

# 中央氣象局最佳客觀分析法的發展現況

滕春慈 劉其聖  
中央氣象局 美國海軍研究院

## 摘 要

中央氣象局從民國 79 年即開始第二代數值天氣預報系統的發展，其中有關分析的部份經過規劃後決定採用多變數三維統計客觀分析法。本局基本上是採用 Lorenc (1981) 所提 volume method。將全球分成許多個小的區間，每個區間互相重疊，在每個區間內的格點採用相同的觀測資料，用統計客觀分析法求得分析值，然後不同的區間的分析值再加在一起。這個方法的優點是對每一個格點可以使用較多的觀測資料。

最佳客觀分析法將於民國 82 年開始進行模組測試，83 年開始作業測試，目前進行的是程式測試。已進行的測試有 (1) 對單點在等距離上有三點觀測，當其中二點非常的接近時，它們加在一起的權重和另一個觀測點上的權重一樣。(2) 對單點格點在等距離的四個角上分別有高度或風或有高度及風的觀測隨著距離的變化看格點上權重的變化。(3) 隨機產生 3000 個觀測點，其上有高度以及風的觀測值且彼此滿足地轉關係，看僅有風，高度或同時有風與高度的觀測時，分析是否能夠得到和觀測一樣的結果。前二項的測試均得到正確的結果，第三項的測試正在進行中。

## 一、前言

影響一個預報系統預報結果好壞的因素一般而言可以分為下面二點：(1) 預報模式是否能正確的掌握大氣發生的事件。(2) 初始資料是否能正確的表現模式所能解析的大氣狀況。前者和預報模式的好壞直接相關，後者則和預報系統的資料處理有關。一般資料處理的過程分為三部份：資料的品質管理、資料的客觀分析、資料的初始化每一個部份各有不同的功能。資料的品質管理是避免壞的資料進入預報系統，介著資料的四維同化可能會長時間影響到預報結果，這方面 NMC 有相當多的研究而且有一些重要的發展。資料的客觀分析即是將目前發生的大氣現況放入模式中，自從Gandin, 1963 年發表統計客觀分析法以來，這種分析法由於俱備了理論上的優點即廣被各個中心採用，一直到現在並沒有任何其它的分析方法可以取代它的地位。資料的

初始化主要是分析完的資料進入預報模式前必須將重力波的雜訊去除，使得剛開始幾個小時的預報不會被這些雜訊污染，如果資料分析能夠非常有效率，則分析的結果將和正確觀測資料所表現的大氣非常相像，那初始化將作非常小的修改而已。近幾年來資料處理研究的方向多偏重四維資料同化的整體結果，希望模式在四維資料同化的過程中僅量和觀測資料接近，但是調整後的結果放入模式預報時，預報模式不要有太大的調整量的量以及太長調整的時間。

中央氣象局在第二代數值天氣預報系統中即將採用統計客觀分析方法，雖然統計客觀分析法的理論都一致，但是在實際的應用上為了計算的省時以及觀測資料的使用，不同的中心有不同的使用方法。本中心基本上乃是採用 Lorenc, 1981 年所提的 volume method 按 Lorenc 文章上的說法，這也是

ECMWF(歐洲共同市場預報中心)所使用的方法。在本篇文章的第二段中將介紹統計客觀分析法的公式推導,第三段中將介紹這個方法的優缺點。第四段中將介紹目前本局在這個方法上的設計情況以及發展現況。

## 二、統計客觀分析法的公式

首先定義B 是分析中所使用的觀測資料; A 是分析值; P, P 分別為觀測或分析值上的預報值(第一次猜測值); T, T則分別為觀測或分析值上的真值。和真值的差則定義如下:

$$\begin{aligned} a &= A - T, & (1a) \\ b &= B - T, & (1b) \\ p &= P - T, & (1c) \end{aligned}$$

