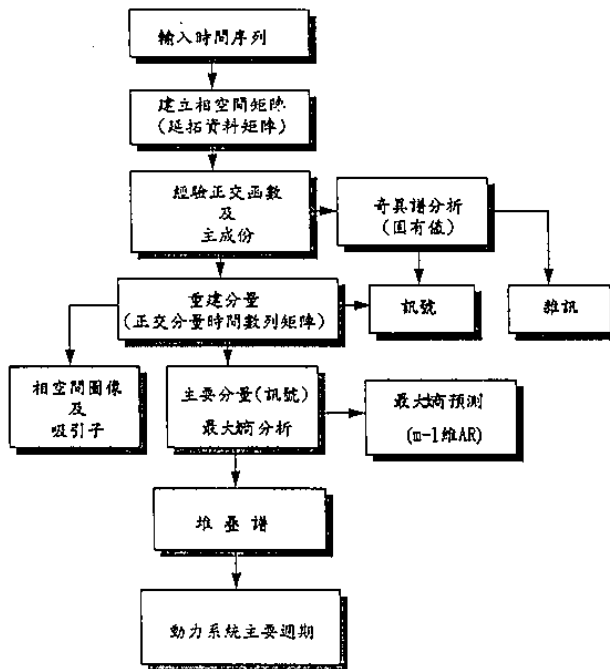


圖 1. SSA-MEM 時間序列分析流程。

三.台灣地區月平均氣溫的長期變化和預報

圖 2.所示為台北 1897-1976 月平均氣溫嵌入維數 b 為 20 的奇異譜,由此看見台北的月

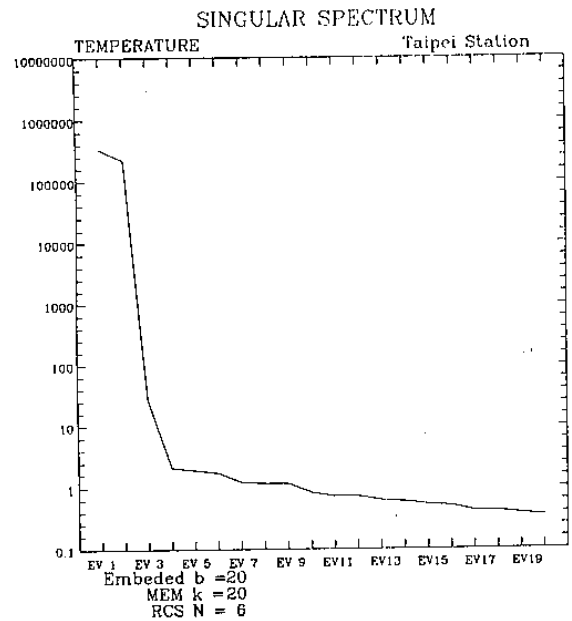


圖 2.臺北月平均溫的奇異譜,嵌入維數(Embedded b)最大熵模式次數(MEM k)和重建分量(RCs N)。

平均氣溫可以前 3 個主要的固有向量表示。提高嵌入維數奇異譜主要的特徵仍然相同,圖 3.所示為前三個主要分量的相空間圖樣,可見氣

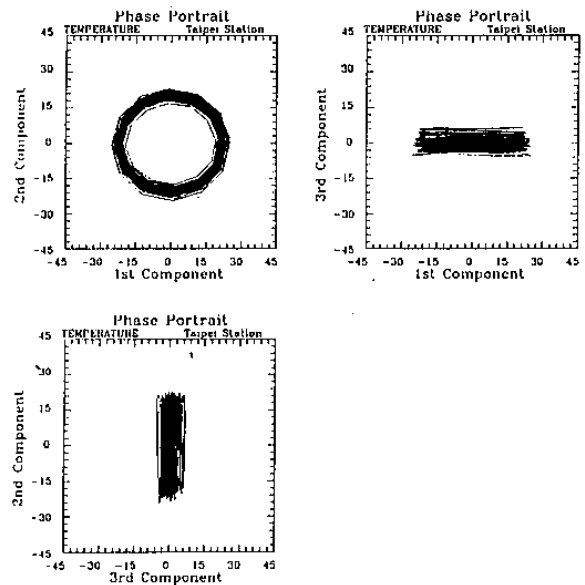


圖 3. 臺北月平均溫前三個主要分量的相空間關係。

溫化年際變化和長期趨勢的特徵。圖 4.所示為重建分量為 6 實際觀測和擬合與後預報的散佈圖，可見 SSA-MEM 較一般使用的調合分析或簡單的時間數列模式，優越的預報能力，圖 5.為前幾個重建分量的最大熵疊堆譜，由此可台北的月平均溫度主要有一年、六個月、四個月和兩年的週期和長期趨勢。

