

毛 希 勉
空 軍 氣 象 聯 隊

摘 要

在大氣底層，由於摩擦力的影響，使得氣流運動偏離地轉平衡，指向低壓，此種現象在大氣動力學裡非常重要。本文就運動學的觀點，探討大氣邊界層的結構與模式化，並就常見的Ekman (1905)簡單模式與Estoque (1963)的改良模式的結果作一比較。一般而論，Estoque 的數值模式在 u 分量上的表現要比 Ekman 模式好得多，主要是因為Ekman的假設過於簡單，Estoque 模式較接近真實大氣。從此結果我們可以發現一重要事實：邊界層內的渦動黏滯係數 (K_m)的垂直分佈並不是一個常數，它們的變化與當地的地表性質，空氣密度及風速大小均有密切的關係。

一. 引言：

我們把靠近地表，且受地表直接影響相當顯著的流場稱做「行星邊界層」；對於海洋來說，通常有數十公尺深；對於大氣而言，則一般有平均一公里之厚。這層區域，是人類活動的範圍，更與我們的生活，息息相關。

穿過大氣邊界層的熱通量、水氣和動量不只影響上層的大氣，也和成雲及降水有密切的關係，因此無論是天氣的預測甚或大氣環流所造成的氣候變遷都需要對邊界層找出一個實際可用的模式，然而這對科學家來說卻是個怕人的課題，因為其中的控制方程組不但是非線性的，而且有八次方、三次元、與時間相依，又包含了對微小擾動極為敏感的解，再加上觀測資料在質和量上都顯然不足，造成了這方面的研究在發展之初，曾有數十年的時間乏人問津的可憐景況。

不過，愈來愈多大氣與海洋方面的觀察結果顯示，簡單的解是有可能存在的，長期氣旋裏有近似穩定的狀態暗示著其解可由平方波函數來做逼近，洋面上組織良好的雲街與風排裏也發現有片狀流(Laminar Flow)的產生，同時，各領域裏對於瞭解並參數化大氣邊界層的需要一直在增加；大型電腦的出現也使得大尺度的模式化變得可行，如今研究大氣邊界層已經不再是一件毫無誘因，吃力不討好的工作了。

二. 研究概念：

(1)問題的簡化與突破：

(i) Regnoid Stress：

大氣邊界層的探討始於本世紀之初，首先由Boussinesq (1903) 提出一重要的假說：渦流和片狀流一樣，遵循古典力學裏關於黏滯力的定律。幾乎日後所有大氣邊界層研究，都是由此觀念出發的。

對於一理想的流體我們通常假設其為不可壓縮(incompressible)以及無摩擦力的存在，亦即指流體運動時無切應力(Shearing Stress)，只有垂直應力(Normal Stress)。但是實際流體由於分子間的吸引力，使得運動流體與物體間會產生切應力，不過在氣象上我們只考慮垂直之應力，切應力不予考慮。此為簡化問題跨出了第一步。

(ii) 黏滯力的角色：

1904年Prandtle指出在近邊界層裏流體的黏滯力(Viscous forces) 扮演著重要的角色，幾乎在此同時Ekman (1904)提出在邊界層中氣壓梯度力、科氏力(Coriolis Force) 與黏滯力之平衡關係，並導出了其分析解。Ekman 很聰明地利用一連串的假設大幅度地減少問題的困難度，而產生了第一個理論完整的邊界層模式。這著些方法在後本文中會加以介紹。

(iii) 混合長度原理(Mixing Length Theory)與求法：

小尺度的擾動參數化後，可以用大尺度的平均氣流予以表示，這就是Prandtle於1932年提出的混合長度原理。它認為我們所觀測到的氣象因子，可以分為兩個量(平均量和擾動量)，以風速而言：

$$u = \bar{u} + u' \quad v = \bar{v} + v' \quad w = \bar{w} + w' \quad (1)$$

其中 \bar{u} 、 \bar{v} 、 \bar{w} 表示在一適當長度時間內的風速平均值，而 u' 、 v' 、 w' 則表示實際風速與此平均之差值。有了這一設定後，風速擾動量可以表示成下式：

$$u' \approx l \frac{\bar{u}}{z} \quad v' \approx l \frac{\bar{v}}{z} \quad w' \approx l \frac{\bar{w}}{z} \quad (2)$$

