

氣流過山運動的一些問題之探討

彭順台

李尚武

美國海軍研究學院

中央氣象局資訊中心

摘 要

本文探討氣流過山運動的一些問題。我們發現在小尺度地形 ($L < 50$ 公里) 具有大的 Rossby 數中的氣流過山運動仍然不可忽略柯氏力的作用。柯氏力之主要影響為上游氣流的轉向及制阻回流向上游傳播，同時也減弱氣流的 Fr 值小於 0.5 在背風處形成的對稱渦旋。

當地形尺度增大時，上游的入射氣流偏向受柯氏力的影響更多而且在背風的下游有槽線產生。在小 Fr 值及小尺度地形時，在山的背面有小的渦旋產生，這些渦旋和背山的槽線並存。當地形的尺度增大時，這些渦旋逐漸消失而反旋式渦旋存在於山頂。背山的槽線主要是由於繞山運動造成，當地形的水平尺度大過 1000 公里時槽線會穩定駐留在山背。

利用相同的地形剖面來模擬比較二維和三維氣流過山運動證實半地轉理論的結果只適用於很大的地形寬度或很小的 Rossby 數。

壹、前 言

大氣中各種尺度的運動深受下邊界的熱力強迫及各種不同地形的動力強迫作用所影響。由於地表上各種地形的大小尺度可以自數十公里至數千公里，這些不同尺度的地形對大氣運動有不同的影響。Smith (1979) 對這個問題曾做過綜合性的歸納。

由於理論研究或數值試驗通常專注於某一特定尺度的地形或某一和地形有關的特殊現象，因此對氣流通過許多不同尺度地形的結果仍有很多尚未清楚的空缺處。本文的主要目的是探討一些還未被清楚了解的氣流過山問題並希望將各不同尺度的研究結果串聯以期能對不同尺度的地形對氣流的影響有較一貫性的瞭解。簡言之，本文的主要研究問題可以簡述如下：

1. 歸納近年來的氣流過山研究。

2. 瞭解柯氏力在小尺度地形上的作用。
3. 比較二維氣流和三維氣流過山的結果。
4. 研究氣流通過中尺度與地形的結果。
5. 比較半地轉和原始方程模式中氣流過山的差異。

在回顧過去的研究文獻中，我們只提及和本文有關的文章，對於完整的評分和歸納可參考 Smith (1979; 1989)。我們不企圖填補所有數值試驗的各斷層，也不填繪理論研究中各種參數 (如 Rossby Number, Froude Number 或 Aspect Ratio) 的完整圖譜，本文的數值模擬旨在取得足夠的資訊時於氣流通過不同尺度的地形有一般性的瞭解。

本文以均勻速度的正壓層化氣流為主，對於具有垂直風切的斜壓氣流所引起的一些變化留待將來

探討。文中第二節回顧過去研究文獻，第三節簡述二維模式及三維模式的結構，第四節探討柯氏力在小尺度地形的影響。二維氣流及三維氣流的略同則在第五節中討論，第六節說明中尺度地形對氣流的影響，第七節比較準地轉系統和原始方程的差異，最後為結論。

貳、歷史文獻之回顧

1. 小尺度地形 ($L < 50$ 公里)

柯氏力的作用在氣流通過小尺度地形的研究中通常被忽略不計。大 Froude 數的二維氣流過山運動之線性理論最早由 Queney (1947) 提出。在他所提出的領域內大部份的氣流都具有足夠的能量越過山脊而在山的背風坡處造成重力波動。Queney (1947) 顯示的氣流過山造成的線性重力波之垂直剖面圖已成為此領域內一再被引用的經典。相同的氣流在三維地形的研究中由 Smith (1980) 提出，他詳細的顯示氣流的水平結構，在地形附近高壓在山前形成而在山後則有低壓出現。過山氣流在山前減弱而在山後增強。氣流向地形兩側對稱的分流。

在相同的水平地形尺度下，Drazin (1961) 研究了 Fr 很小時所產生的位流 (potential flow) 的過山情形。當 Fr 很小時不論是因為氣流的速度很小，山脈高度過高或過大的層化情形，氣流都沒有足夠的動量越過山頂，而只能夠水平的繞山運動也無法在山後產生重力坡。

近年來 Smolarkiewicz 等人 (1988) 利用非靜力無黏滯模式成功的模擬夏威夷 Hilo 山前的輻合與雲帶，見系列的研究 (Smolarkiewicz and Rotunno, 1989; 1990) 則探討介於大 Fr 及小 Fr 之間的氣流運動，他們利用 Fr 介於 0.01 至 1.0 之間的各项測試發現當 $Fr < 0.5$ 時在山後有成對的渦旋出