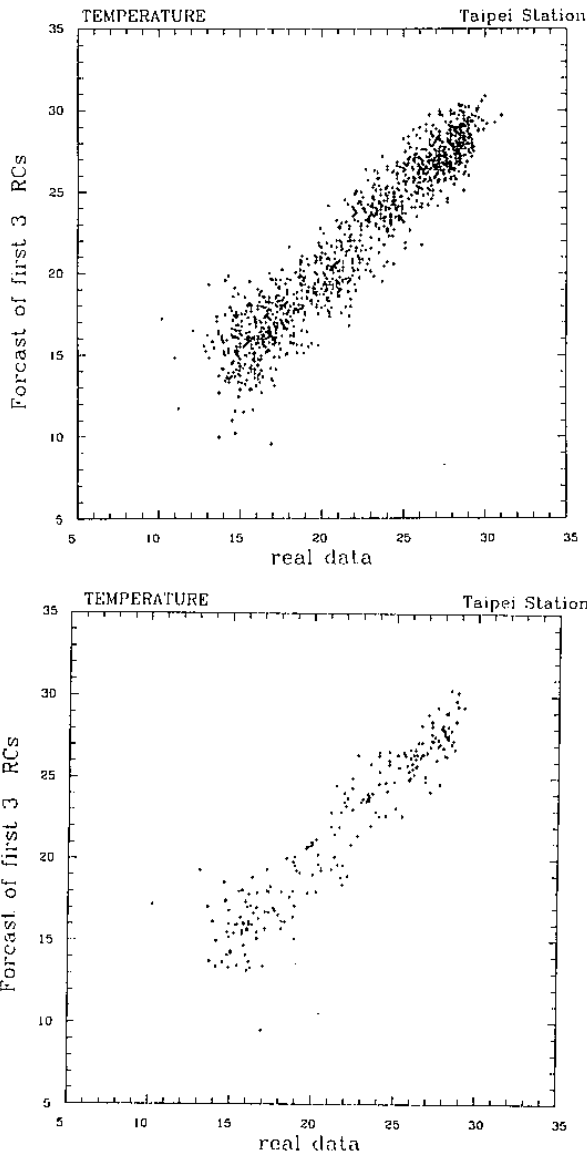


圖 4. 臺北月平均溫 SSA-MEM 嵌入維數 20，重建分量 6 的(a)擬合預報(1897-1976) 與(b)後預報(1977-1995)與觀測值的散佈圖。

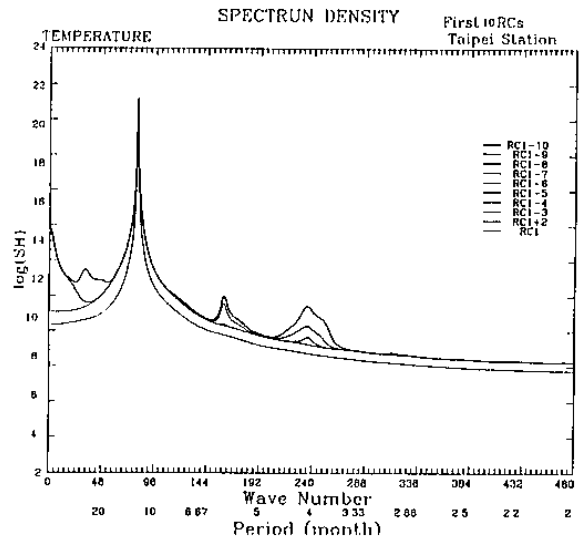


圖 5. 臺北月平均氣溫 SSA-MEM 的疊堆譜。

圖 6.所示為台南 1897-1976 月平均溫，嵌入維數為 20 的奇異譜，由此可見台南的月平均溫度有較台北的月平均溫略為複雜的變化，即除了主要的週期變化外，有另一擬週期變化。圖 7.所示則為前三個主要份量的相空間圖像。圖 8.所示為前幾個重建分量的最大熵疊堆譜，可見臺南的月平均溫有較臺北顯著的半