分析, 觀測以及預報長時間的誤差平均則定義如下

$$\begin{aligned} E^a &= \langle a^2 \rangle^{1/2}, & (1d) \\ E^b &= \langle b^2 \rangle^{1/2}, & (1e) \\ E^p &= \langle p^2 \rangle^{1/2}, & (1f) \end{aligned}$$

差值被平均誤相除後的定義則為:

$$\begin{aligned} \alpha &= a/E^a, & (1g) \\ \beta &= b/E^b, & (1h) \\ \pi &= p/E^p, & (1i) \\ \beta_j &= (B - P)/E^p, & (1j) \\ r &= (A - P)/E^p, & (1k) \\ \epsilon^a &= E^a/E^p, & (1l) \\ \epsilon^a &= E^a/E^p, & (1m) \end{aligned}$$

所有i (或j) 的指標均是指觀測值, k 的指標則是指分析值。

客觀分析是指分析和預報的差值是由N 個觀測和預報的差值線性組合而成, 即

$$r_k = \sum_{i=1}^N w_{ik} q_i, \quad (2)$$

統計內插的方法即是找到適當的權重, 使得分析誤差值最小。將(1)式代入(2)式中得到

$$\alpha_k \epsilon^a = \pi_k + \sum_{i=1}^N w_{ik} (\beta_i \epsilon^b - \pi_i). \quad (3)$$

將上式取時間平均則得到(4)式

$$\begin{aligned} \langle \epsilon^a \rangle^2 &= 1 + 2 \sum_{i=1}^N w_{ik} (\langle \pi_k \pi_i \rangle + \epsilon_i^a \langle \beta_i \beta_j \rangle \epsilon_j^b) \\ &+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ik} w_{jk} (\langle \pi_i \pi_j \rangle + \epsilon_i^a \langle \beta_i \beta_j \rangle \epsilon_j^b) w_{jk} \end{aligned} \quad (4)$$

如果以向量的方式表示下列數值

$$w_k = [w_{ik}], \quad (5a)$$

$$h_k = [\langle \pi_k \pi_i \rangle - \langle \pi_i \beta_i \rangle \epsilon_i^b], \quad (5b)$$

$$q = [q_i^a], \quad (5c)$$

$$M = [\langle \pi_i \pi_j \rangle + \epsilon_i^a \langle \beta_i \beta_j \rangle \epsilon_j^b - \epsilon_i^a \langle \beta_i \pi_j \rangle - \langle \pi_i \beta_j \rangle \epsilon_j^b]. \quad (5d)$$

方程式(2)及(4)則表示為

$$r_k = w_k^T q, \quad (6)$$

$$\langle \epsilon_k^a \rangle^2 = 1 - 2w_k^T h_k + w_k^T M w_k. \quad (7)$$

最佳權重即(4)或(7)式對每一個觀測值的權重取微分且另其值為零即可得到。

$$\hat{w}_k = M^{-1} h_k. \quad (8)$$

相對的分析值及分析誤差值為

$$r_k = h_k^T M^{-1} q, \quad (9)$$

$$\langle \epsilon_k^a \rangle^2 = 1 - h_k^T M^{-1} h_k. \quad (10)$$

因為M 以及q 僅和觀測值有關與分析點無關, 一般僅計算一次。所以在計算上並不是直接計算w, 所以是以下式取代(9)式的計算。

$$c = M^{-1} q, \quad (11)$$

$$r_k = c^T h_k. \quad (12)$$

上面僅是就最基本的理論探討, 在實際的應用上還必須考慮到下列數點: (1) 數點觀測資料的集合, (2) 觀測資料的檢定。詳細的公式請參考 Lorenc, 1981 的文章。