現，這項新發展和早期的研究人員認為背風渦旋是在黏滯邊界層下產生不同，Brook (1990) 有類似的發現，但認為背風渦旋係伴隨山後回流及內波潰散 (internal wave break) 造成，他們也顯示長期積分以後，山後的渦旋會移出山區且柯氏力只有在入射氣流和山脊不垂直時才有作用。

其他一些研究着重在重力波的發生，下坡風、內波潰散及水位落差的跳躍現象 (hydraulic jump)，Durran (1990) 已對這些現象有所回顧和評介，本文和這些現象雖略有相關但並未特別着重。

2 中尺度地形 (100 公里 $< L < 400$ 公里)

Queney (1948) 將其 1947 年的線性背山重力波理論加入柯氏效應，使背山重力波見有慣性作用，這些波動則依據地形的水平尺度而在垂直方向上呈波動或指數減弱的結構。

Smith (1982) 利用擾動展開的方法將 $\frac{1}{R_0}$ 的高階項納入其單一地形的線性解使包括柯氏效應。這些高階項的納入並沒有改變其氣壓場和垂直速度場，但水平的空氣軌跡却被改變，氣流在山前左偏而在山後右偏並形成一槽線，這是由於過山氣流在山前減弱及在山後加速的緣故。

Dierhumbert 與 Wyman (1985) 利用流體靜力 Businessq 方程研究中尺度二維的山脊對入射氣流被地形阻擋而有停滯點出現，同這種阻擋造成的回流持續向上游傳播，當有柯氏力出現時此種阻擋及向上游傳播的情形減弱。

關於中尺度地形的三維氣流過山的文章並不多，我們將在第六節中討論。

3 小 Rossby 數及大尺度地形

a、準地轉理論

當 Rossby 數很小時，氣流通過地形的環流可以由準地轉理論獲得 (Smith, 1979)。對於穩定的層化氣流，過山的氣流型態可以用準地轉位

過度保守來解釋山頂上隨高度減弱的反旋式氣流，等燄面的垂直最大位移亦隨高度增加而減弱但水平的尺度隨高度增加，各層的抬升總量相當於山的體積，此種結果導致山前與山後有對稱的速度減弱，因而氣流左偏而在山後有相反的結果。

b、半地轉理論

Merkin (1975) 首先研究二維氣流通過無限延展的山脊且具剛性上邊界 (rigid lid) 的半地轉模式，氣流在山後有永久性的右轉並伴隨一低壓區。這是由於剛性上邊界及位渦度保守造成，並且只適用於二維山脈，Pierhumbert (1985) 解此二維半地轉模式時，採用無上限的邊界則沒有此背風的永久轉折。

對於有限延展的山脊之半地轉模式則由Merkin與Kanev-Rivas (1976) 與後來Blumen與Gross (1987) 研究，前者利用數值方法求解半地轉系統中之正壓氣流的穩定狀態解 (steady state solution)，後者將方程式中的非線性部份捨去而解得解析解，結果顯示在單一地形下呈現一反旋式渦旋，當此渦旋的大小超過氣流的基本流場時便形成封閉的渦旋，和準地轉系統比較，半地轉系統有一個和基本狀態無關的旋轉梯度風場的修正值出現，因此會增加山脊上的最大風速。將半地轉解自地轉座標上換回實際的物理空間時，每一層的環流隨高度向外輻散開來，輻散的遠近和山的高度成正比，這是由於地轉座標中包含了地轉氣流而地轉氣流本身為反旋式氣流的緣故。

Blumen和Gross (1987) 指出半地轉理論的適用範圍是在 $R_o < 0.3$ 及 $e/D < 0.5$ ，其中 e 為山的高度， $D = fL/N$ ，我們將在第七節中討論比較原始方程的模擬結果和Blumen與Gross (1987) 的結果。

參、二維及三維數值模式之簡述

1. 二維模式

本文中採用之二維模式同Williams等人 (1992) 相同，採用流體靜力原始方程，東西邊界採週期性邊界處法，並採用剛硬 (rigid lid) 頂層做為模式之上邊界。

2 三維模式

三維模式採用美國海軍研究實驗中心之有限區域數值模式 (Madala等人 1987)，此模式採二階有限差分法，時間積分為分離顯式法 (split-explicit)，水平網格配置為Arakawa C網格，對於本研究而言，我們只採模式的動力部份，垂直座標為沿地形起伏的 σ 座標。

三維地形剖面採用Smith (1979b) 的地形，以便和其他人的結果比較：

$$h(x, y) = \frac{h_m}{\left[\left(\frac{x}{a_{ox}} \right)^2 + \left(\frac{y}{a_{oy}} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (3.1)$$