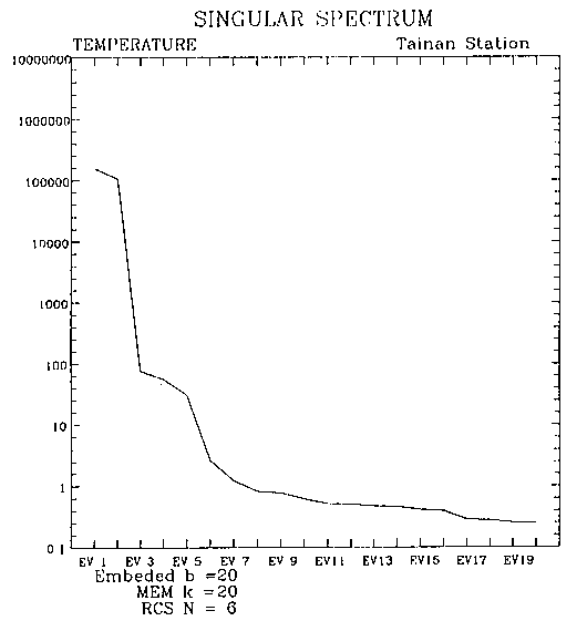


圖 6.同圖 2.但為臺南月平均氣溫。

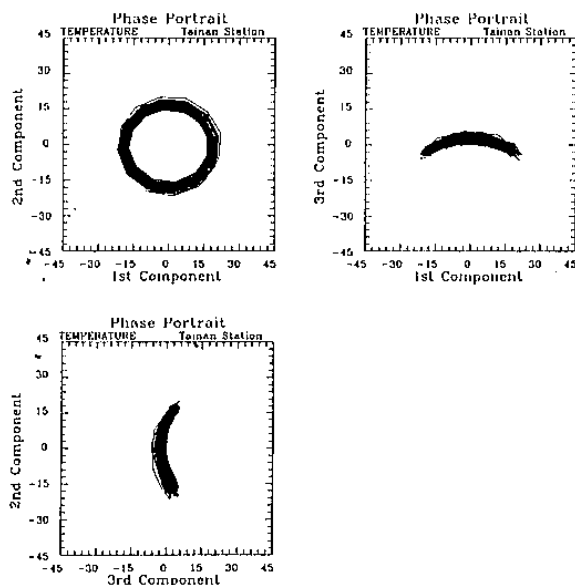


圖 7.同圖 3.但為臺南月平均氣溫。

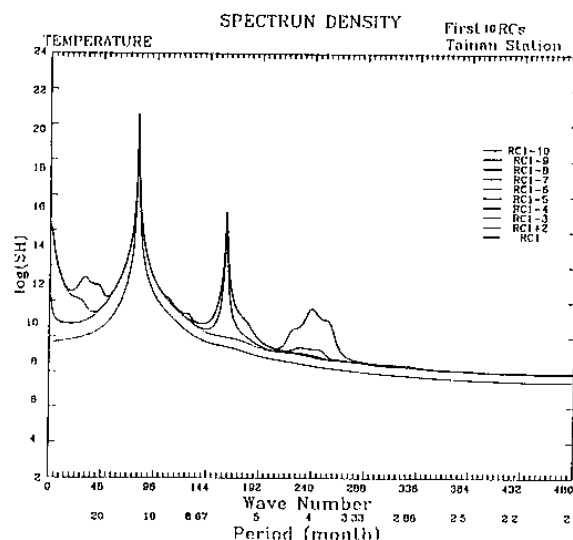


圖 8.同圖 5.但為臺南月平均氣溫。

年週期，領先一個月的擬合預報和獨立資料預報仍顯示不錯的預報能力。

氣溫的領先一個月的預報在某些月份如 11 月 12 月有相當的預報能力。

對臺中和澎湖月平均溫度的 SSA-MEM 分析，顯示和臺南類似的特徵。預報的結果也類似。四個測站嵌入維數為 20，最大熵階次 20 而重建分量為 6 的擬合預報及獨立資料預報的相關係數如表一所示，可見 SSA-MEM 對於

進一步的實驗提高嵌入維數和相對應的最大熵模式階次，可以整體提高預報的技術，但提高重建分量卻降低了預報能力，顯示氣溫的變化的碎形維數並不太大，預報取太多的重建分量反而降低了統計的穩定性。