## 三、統計客觀分析法的優缺點

當然直接由數學的理論上看, 統計客觀分析法可以得到一個使長時間平均分析誤差為最小的分析值, 一個和真值相差最小的客觀分析值當然是最佳客觀分析值, 這也是為什麼我們一直喜歡用最佳客觀分析法稱統計客觀分析法。這是統計客觀分析法其基本理論上即俱備的優異性。除了這個優點外, 統計客觀分析法在物理上也俱備了一些優異性。比如說: 這是唯一的一個分析方法俱備了外插的特性; 這也是唯一的一個分析方法其權重可以依觀測資料的疏密自動調整, 所以若是分析點附近觀測資料的分佈並不是均勻時, 分析值並不會如同其它的分析方法一般, 偏重於觀測量較多的觀測值; 另外在統計客觀分析法的使用上, 權重只和觀測變數與分析變數之間的誤差相關係數有關, 因此它是一種非常容易就可以使用多變數分析的分析方法; 統計客觀分析法由於其權重是直接和觀測變數的觀測誤差有關所以可以非常容易客觀的使用各種不同的觀

測變數，這個特性在使用衛星資料時尤其顯著，它可以將衛星資料水平觀測誤差的相關性均放入分析中，這是其它分析法不能做到的。另外在 STAM 的使用上由於它是直接使用厚度為觀測變數，不必轉換為高度值，使用上容易許多；另外在多變數統計客觀分析法中，必需說明高度、風等變數之間的統計誤差相關性，借著這個統計量，可以非常容易的將一些高度、風等俱備的物理特性放入分析中，甚至可以將一些我們希望的限制條件直接放入分析中

部份統計客觀分析法的優點反而成為使用上的缺點，比如說在使用統計客觀分析法時一定必需先知道變數本身以及變數之間的預差誤差特性以及觀測之誤差，這些誤差的特性影響到分析的結果，因此如何適當的描述這些特性以及如何在描述預報誤差的時候適當的放入我們希望風與質量場間的關係成為統計客觀分析法中比較不確定的部份。另外在使用衛星資料時一定必須適當的定義出觀測量水平觀測誤差的相關性，否則未蒙其利先受其害，可是目前大家對衛星資料的特性均還在摸索中，所以如何正確的定義也是統計客觀分析法中不確定的部份。除了這些預報誤差特性以及觀測誤差的不確定外，統計客觀分析法所必需使用的這些誤差特性必需隨著模式的更新而更新；觀測誤差必需隨著觀測儀器之更新而更新造成使用上的一些不方便性，以上是統計客觀分析法基本理論所造成的一些缺點。除此之外如何正確的選擇觀測資料也是統計客觀分析法在使用的時候不完全確定的地方，會造成這種的不確定性主要是為了配合計算機的容量以及計算時間的限制所造成。如何選擇足夠的觀測資訊以得到最適當的分析結果，卻不會造成矩陣過大耗時太久，造成統計客觀分析法目前在各個作業中心有不同的使用方法。

#### 四、本局的設計以及發展現況

本局最佳客觀分析法大部份是採用 Lorenc, 1981 年文章上的描述，基本上可以歸納為以下幾點

1. 採用多變數統計客觀分析法。
  2. 採用 volume 為分析的基本單位，每個 volume 互相重疊，每個格點均有 4 個 volume 的分析值，所以每個格點上的分析值為這些 volume 上分析值的權重平均。volume 方法的基本特色在屬於同一個 volume 內的格點均使用相同的觀測資料，如此在同一個 volume 內可以只解一次耗時較多的觀測資料矩陣，那麼一次可以選擇較多的觀測資料，在 NMC 影響一個格點的觀測資料僅有七到八點，而我們使用這種方法最多可以選擇三百個觀測量。
  3. 同時用距離和方向為 volume 內觀測資料選取的標準。
  4. 使用二次迴歸方程式表示高度預報誤差的空間相關值，風和高度滿足非輻散地轉的關係，但是熱帶地區，這個關係有一些放寬，予許輻散非地轉風的存在。
  5. 將 volume 內所有選擇到的觀測點上之高度、風等相互間預報誤差的相關值全部算出後，再依照實際選擇到的觀測元素，由上面算出之預報誤差相關值組成統計客觀分析中所需之矩陣。
  6. 分析中將使用 gross error check 以及 buddy error check。
  7. 使用 bi-cubic 內插的方式將格點上的預報值內插到觀測點上，以求這二者的差值。以此差值修正格點上的預測值。
  8. chloskey 為本分析中線性方程求解的方法。
- 以上是本局統計客觀分析法大致上的設計。