其中 h_m 為山頂高度， a_{ox} ， a_{oy} 分別為 x 方向與 y 方向的寬度。 a_{ox} 並用來計算各種參數 (如Rossby數 $R_o = \frac{U}{f a_{ox}}$) 所用的特性長度 (Smith, 1979; Smolarkiewicz等人 1989)，Pierhumbert和Wyman (1985) 及Blumen與Gross (1987) 則採用高斯地形：

$$h(x, y) = h_m e^{-\left(\frac{x}{L} \right)^2} \quad (3.2)$$

並採其半寬 (half-width) 當做水平特性長度，本文大尺度試驗則採此高斯地形

$$h(x, y) = h_m e^{-\left[\left(\frac{x}{a_{ox}} \right)^2 + \left(\frac{y}{a_{oy}} \right)^2 \right]} \quad (3.3)$$

公式 (3.1) 地形的半寬長度約為 $0.77 a_{ox}$ ，而 (3.3) 的半寬長度約為 $0.69 a_{ox}$ 。Froude 數的計

算則採用山的高度，Brunt-Vaisala 頻率及風速，

$$Fr = \frac{U}{h_m N}$$

肆、柯氏力在小尺度地形的作用

大部份的研究都忽略小尺度地形中的柯氏力作用，主要是小的水平特性長度導致大的 Rossby 數，因之忽略地轉作用。本試驗中將詳細比較有無柯氏力之差異。

為了比較小尺度地形中柯氏力的作用，我們採用模式的網格大小 $\Delta x = \Delta y = 5$ 公里，山的寬度 $a_{ox} = a_{oy} = 25$ 公里，風速為 10 公尺 / 秒，此時的 $R_o = 4$ ， $Fr = 0.5$ ，此地形大小大致和 Smolarkiewicz 等人 (1989, 1990) 的地形相近似，圖 1 顯示在沒有柯氏力作用的情況下氣流南北對稱，在上游並有滯留點出現，在上游邊界無限制的情況下，向上游傳播的效果可以推至無限遠 (如 Pierhumbert and Wyman, 1985)，本文中的上游邊界採固定氣流進入模式，因此此種向上游傳播的效果只在有限的距離內，同時在二股氣流遇合之處造成一些擾動現象，在背山的下游處則有結構很好的對稱渦旋出現。

在有柯氏力影響的情形下， $f = 1.0 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ ，氣流恒在山前開始左轉，滯留點仍然存在，但向上游傳播的距離有限，山後的渦旋也不對稱，並且沒有像沒有柯氏力時的完整結構 (圖 2)。

伍、二維及三維氣流過山之比較

二維氣流及三維氣流過山的差別主要在於二維模式中所有的氣流均強近過山而沒有繞山的運動。在三維模式中當水平的地形外觀比值很小時大部份的氣流均繞越山脈使得背山的下沖氣流及重力波都明顯變弱。本文中二維及三維氣流均採相同的地形剖面 ($\cos^2 x \cos^2 y$)。

圖 3 中，實線為二維氣流過山的風速，虛線是山的外觀比值為 18 / 125，點線則為 18 / 16 的地形，三種曲線相當接近而且在山前有一些回流出現 ($U < 10$)，在山後也有一些回流出現，明顯的差別是二維模式中由於氣流全部過山，在山頂有最大風速出現，在三維模式中愈狹長的地形愈接近二維氣流過山，山前與山後之回流則指出在三維模式中有一部份的回流是由於水平的繞山運動造成的，而在二維模式中的山背回流則完全是因為水位落差所造成。

陸、中尺度地形對氣流的影響

本節中討論的中尺度地形的寬度 a_{ox} 介於 100 公里 ~ 400 公里之間，而其他變動，例如平均風速、山之高度等均維持等值，所以 Fr 保持相同之值而 R_o 逐漸減小。對 100 公里的地形而言 (圖 4)，此時 $R_o = 0.5$ ，氣流在背風處形成一個小渦旋，槽線在下游較遠處形成。當 a_{ox} 增加 (圖 5)，此時 $R_o = 0.25$ ，柯氏力的作用逐漸明顯，背山的渦旋顯著減弱，槽線位置接近背山的山坡，當 a_{ox} 增加至 400 公里時， $R_o = 0.125$ ，此時接近準地轉或半地轉的範圍，山頂幾乎形成封閉的反旋式環流，而背山的槽線加深。