表一.台灣地區 4 個測站月平均氣溫用 SSA-MEM 嵌入維數 20,重建分量 6 擬合預報 (Fit, 1897-1976)和後預報(For, 1997-1995)與觀測值的相關係數, ANU 為全年。

		Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec	ANU
台北	Fit	+14	-03	+24	+17	+30	+03	+14	+24	+22	+15	+22	+13	+95
	For	-06	+53	+24	+32	+16	+49	+65	+06	-30	+05	+33	+36	+96
台中	Fit	+24	+06	+28	+21	+29	+21	+15	+40	+25	+28	+29	+24	+95
	For	+00	+50	+13	+23	+13	+20	+39	+11	-12	+23	+25	+44	+96
台南	Fit	+27	+08	+36	+22	+41	+34	+10	+38	+33	+31	+22	+22	+94
	For	+15	+46	+11	+12	-03	+28	+45	-10	+05	+16	+28	+35	+95
澎湖	Fit	+33	+13	+38	+24	+40	+22	+01	+33	+44	+30	+30	+34	+95
	For	+15	+63	+16	+33	+30	+14	+41	+34	-10	+12	+59	+11	+96

四.臺灣地區月降水的長期變化和預報

相對於氣溫的變化，降水變化的幅度較大也較複雜，圖 9.所示為臺北 1897-1975 月降水，嵌入維數為 40 的奇異譜，由此可見臺北降水除了前二個固有值外其他幾個固有值差不多相當，但並非小值，顯示臺北降水的變化有較高的碎形維數即有較高的自由度。圖 10.所示為前三個主要分量的相空間圖像，可見臺北降水的年變化外，其他特徵並非明顯易見。

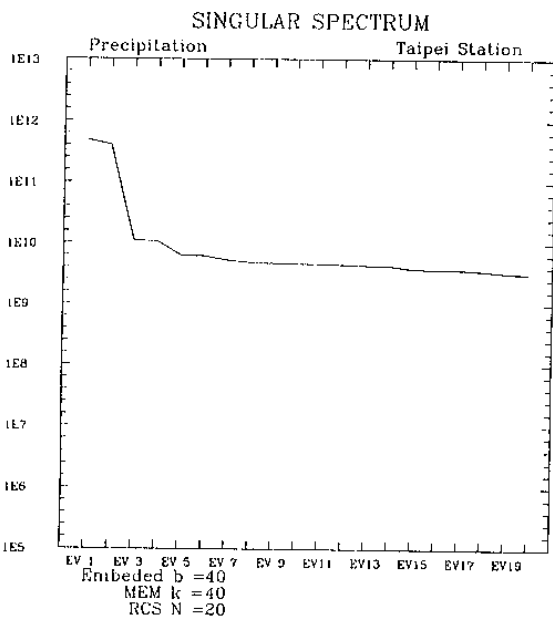


圖 9.同圖 2.但為臺北月降水。

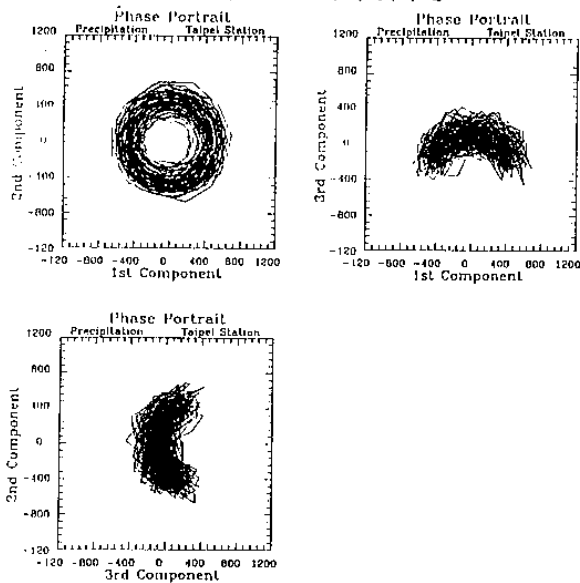


圖 10.同圖 3.但為臺北月降水。

圖 11.所示為重建分量為 20 實際觀測和擬合預報的散佈圖。可見擬合預報值偏高且技術並不顯著。圖 12.所示為前幾個重建分量的最大熵分析疊堆譜，可見臺北的月平均降水除了年變化外，有較長週期的準十年期和準兩年振盪和較短週期的半年，四個月以及 2-3 個月的振盪。分月降水不同嵌入維數重建分量 20 的擬合與預報與觀測值的相關如表 2 所示，可見 SSA-MEM 對於降水的領先一個月的預報有些微的預報能力。進一步分析顯示，降低嵌入