目前本局統計客觀分析法中分析部份的程式撰寫大致上已完成，也做了一些測試，包括(1) 一個格點其等距離上，均勻分佈了三個觀測點(圖一)，由理論上大家都知道當其中二點無限的靠近後分析這二點加起來的權重和另外一點相當，這就是統計客觀分析法可以主動的調整權重，使得分析值不會因為觀測點在空間分佈的不均勻，而偏重觀測點

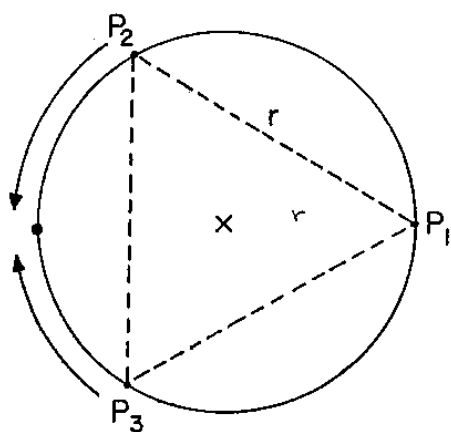
較多的觀測值。(2) 一個格點上，其在等方向有四個觀測點(圖二)，若是觀測點上僅有高度，或是僅有風，或是同時有高度以及風的觀測時比較格點上分析值隨四點觀測點和格點在不同距離下的變化情形(圖三)。這個實驗的主要目的是重覆 Bengtsson, 1976 年的實驗，希望有同樣的分析結果，這主要是對分析部份的程式有更進一步的驗證。(3) 首先製造一個二波的地轉平衡高度以及風場(圖四至圖六)，然後用亂數製造一些觀測點，這些觀測點上的觀測值即是二波地轉平衡上應該有的高度、風等資料。用這些觀測資料分析第一次猜測值為零的格點分析值，若僅有高度、風或同時俱有高度、風的觀測情下格點上高度、風的分析，目前這部份正在進行測試中。

## 誌謝

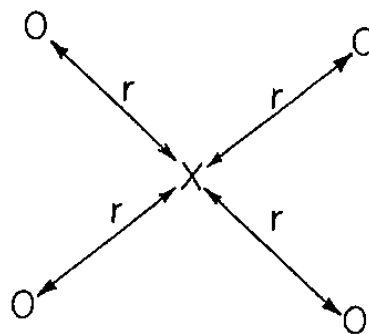
在整個統計客觀分析法的理論研討以及程式的撰寫與測試中非常感謝 Dr. Barker 的細心指導。