當我們採用中尺度地形的 a_{ox} 但為狹長的山脊以強迫一些氣流越過山頂時，我們發現在背風槽線區有一些小的渦旋發生，可能的原因為過山的下沉氣流和繞山的氣流交互作用而成 (圖 7)。

我們在中尺度地形的尺度改變的結果分析中可以發現在此範圍的地形影響下，氣流所受的影響恰介於小尺度和大尺度之間，當水平尺度接近小尺度時背山氣流有不對稱 ($f \neq 0$ 時) 的渦旋產生，當地形的水平尺度逐漸增加時，山後的渦旋逐漸減弱而繞山造成的槽線逐漸增強，當地形尺度接近大尺

度時，山後的渦旋消失而槽線穩定的留在背風區。因此我們可以將中尺度地形的結果視為自小尺度地形至大尺度地形的過渡區。

柒、大尺度地形及半地轉系統中的氣流過山運動

圖 6 顯示雖然參數值已在半地轉的範圍內，原始方程式的積分結果仍然非常不對稱，本節主要探討在什麼樣的特性參數下原始方程式的結果會和半地轉理論的結果相近但，換言之半地轉理論在什麼情形下才適用。

半地轉系統的氣流過山運動主要特性為對稱地形，而原始方程模式則有較弱的對稱性與較強的重力波，一般而言，兩者在山前的氣流運動相近似而在山後則否。

圖 8 中 $a_{0x} = 960$ 公里， $R_0 \sim 0.05$ ，氣流線顯示反旋式環流恰位於山頂而在山後有極深的槽線出現。垂直速度場和 Bluman 與 Gross (1987) 的半地轉系統近似，山後的重力波也不明顯。

在數值模式中的地形處理如果是在初始的瞬間置入初始場 (Impulsive Flow) 往往因為地形的置入造成背風坡有暖心的氣旋式氣流，此槽線會隨時間積分向下游傳播。圖 8 中的背風槽線為穩定的環流不會向下游傳播。

為更進一步瞭解背風槽，我們採地形隨時間加高的方法，在初始的 24 小時內自 0 公尺長到 2,000 公尺。結果為氣流對地形的中心脊線對稱 (圖 9)。但是在山前為上升運動而山後為下沉運動，證明氣流完全過山而沒有繞山運動。因此，圖 8 中的背風槽是由於繞山運動造成的穩定環流而非隨時間變化的瞬變環流 (transient flow)。

捌、結語

在本文中我們探討了在氣流過山運動中還沒有被清楚瞭解的部份。

首先是柯氏力在氣流通過小尺度地形的作用，過去的研究均採地形的水平尺度而獲得大的 Rossby 數，因此忽略柯氏力的作用，但是在氣流過山運動中，對上游氣流影響的水平特性尺度遠大於山的水平尺度，因此柯氏力的作用對上游氣流的影響非常明顯，但是對下游的重力波發生上的影響則較不顯著。

其次，二維氣流和三維氣流過山的模擬上顯示當山的外觀比值 (Aspect Ratio) 小於 $\frac{1}{4}$ 時，三維過山氣流大約比二維的過山氣流少 20%。

從小尺度地形到大尺度地形的變化中，過山氣流的型態逐漸改變，當地形尺度很小時，山後的渦旋由於繞山運動形成，而地形尺度逐漸增加時柯氏力的作用逐漸增大，山後的渦旋減弱而與槽線混合在一起，當地形的尺度增大到半地轉或地轉的範圍時，山頂有反旋或環流發生且山後有穩定的槽線存在，此時已沒有山後的渦旋存在。

和繞山作用造成的背風槽線不同的是當採用初始瞬間置入 (impulsive) 地形時，背風槽線來自初始的不平衡造成，此種初始不平衡造成的背風槽會隨時間向外移出、減弱。

尺度分析的結果顯示，當 Rossby 數小於 0.3 時，半地轉理論將可適用 (Bluman 和 Gross, 1987)，但是數值模式試驗顯示，Rossby 數小於 0.05 以後原始方程模式才有和半地轉模式相近的結果。然而，半地轉系統在解析解上仍然提供了很好的說明。