因擾動量在數量級大大小小上 $u' \approx v' \approx w'$ ，故一般均以 u' 表示之。

在流體的邊界層內，擾動的平均動量($\overline{\rho u' w'}$)約等於切應力之大小，故切應力可以下式表示之：

$$\begin{aligned} \tau_{zx} &\sim \overline{\rho u' w'} \quad , \quad \tau_{zy} \sim \overline{\rho v' w'} \\ \therefore \tau_{zx} &= \rho l \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \cdot l \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \\ &= \rho l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \\ &= \rho K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \\ &= A_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (3) \end{aligned}$$

其中 K_m 為渦動黏滯係數(Eddy Viscosity Coefficient)
 A_z 為渦動交換係數(Eddy Exchange Coefficient)

混和特性長度(l) 之值與渦動交換係數之大小有著密切的關係。Prandtl認為 K_m 之值可以用下式表示：

$$K_m = l^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

根據經驗，l 之值在近地面層隨高度呈線性變化，在高層，l 隨高度減少；其大小為摩擦力，地面粗糙度與地轉風強度的函數。

l 與 K_m 之垂直分佈有直接的關係。O'Brien (1970)所提出的三次多項式之垂直分佈如下式：

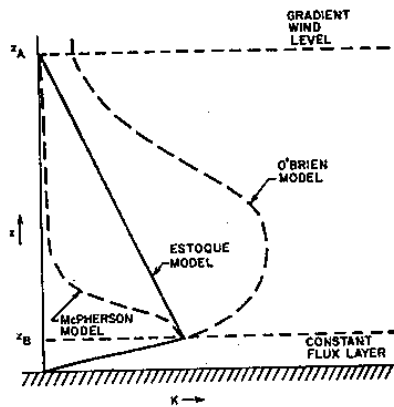
$$K_m = \left(\frac{z-H}{h-z} \right) \left[K_{mh} - K_m H + (z-h) \left(\frac{K_{mh}}{h} - \frac{2(K_{mh} - K_m H)}{H-h} \right) + K_m H \right] \quad (5)$$

其中：H 為邊界層頂。

h 為邊界層內任意高度。

i 為邊界層內任意層。

此式純為一經驗公式，不涉及地面粗糙問題，其最大值約在 1/3 邊界層之高度處(圖一)



圖一： K_m 隨高度之垂直分佈

三. 大氣邊界層之結構：

大氣邊界層依照其特性之不同，一般可分為三層，分述如下：

(1) 近地面層 (Surface Layer)

此層為靠近地面的一層空氣，其高度小於 100 m，在此層內水平向的摩擦力幾乎不隨高度的改變而減小(<10%)

，亦即摩擦力在此層內為一常數，而風速之垂直分佈則決定於大尺度的氣壓梯度與地表特性。一般而言，近地面層之風速可寫成：

$$u = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (6)$$

雖然在導出此式時，有許多假設(請參閱 Holton 第五章)，但一般尚能符合地面層之觀測值。

(2) 過渡層 (Transition Layer)

此層又可稱為 Ekman 層，其範圍從近地面層頂向上至約 1000 m 處。在此層內空氣運動是由三種力所影響：氣壓梯度力，科氏力 (Coriolis Force) 與摩擦力 (Frictional

Force)。摩擦力隨高度之增加而減少，最後到邊界層頂為最小。Ekman 假設 K_m 不隨高度改變，與實際頗有出入。

(3) 自由大氣層 (Free Atmosphere)

過渡層頂以上，即為自由大氣層，在此層內不再有摩擦力存在，其氣流的運動與地轉平衡一致：

四. 大氣邊界層的模式：

對於一個旋轉座標系，牛頓第二運動定律可寫成：

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \vec{F}_r \quad (7)$$

其中 $-2\Omega \times u$ 項為科氏力， $-1/\rho \nabla p$ 為氣壓梯度力， g 為重力加離心力， F_r 為摩擦力。

大氣邊界層之模式依其目的與特性的不同可分為許多種方法；如只考慮近地面層時，我們可以用近地面層方法 (Surface Layer methods)，在處理時假設摩擦力不隨高度而改變，如考慮整個邊界層時則可利用 K-Theory 模式，將渦動黏滯力予以參數化。在此我們將介紹 Ekman 與 Estoque 兩種 K-Theory 模式：

(1) Ekman 模式 (1905)