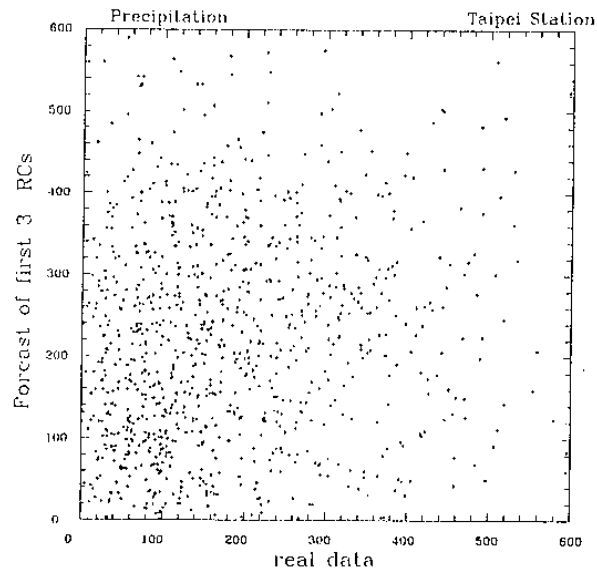


圖 11. 臺北月降水 SSA-MEM 嵌入維數 40，重建分量 20 的擬合預報 (1897-1976)與觀測值的散佈圖。

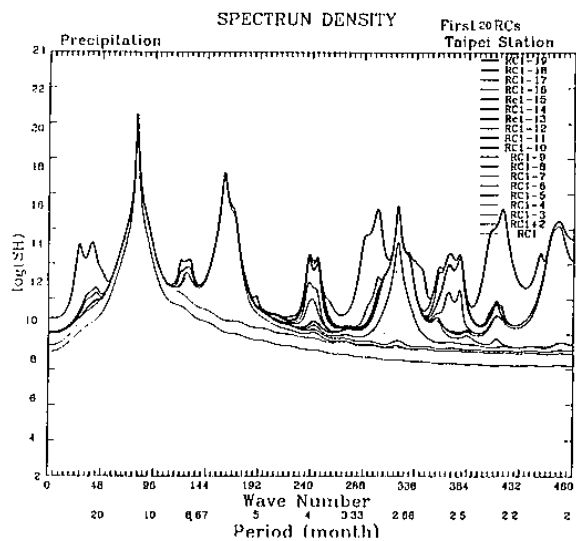


圖 12.同圖 5.但為臺北月降水嵌入維數 40。

表二.台北月降水用 SSA-MEM 在不同嵌入維數(EBD)重建分量爲 20 所作的擬合預報(Fit,1897-1976)和後預報(For,1997-1995)與觀測值的相關係數,ANU 爲全年。

EBD		Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec	ANU
20	Fit	+00	+01	+17	+18	+11	+23	-12	+08	+07	-11	+12	+02	+48
	For	-29	-09	+11	-54	-15	-40	+03	-26	+38	-02	-07	-23	+42
30	Fit	-03	+13	+22	+01	+06	+22	+01	+07	+13	-09	+06	-11	+31
	For	+02	+24	+11	-27	+31	-05	+05	-09	+22	+33	+09	-16	+35
40	Fit	+00	+15	+21	-01	+04	+17	-15	+11	+13	-04	+12	-15	+27
	For	+06	+30	+15	-15	+29	-08	-10	+10	+04	+21	+05	-09	+30

維數至 20 後奇異譜的特徵類似,但相空間的圖像略有不同,可能和第三個分量有所不同有關。

圖 13.所示爲臺南 1897-1975 月降水, 嵌入維數爲 40 的奇異譜。和臺北不同的是前四個主成份固有值顯著的大於第五個主成份,顯示臺中降水較臺北降水有較顯著的準週期,此特徵也可以從前三個主要分量的相空間圖(像圖 14.)看出。圖 15.所示爲觀測和擬合預報的散佈圖,可見預報在小值時多偏多。前幾個重建分量的最大熵分析疊堆譜分析,可見其特徵和臺北降水者不同,但年週期和長期趨勢更加