參考文獻：

- Blumen, W., and B. D. Gross, 1987b: Semi-geostrophic flow over orography in a stratified rotating atmosphere. Part I: Steady three-dimensional solutions over finite ridges. *J. Atmos. Sci.* 44, 3007-3019.
- Crook, N.A., T.L. Clark and M.W. Moncrieff, 1990: The Devcer cyclone. Part I: Generation in low Froude number flow. *J. Atmos. Sci.* 47, 2725-2742
- Drazin, P.G., 1961: On the steady flow of a fluid of variable density past an obstacle. *Tellus*, 12, 239-251.
- Durrant, D. R., 1990: Mountain waves are downslope winds. **Atmospheric Processes over Complex Terrain**, W. Blumen ed., American Meteorological Society, Boston, 59-81.
- Madala, R. R. V., S. W. Chang, U. C. Mohanty, S. C. Mandan, R. K. Paliwal, and V. B. Sarin, 1987: Description of the Naval Research Laboratory limited area dynamical weather prediction model. **NRL Memorandum Report 5992**. Naval Research Laboratory, Washington, DC 20375-5000.
- Merkine, L, 1975: Steady finite-amplitude baroclinic flow over topography in a rotating stratified atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 32, 1881-1892.
- Merkine, L. and E. Kalnay-Rivas, 1976: Rotating stratified flow over finite isolated topography. *J. Atmos. Sci.* 33, 908-922.
- Peng, M. S. and R. T. Williams, 1992: A reexamination of Coriolis effects on flows over the mountains. submitted to *J. Atmos. Sci.*
- Pierhumbert, R. T. and B. Wyman, 1985: Upstream effects of mesoscale mountains. *J. Atmos. Sci.* 42, 977-1003.
- Queney, P., 1948: The problem of air flow over mountains: A summary of theoretical studies. *Bull. American Meteor. Soc.* 29, 16-26.
- Smith, R. B., 1979: Some aspects of quasi-geostrophic flow over mountains. *J. Atmos. Sci.*, 36, 2385-2393.
- Smith, R. B., 1979: The influence of mountains on the atmosphere. *Advances in Geophysics*, Vol. 21, Academic Press, 87-230.
- Smith, R. B., 1980: Linear theory of stratified hydrostatic flow past an isolated mountain. *Tellus*, 32, 248-364.
- Smith, R. B., 1982: Synoptic observations and theory of orographically disturbed wind and pressure. *J. Atmos. Sci.*, 39, 60-70.

- Smith, R. B., 1989: Hydrostatic airflow over mountains. *Advances in Geophysics*, Vol. 31, Academic Press, 1-41.
- McWilliams, J. C. and P. R. Gent, 1980: Intermediate models of planetary circulations in the atmosphere and ocean. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1657-1678.
- Smolarkiewicz, P. K., R. Rasmussen and T. C. Clark, 1988: On the dynamics of Hawaiian cloud bands; Island forcing. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1657-1678.
- Smolarkiewicz, P. K. and Rotunno, 1989: Low Froude number flow past three-dimensional obstacles. Part I: Baroclinically generated lee vortices. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 1154-1164.
- Smolarkiewicz, P. K. and Rotunno, 1990: Low Froude number flow past three-dimensional obstacles. Part II: Upwind flow reversal zone. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1498-1511.
- Williams, R. T., M. S. Peng and D.A. Zankofski, 1992: Effects of Topography on Fronts. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 287-305.

Some Issues of Flows over the Mountains

Melinda S. Peng
Naval Postgraduate School, Monterey, CA

Shang-Wu Li
Computer Center, Central Weather Bureau,
Taipei, Taiwan

Abstract

Some issues concerning flow over the mountains are studied. We found that the Coriolis force cannot be neglected even for flow over small scale mountains with large Rossby number. The major influence is on the upstream where Coriolis force deflect the flow and prohibit the upstream propagation. The lee vortices obtained with the Froude number less than 0.5 are also distorted by the Coriolis force.

When the mountain size is increased, the upstream flow is deflected more by the Coriolis force and a trough develops on the lee side. With small Fr , small vortices on the lee side are generated as for the very small mountains ($L < 50$ km). This vortices are embedded with the lee side trough. When the mountain size is further increased, the lee side vortices ceased to exist and anticyclonic vortex resides on the mountain. The lee side trough is generated by the flows around the mountain which is trapped there even for very large mountain ($L > 1000$ km).

Simulations of flows over a two-dimensional model and a three-dimensional model with the same cross-section profile are compared. The simulation conforms with the semigeostrophic solution only for very large scale mountain with very small Rossby number