## 參考文獻

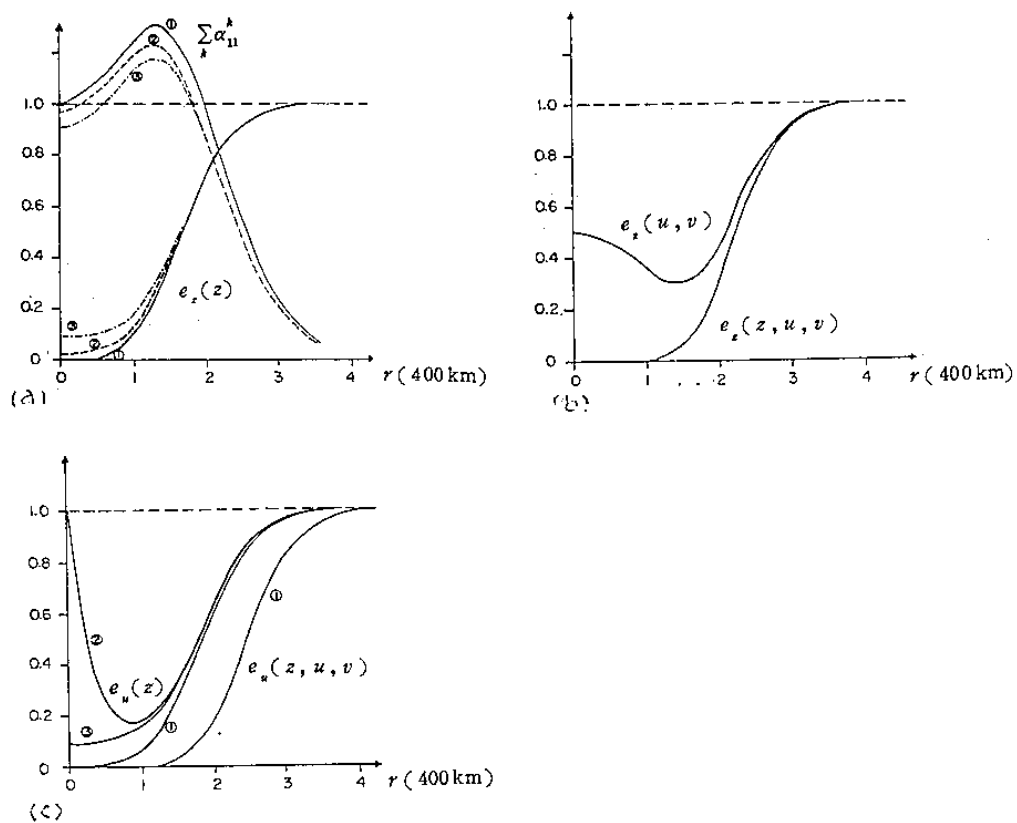
- Bengtsson, L., 1975: 4-dimensional Assimilation of Meteorological Observations. GARP Publications No. 15, World Meteorological Organization, Geneva, 76 pp.
- Gardin, L. S., 1964: On the optimal interpolation of vector fields. Trudy Glavnoi Geofizicheskoi Observatorii (GGO), Imeni A. I. Voeikova, Leningrad, No. 165, 47-69.
- Lorenç, A. (1981). A global three-dimensional multivariate statistical interpolation scheme. Mon. Wea. Rev., 110, 1335-1346.