Ekman 模式假設大氣是在水平恆穩狀態 (Steady state)，故其加速度 (dv/dt) 及重力 g 足以忽略不計；而整個大氣邊界層內的密度 (ρ)，渦動黏滯力 (K_m)，氣壓梯度力等均一致。經此假設後，牛頓第二運動定律可寫成下式：

$$-fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau_{zx}}{\rho} \right) \quad (8)$$

$$fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau_{zy}}{\rho} \right) \quad (9)$$

其中氣壓梯度力可以由地轉風公式代替：

$$U_g = \frac{-1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad V_g = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10)$$

將(10)式代入(8) (9)式，可得：

$$k_m \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f(v - V_g) = 0 \quad (11)$$

$$k_m \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - f(u - U_g) = 0 \quad (12)$$

此即為我們常稱之 Ekman 方程。式中 $K_m = \tau_{zx}/\rho$ 或 τ_{zy}/ρ

假設邊界條件為：

(i) 在地面 $z = 0$ 時， $u = 0$ ， $v = 0$ 。

(ii) 在邊界層頂 $z = H$ 時， $u = U_g$ ， $v = V_g$ 。

則可得解如下：

$$u = U_g - U_g e^{-rz} \cos(rz) - V_g e^{-rz} \sin(rz) \quad (13)$$

$$v = V_g - V_g e^{-rz} \cos(rz) - U_g e^{-rz} \sin(rz) \quad (14)$$

其中 $r = (f/2K_m)^{1/2}$ ，邊界層頂的高度為 $D_e = \pi/r$

表一：在不同的 K_m 下 Ekman 方程所估算的 u, v 值

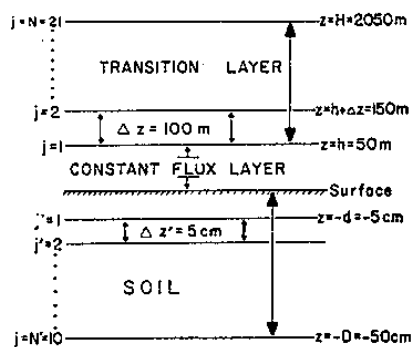
Z (m)	K=0.5		K=1.0		K=2.0		K=5.0		Observed	
	u (m/s)	v (m/s)	u (m/s)	v (m/s)	u (m/s)	v (m/s)	u (m/s)	v (m/s)	u (m/s)	v (m/s)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	--	--
50	5.4	3.0	3.9	2.3	2.8	1.8	2.8	2.8	--	--
100	10.0	4.1	7.4	3.8	5.4	3.0	3.5	2.1	5.0	3.0
200	16.3	3.1	13.1	4.0	10.0	4.1	8.7	3.4	--	--
300	19.2	0.8	16.8	2.9	13.8	3.9	9.0	4.0	--	--
400	20.1	-1.3	18.9	1.2	16.3	3.1	12.0	4.1	11.0	7.0
500	19.9	-2.8	19.8	-0.4	18.1	2.0	14.1	-3.9	--	--
600	19.4	-3.2	20.1	-1.8	19.2	0.8	15.8	3.3	--	--
700	18.9	-3.3	19.9	-2.5	19.8	-0.3	17.2	2.7	15.0	5.0
800	18.7	-3.3	19.5	-3.0	20.1	-1.4	18.2	1.9	--	--
900	18.6	-3.2	19.2	-3.2	20.0	-2.0	19.2	1.2	--	--
1000	18.5	-3.1	18.9	-3.3	19.9	-2.6	19.5	0.4	18.0	3.0
1100	18.5	-3.0	18.8	-3.3	19.2	-2.9	19.1	-0.3	--	--
1200	18.6	-3.0	18.7	-3.3	19.1	-3.2	20.0	-0.9	22.0	1.0
1300	18.6	-3.0	18.6	-3.2	19.1	-3.3	20.1	-1.4	--	--
1400	18.6	-3.0	18.6	-3.1	18.9	-3.3	20.0	-1.9	--	--
1500	18.6	-3.0	18.6	-3.0	18.6	-3.3	20.0	-2.3	17.5	-3.0
De(m)	595.5		842.2		1191.0		1803.3			