顯著。由分月降水不同嵌入維數重建分量 20 的擬合與預報與觀測值的相關,可見 SSA-MEM 對於降水的領先一個月的預報並沒有顯著的預報能力。

進一步分析顯示降低嵌入維數奇異譜的主要特徵仍然相似,但向相空間圖像不同。

臺中降水的特徵和臺南類似,不過重建分量的最大熵譜顯示顯著準兩年週期,而沒有長期趨勢。澎湖的降水則和台南相似,準兩年振盪不顯著,但有顯著的長期趨勢。

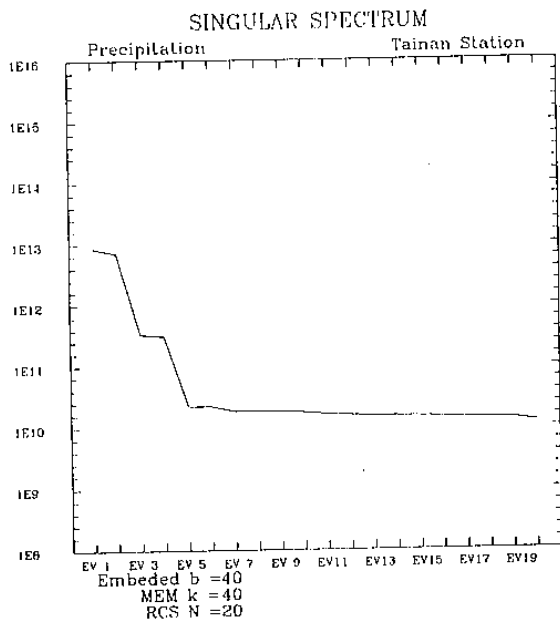


圖 13.同圖 2.但爲臺南月降水。

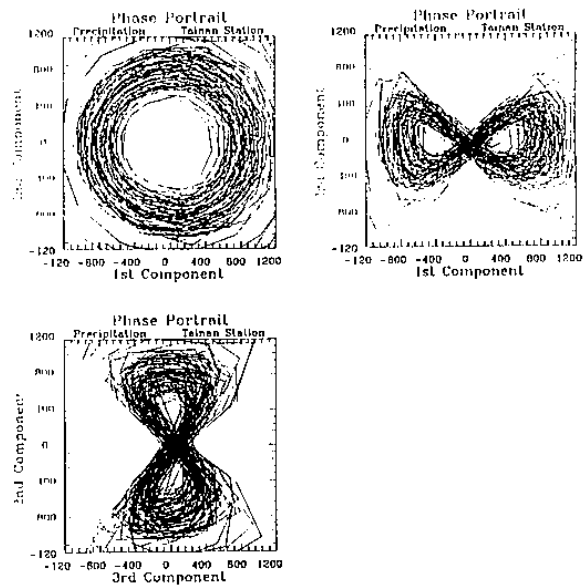


圖 14.同圖 3.但爲臺南月降水。

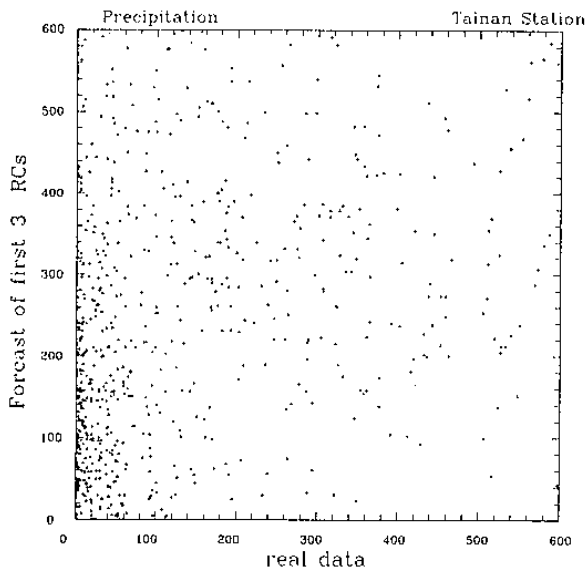


圖 15. 同圖 11 但為臺南月降水。

五. 總結與討論

由理論的分析推知地球系統唯一高維度的渾沌動力系統，渾沌動力學研究的成果多被引用作氣候的分析與預報，本文引用 Vautard et al(1992)所介紹的奇異譜-最大熵譜析於臺灣地區 4 個有長期觀測資料的氣候站的氣溫和降水的分析和預報可能性的探討。對月平均氣溫的分析發現臺北的氣溫和台中、台南、澎湖氣溫的變化不同，台北的氣溫有較顯著的準兩年週期，其他測站氣溫有較顯著的 6 個月週期。使用嵌入維數 20 重建分量 6 領先一個月的預報，各測站都顯示有顯著的預報能力而對於不同的嵌入維數和重建分量的實驗顯示氣溫變化的碎形維數（或統計維數）並不很高，提高嵌入維數和相對應的最大熵模式階次，可以整體提高預報的能力（技術），但預報取太多重建分量反而降低了統計穩定性。