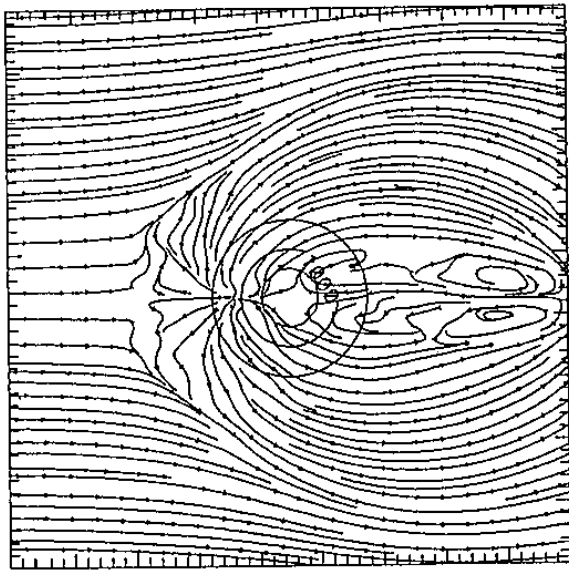


圖 1：小尺度地形，無柯氏力之水平氣流線， $a_{0x} = a_{0y} = 25$ 公里， $U = 10$ m/sec， $h_m = 2,000$ 公尺
 $\sigma = 0.9975$ ，積分時間 $\tau = 10$ 小時

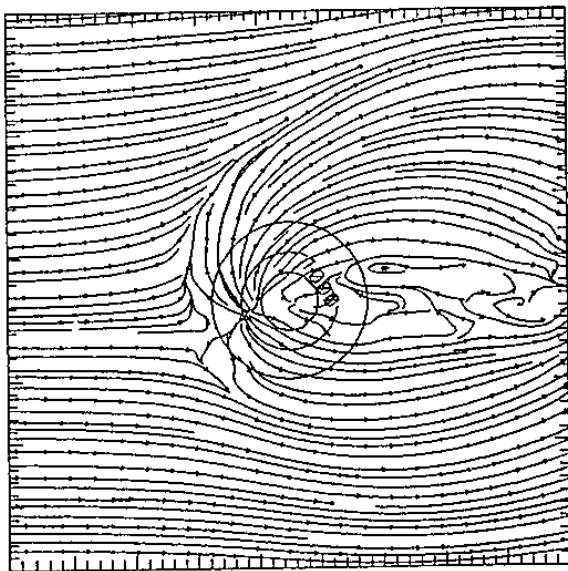


圖 2：同圖 1 但 $f = 1.0 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$

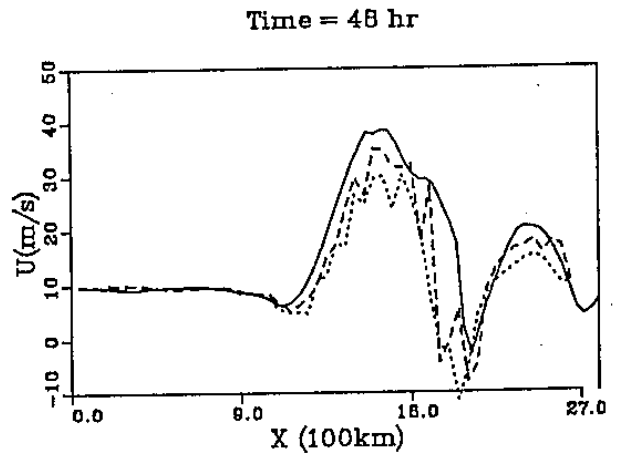
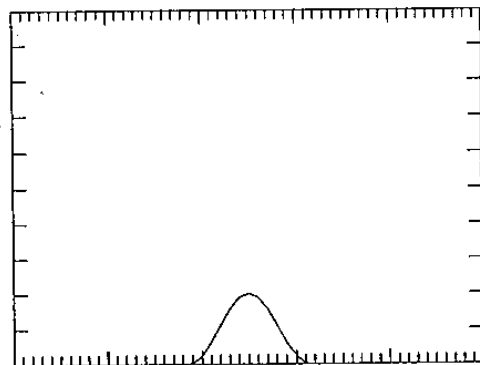


圖 3：(a) 模式最底層之過山氣流，實線為二維模式的結果，虛線為三維模式中地形的寬度比為 $18 / 250$ ，點線則比值為 $18 / 60$ 。



(b) 在此測試中山的剖面採 $\cos^2 x$ ，(三維模式採 $\cos^2 x \cos^2 y$)，平均氣流為 $U = 10$ m/sec，山高 $h_m = 2000$ m。