表一為 Ekman 模式在不同渦動黏滯係數下風速之變化，觀測資料來自於 1979 年在阿拉伯海所進行之季風實驗 (Summer Monex, 1979)，表中模式結果與觀測結果相比較。發現當 $K_m = 2 \text{ m}^2/\text{s}$ 時，在 100m 處模式的結果與觀測值非常相近，而在接近邊界層頂時， $K_m = 0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ 所得之結果與觀測值又再度接近，由此可推論 K_m 值隨高度的增加而減少，並非為一常數，而由圖二與圖三可看出 K_m 值的影響，主要表現在近地面的風速上，到達某一高度後不同 K_m 所得的風速值相差極其有限。

(2) Estoque 模式：

由以上結果可知， K_m 隨高度的分佈並不是一個常數。因此 Estoque (1963) 的模式中就考慮到了 K_m 隨高度變化的問題。在本文中 Estoque 模式的 k_m 採用 O'Brien's (1970) 三次多項式的結果 (如 (4) 式)，並且假設大氣處於恒穩狀態下，同時沒有平流作用存在。

Estoque 將大氣邊界層分為兩層，一為等通量層 (Constant Flux Layer)，此層內由地表傳播至大氣中的各通量幾乎不隨高度而變化，厚度大約由地面起至地表上方五十米。其上為過渡層，此層與 Estoque 相同，由氣壓梯度力、科氏力及摩擦力三力相平衡。各層圖形如圖四。

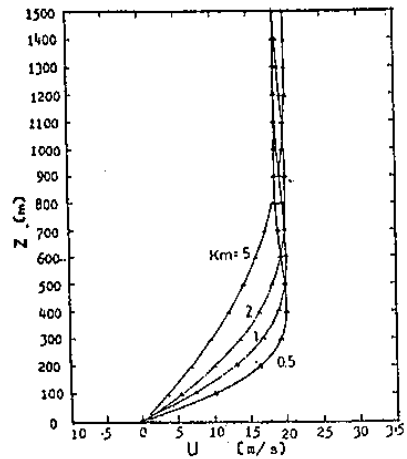


圖四：Estoque 模式之圖形

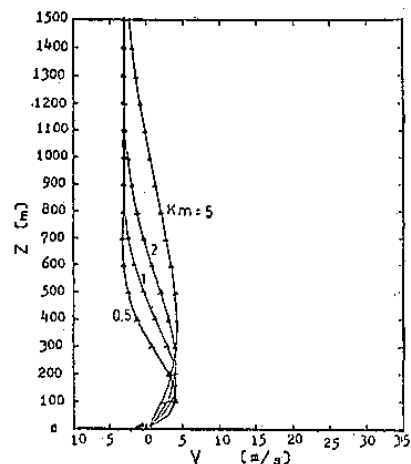
在過渡層內，控制方程式可寫為：

$$-\alpha \frac{\partial p}{\partial x} + fv + \frac{\partial}{\partial z} (K_m \frac{\partial u}{\partial z}) = 0 \quad (15)$$

$$-\alpha \frac{\partial p}{\partial y} - fu + \frac{\partial}{\partial z} (K_m \frac{\partial v}{\partial z}) = 0 \quad (16)$$



圖二：Ekman 模式中 u 隨高度的分佈



圖三：Ekman 模式中 v 隨高度的分佈

以地轉風代替氣壓梯度力，可得：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{K_m} \frac{\partial K_m}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{f}{K_m} (v - V_g) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{K_m} \frac{\partial K_m}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{f}{K_m} (u - U_g) = 0 \quad (18)$$

在上式中，地轉風與 K_m 均允許隨高度而變化，其邊界條件如下：

(i) 在地面 $z = 0$ 時， $u = 0, v = 0, K_m = 0$

(ii) 在邊界層頂 $z = h$ 時， $u = U_a, v = V_a,$

$$K_m = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$$

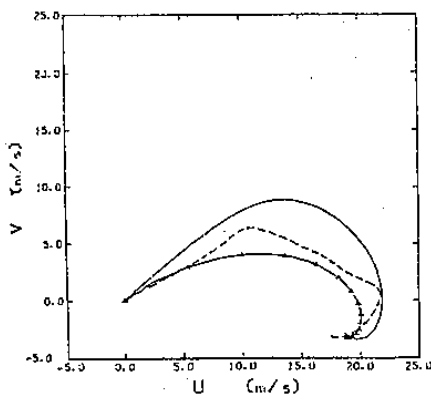
再利用弛張法 (Relaxation method) 即可解得各層之風速。

表二及圖五是 Summer Monex 在阿拉伯海上 ($11^\circ \text{N}, 70^\circ \text{E}$) 的觀測飛機 Electra 所觀測到的資料與兩模式計算結果間的對照。模式中近地面層的 K_m 值為 $1 \text{ m}^2/\text{s}$ ，在 100 m 處約為 $2 \text{ m}^2/\text{s}$ 。弛張法的風速容忍值 (Tolerance Value) 為 0.3 m/s 。