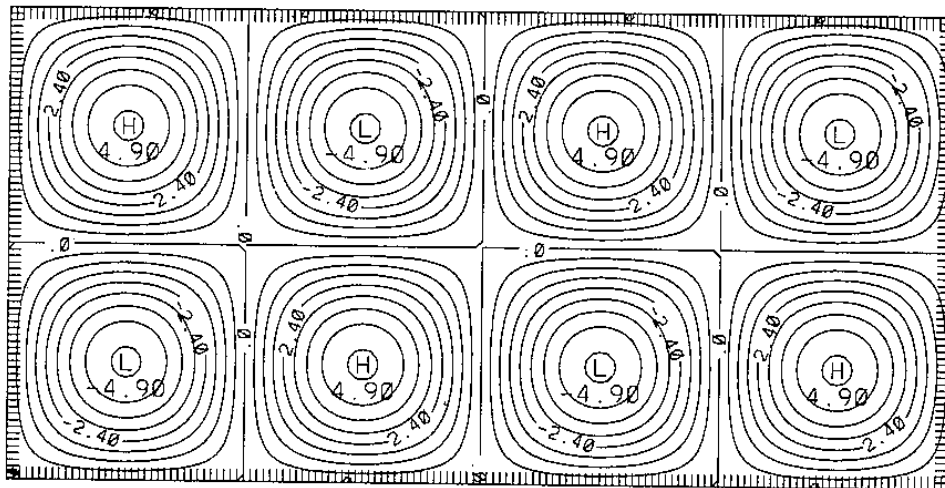
圖一、三個等距的測站



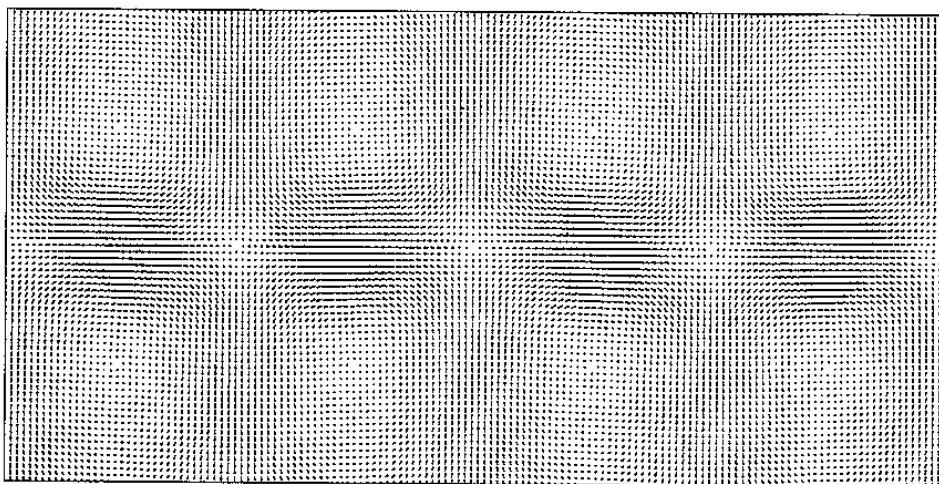
圖二、四個對稱分布的測站



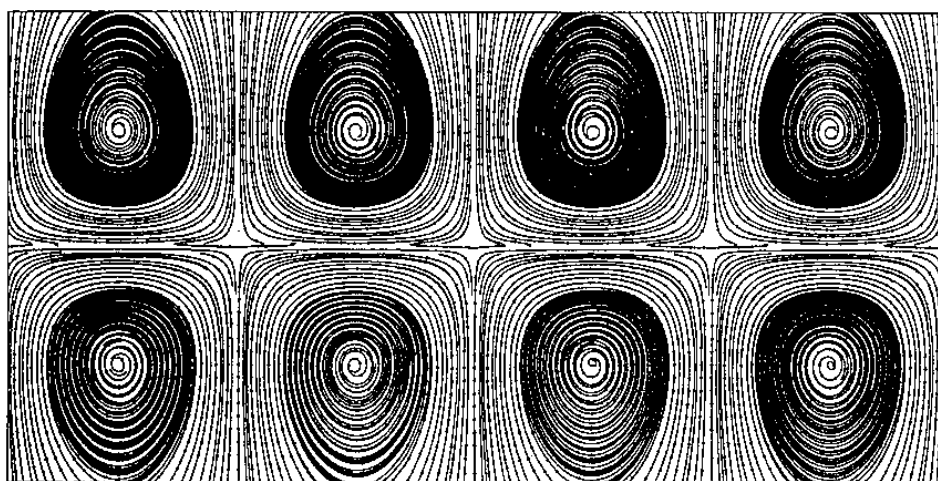
圖三、(a) 網格點高度值由測站高度值內插到的結果  
 (b) 網格點上高度的內插誤差  
 (c) 東風  $u$  的內插誤差



圖四、波數二的高度場分佈



圖五、波數二的風場分佈



圖六、波數二的流場分佈

## The status of optimal interpolation at Central Weather Bureau

Chuen-Teyr Terng

Central Weather Bureau

Chi-Sann Liou

MASL

Central Weather Bureau started the development of 2nd generation Numerical Forecast System (NWP) from 1991. After a closed study, use Lorenc (1981) multivariate statistical interpolation as our analyses method. The analyses method is going the module testing at 1993, and operational testing at 1994. Now is the coding testing, there are three testing cases on going: (1) A single grid point, there are three equally spacing observational points. (2) A single grid point, at four equally spacing corner, there are four observational points. (3) There are randomly 3000 observational points in globally, each one has height \ wind data which are geostrophic balanced.