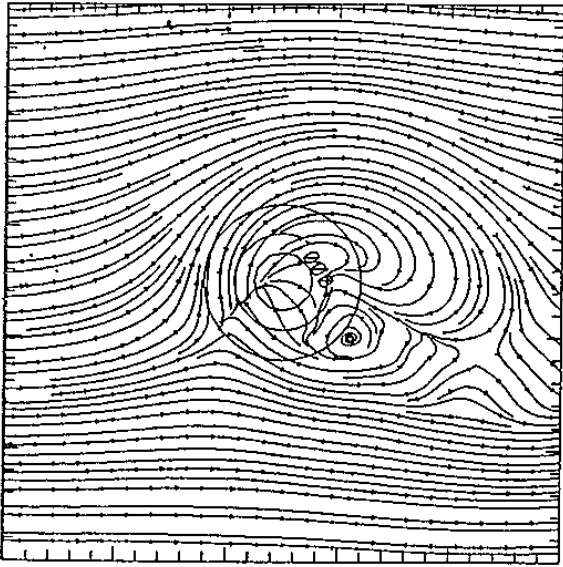


圖 4：中尺度地形的水平氣流場， $U = 5 \text{ m/sec}$ ，
 $a_{0x} = a_{0y} = 100 \text{ km}$ ， $f = 1.0 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ ，
 $N = 0.01 \text{ hm} = 2000 \text{ m}$ 。