邊界層研究路途艱辛，氣象學者仍然屢仆屢起，繼續往前邁進的原因：

Generalized Ekman constant Δp constant K_m			Estoque's model linear Δp O'Brien K_m		Observed winds at Electra S	
z (m)	u (m/s)	v (m/s)	u (m/s)	v (m/s)	u (m/s)	v (m/s)
0	0	0	0	0	-	-
100	5.4	3.0	6.4	7.1	5.0	3.0
200	10.0	4.1	8.3	8.6	-	-
300	13.6	3.9	9.6	9.4	-	-
400	16.3	3.1	10.9	9.8	11.0	7.0
500	18.1	2.0	12.3	10.0	-	-
600	19.2	0.8	13.7	9.9	-	-
700	19.8	-0.3	15.2	9.5	15.0	5.0
800	20.1	-1.4	16.8	8.7	-	-
900	20.0	-2.0	18.4	7.6	-	-
1000	19.9	-2.6	19.9	6.2	18.0	3.0
1100	19.2	-2.9	21.4	4.3	-	-
1200	19.1	-3.2	22.0	2.0	22.0	1.0
1300	19.1	-3.3	22.2	-0.5	-	-
1400	18.9	-3.3	21.2	-2.8	-	-
1500	18.8	-3.3	18.6	-2.9	17.5	-3.0

表二 不同Ekman模式計算出風速值與實際觀測值比較表



圖五：不同模式計算出的風速風徑圖

三角形為一般 Ekman 模式，實線為 Estoque 模式；虛線為實測值。

從比較可知，Ekman模式在低層邊界層處與實際風場較符合，但在較高的邊界層中由於實際 K_m 值隨高度迅速減小，使得估計風速偏離。一般來說 Ekman模式的低估風速，主要是因為大氣邊界層內的摩擦力及氣壓梯度力的非常數之故，但其影響目前還不是很瞭解。

Estoque 的模式中對於中低層風速一般而言均有高估的現象，原因除了東西氣壓梯度偏大的影響外，O'Brien 的 K_m 垂直分佈仍然不甚理想也有關係。整體來說，除了 u 分量之估計過高外，Estoque 模式之結果較Ekman 的結果為好。由兩模式的比較亦可了解到，邊界層內的 K_m 與氣壓梯度力隨高度之變化，非為一常數。

四. 結論：

大氣裡大部分的動能與熱能的交換是在大氣邊界層裡進行的，然而這些交互作用十分複雜，使得大氣邊界層在理論上與觀測上均倍為困難，迄今仍停留在半經驗的階段。然而邊界層內的交互作用使得各氣團直接或間接地改變其溫度，此力邊界層裡的熱力效應對於天氣亦有極大的影響，所以一個理論模式若不包含邊界層的效應，不能算是個完整的模式，更不可能準確地作預報，這也是儘管大氣

參考資料：

- Blackadar, A.K., 1962: The Vertical Distribution of Wind And turbulent Exchange in A Neutral Atmosphere. *J. Geophys. Res.* 67, 3095-3102pp.
- Deardroff, J.W., 1972: Numerical Investigation of Neutral And Unstable Planetary Boundary Layer. *J. Atmos. Sci.*, 11, 91-115pp.
- Estoque, A., 1963: A Numerical Model of Atmospheric Boundary Layer. *J. Geophys. Res.*, 68, 1103-1113pp.
- Holton, R., 1979: A Introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press., New York, 319pp.
- Krishnamurti, T. N. et al., 1982: A Three Dimensional Planetary Boundary Layer Model For Somali Jet. *J. Atmos. Sci.*, 40, 894-908pp.
- O'Brien, J.J., 1970: A Note on The Vertical Structure of The Eddy Exchange Coefficient in The Planetary Boundary Layer. *J. Atmos. Sci.* 27, 1213-1215pp.
- 陶家瑞 et al., 1986: 大氣邊界層，氣象預報與分析，106, 40-48pp.