對於月降水的分析則顯示月降水有較平均溫有較高的碎形維數而台北的降水和其他測站降水變化不同，台北測站的奇異譜顯示只有一個較顯著的準週期(年變化)，其他測站則

有兩個準週期變化，台北測站有較長週期的變化(準十年期或更長期)，其他測站則有顯著長期趨勢，使用嵌入維數 20,30,40 而重建分量為 20 之 SSA-MEM 領先一個月之降水預報對台北有些微的預報能力對其他測站則幾乎不具有預報能力。

由以上的實驗結果可以得知台北的氣候，不管氣溫和降水都和中南部地區不同，這個差異也可以由氣候資料的多變數分析，如因子分析和群落分析得知(吳與陳, 1993)。氣候因子的變化月平均氣溫相較降水簡單，因而應用時間序列模式來作短期的氣候預報對氣溫比降水有較高的預報技術。

由研究結果顯示 SSA-MEM 可以當作氣候分析與預報一個相當有力的工具，本文只對 SSA-MEM 的嵌入維數和重建分量作有限的實驗。對分析和預報最佳的嵌入維數和重建分量的研就有待進一步詳細的實驗。

參考文獻

- 林振山，1991:長期預報的相空間理論和模式，氣象出版社，北京，155pp.
- Ghil, M. and K., Mo., 1991a: Interseasonal Oscillations in the global Atmosphere ,part I: Northern Hemisphere and Tropics. J. of Atmos. Sci. Vol 48, No. 5, 752-779.
- Ghil, M. and K., Mo., 1991b: Interseasonal Oscillations in the global Atmosphere ,part II: Southern Hemisphere. J. of Atmos. Sci. Vol 48, No. 5, 780-790.

Ghil, M. and R., Vautard, 1991: Interseasonal Oscillations and the warming trend in global temperature time series. *Nature*, vol 350, 324-327.

Vautard, R., Yiou, P., and M. Ghil, 1992: Singular Spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals. *Physica D*, vol 58 95-126.

Packard, N. H., 1980: Geometry from a time series, *Phys. Rev. Lett.*, 455, 712.

Takens, F., 1981: Detecting strange attractor in turbulence. *Lecture notes in math.*, 898, 336.

Broomhead, D. S., and G. P. King, 1986: Extracting Qualitative Dynamics from experimental data. *Physica D*. vol 20, 217-236.

Penland, C., Ghil, M., and K. M., Weickmann, 1991: Adaptive filtering and Maximum Entropy Spectra with Application to Changes in Atmospheric Angular Momentum. *J. of Geophys. Res.*, vol 96, No 12, 22, 659-671.

致謝

作者感謝臺大張欽雄先生在程式設計、打字排版上的協助，本研究經費由國科會專題研究計劃 NSC86-2621-P-002-060 支援

On applying Singular Spectrum Analysis - Maximum Entropy Method to Analysis and Forecasting of the climate in Taiwan Area.

Ming_Chin Wu

Department of Atmospheric Sciences

National Taiwan University

Abstract

The Singular Spectrum Analysis - Maximum Entropy Method (SSA-MEM, Vautard et al 1992) is applied to analyze the monthly mean temperature and precipitation 1897-1995 of 4 climate stations in Taiwan area, ie ,Taipei,Taichung,Tainan and Peng_hu. Moreover , the method is also applied to investigate the plausibility of the short-term climate forecasting.

The results indicate that climate of Taipei is quite different from those of the other 3 stations both in temperature and precipitation. The temperature variations for all the stations are simpler than those of precipitation. Therefore ,if time series models be applied to do the short-term climate forecasting, the monthly mean temperature get higher skill than those of precipitation. There are different forecasting skills for various imbeded dimensions and their related maximum entropy model as well as number of reconstructed component used. The optimum combination of them is waiting for further research to identify.