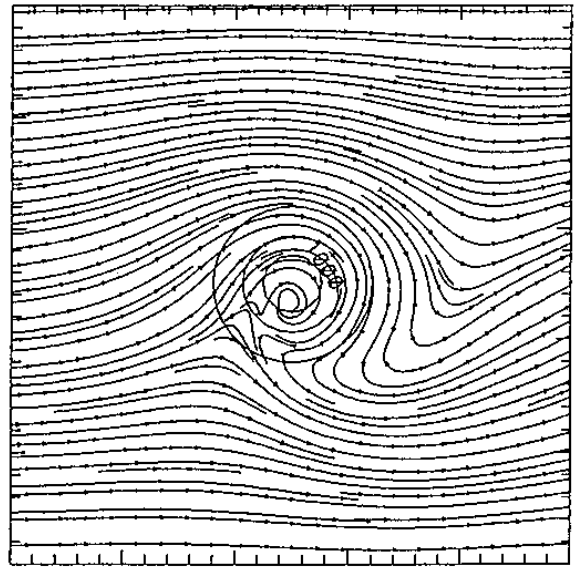


圖 6：同圖 4，但 $a_{0x} = a_{0y} = 400 \text{ km}$ 。

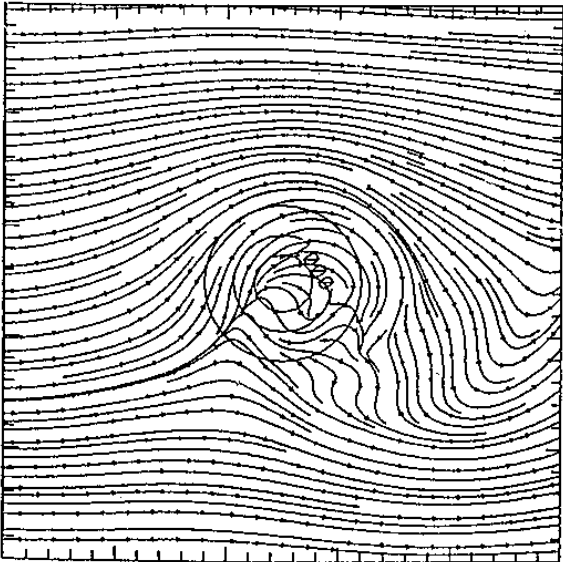


圖 5：同圖 4，但 $a_{0x} = a_{0y} = 200 \text{ km}$ 。

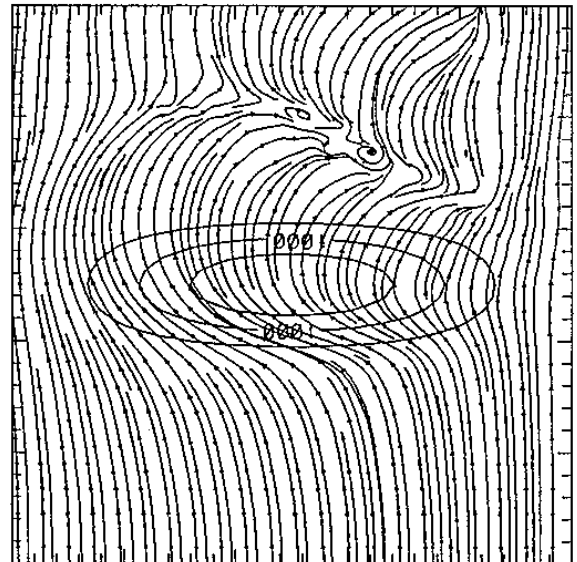


圖 7：同圖 4，但 $a_{0x} = 360 \text{ km}$ ， $a_{0y} = 1200 \text{ km}$ 。

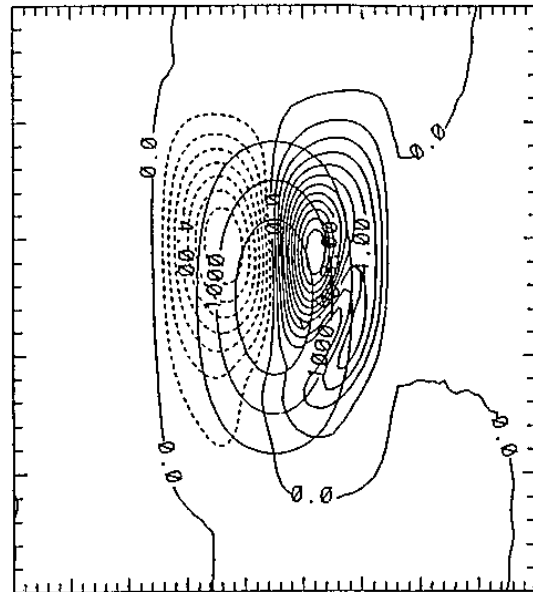
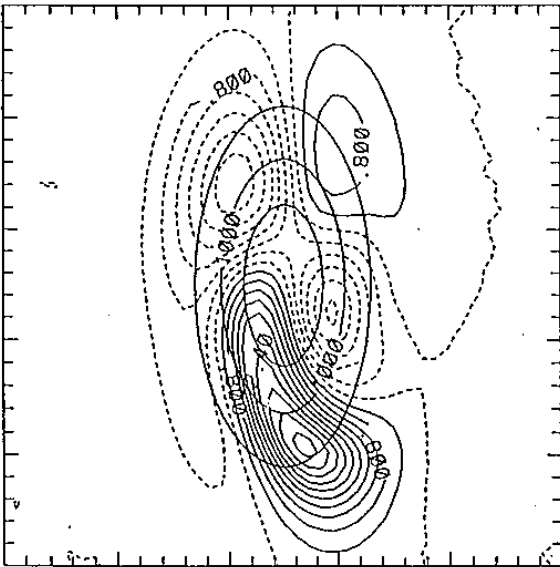
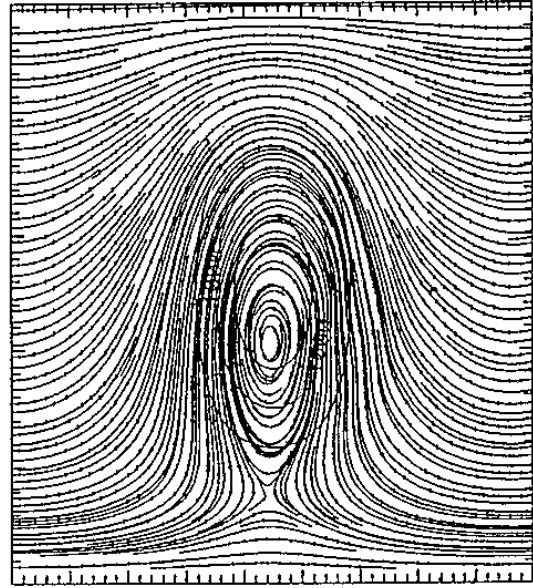
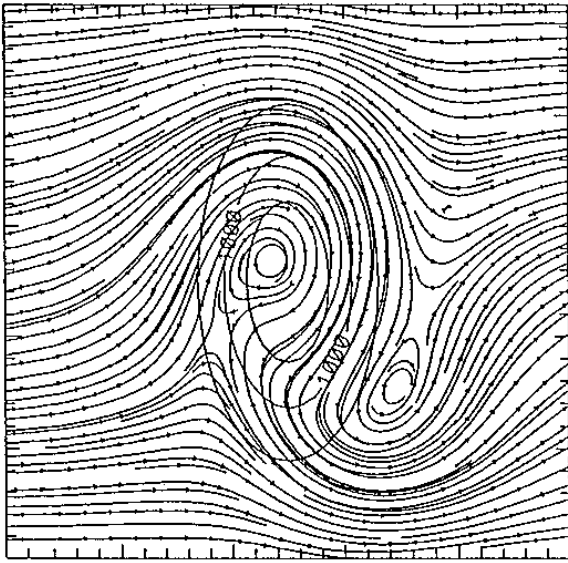


圖 8：大尺度地形過山氣流之氣流線及垂直速度場
 W (單位為 mb/hr)，等值線間距為 0.4
 mb/hr 地形之 $a_{0x} = 960 \text{ km}$ ， $b_{0y} = 1920$
 km ，但採用高斯地形。

圖 9：大尺度地形但不是採用初始瞬間置入的地形
 而在最初 24 小時內將山自 0 公尺增長至 2000
 公尺。

