

# CWB全球預測系統溫度場初始化的問題與改進

陳建河 劉其聖

中央氣象局 美國海軍研究院

## 摘要

從一些點的溫度垂直剖面分析顯示全球預測系統(GFS)初始化後的溫度場在低層與實際分析的溫度相差甚大。GFS初始化的方法是採Barker(1982)的方法,以非線性平衡方程(non-linear balance equation)為高度場與風場的強制條件,用變方法(variation method)讓這兩個場的調整量達到最小。初始化後的溫度場則是由平衡後的高度場以靜力平衡公式(hydrostatic equation)計算而得。由於初始化是在非標準面(1000, 925, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100mb)上計算,必須經過一次由標準分析面(1000, 925, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 mb)的內插過程,因而會產生少許的誤差。為了減少誤差的來源,改由在標準分析面上做初始化,同時也改變變方法中係數 $\beta$ 的值,讓高度場的調整量減少,使計算出的溫度場與實際溫度分析不致於相差過大。從改進後的結果發現效果良好。

另一個改進溫度場的方法是將初始化後的高度分析場經由內插模組(Interpolation module)內插至預報模式的 $\sigma$ 坐標上再減去模式前12小時的12小時高度預報場,用此差值計算在 $\sigma$ 面上的溫度差值,然後以Arakawa-Suraze的靜力平衡公式檢定以確保兩者滿足靜力平衡,最後再將修正後高度場及溫度場的差值分別加回到模式的前12小時的12小時預報場。此法的主要目的是要避免溫度場在P坐標到 $\sigma$ 坐標時產生過多的誤差。

## 一、引言

中央氣象局(CWB)的全球預測系統(GFS)自1988年7月1日起正式作業。GFS的主要目的是在提供區域預測系統(RFS)所需要的邊界值條件及5~7天的中期天氣預報指引。GFS由7個模組(module)所組成,分別是地面氣壓場分析、質量場分析、風場分析、初始化、內插、預報模式、輸出。有關各模組的詳細描述及GFS的成效(performance)可見Liou et al(1989)的文章。

GFS從正式作業迄今已將經歷三年,在模式的校驗人員及預報人員的使用之下也發現了一些問題,例如,哈德雷環流(Hadley circulation)預報過弱,副熱帶噴流強度過弱,模式的高層極區過冷,熱帶則預報過暖,底層全球預報過冷,及850mb在東亞大陸的海陸交界處的海洋區常有暖舌存在等等。另外我們

也從一些個案發現,某些網格點上的溫度分析剖面,在經過初始化之後與實際的分析在低層相差甚多,而且初始化後的溫度場經過內插到模式的 $\sigma$ 坐標立即經過輸出程序回到分析面的P坐標上,發現與原來分析的溫度場差異頗大,尤其是在低層。

本文將著重於初始化及內插模組的討論與改進,希望能提供預報模式較正確的初始溫度場進而提高模式預報的準確度。本文共分四節:第一節為引言,第二節敘述初始化,內插模組的方法及其改進。第三節為改進後的測試結果與討論。最後一節為結論。

## 二、初始化與內插模組之方法及其改進

GFS中初始化(initialization)所使用的方法是以非線性平衡方程(non-linear balance equation)為強制條件,採用變方法(variational method)讓高度場( $\Phi$ )與風場( $V$ )之間的調整量最小(

Barker, 1982) 。即

$$F(\phi, V) = \int_A [(\phi - \phi_0)^2 + \beta(V - V_0)^2 + 2\lambda_m(\psi, \phi)] dA \quad (1)$$

$f$  = Euler-Lagrangian parameter

$\Phi$  = geopotential,

$\psi$  = stream function,

$V$  = balanced wind (non-divergent wind)

$\beta$  = scale factor,

$m(\psi, \Phi)$  = nonlinear balance equation,

$$= \nabla \cdot (f \nabla \Phi) + 2 \cdot J(u, v) - \nabla^2 \Phi$$

$J$  = Jacobian operator

由(1)式可以導出一組 Euler-lagrange equation, 而從這組方程組我們可以解得平衡後的高度場及風場。

進一步考慮資料的三度空間性, 於是使用經驗正交函數 (Empirical Orthogonal Function (EOF)) 將水平與垂直向的資料串連起來。此 EOF 的求法是計算 10 層高度分析場之間的協方差 (Covariance) 而得到一個  $10 \times 10$  的對稱矩陣, 由此矩陣可求解得 10 個 eigen mode 而且每一個 mode 相對應於一個 eigen-function。所以將(1)式的所有變數轉換到 EOF 的空間上而且只要平衡前面 4 個 mode 就足以佔所有協方差的 99%。

在 EOF 的空間上, 以重覆法 (iterative method) 解下列的方程組:

$$\nabla^4 (\lambda_B)^n - \frac{f^2}{\beta} \nabla^2 (\Delta \lambda_B)^n = m(\Phi^{n-1}, \psi^{n-1}) \quad (2)$$

$$(\nabla \Phi)^n = \nabla^2 (\Delta \lambda_B)^n \quad (3)$$

$$\nabla^2 (\Delta \psi)^n = \frac{f \nabla^2 (\Delta \lambda_B)^n + \nabla f \cdot \nabla (\Delta \lambda_B)^n}{\beta} \quad (4)$$

當得到平衡後的高度場之後, 再以靜力平衡公式計算平衡後的溫度場。

在上述的描述中, 對於計算 EOF 所需要的 10 層高度場資料, 1000, 925, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100mb 等有些是在非標準層上, 也就是說必須經過一次內插將分析資料從標準層 (1000, 925, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100mb) 內插到非標準層上, 此過程難免會造成少許的誤差而且在非標準層上對於診斷分析而言並不十分方便。因

此改由在標準層上做初始化不僅可以避免內插過程所造成的誤差也可以將原來的 10 層分析增加為 11 層。

在上述(4)式中, 係數  $\beta$  在現行的模組中為  $400 \text{ m}^2 \text{ sec}^{-2}$ , 這表示若有  $5 \text{ m/sec}$  的風速變化則將會有至少 30m 的高度變化。將係數  $\beta$  的值改為  $2000 \text{ m}^2 \text{ sec}^{-2}$ , 這是因為不希望讓高度的調整量過大以至影響到計算出來的溫度與實際分析相差過大。再者, 由於初始化的分析面由非標準層改為標準層, 因此在用靜力平衡公式計算溫度時, 對於溫度面的定義也將改變。現行模組以 Newton-Raphson iterative 法計算溫度面。若以標準層氣壓值去計算則有不合理的計算結果出現, 因此改用 phillips (1974) 的方法:

$$P_i = \frac{1}{(k+1) p^k} \left( \frac{p_i^{k+1/2} - p_{i-1}^{k+1/2}}{p_{i+1/2} - p_{i-1/2}} \right) \quad (5)$$

$$p_i = p_0 P^{i/k} \quad (6)$$

垂直作標如圖 1 所示。現行作業的 GFS 在內插模組中將初始化後平衡變數場, 解析度為  $2.5 \times 2.5$ , 以 bi-cubic spline 法內插到預報模式的  $\sigma$  坐標上, 其解析度為  $2.4 \times 3.0$ 。內插完之後的溫度場與高度場由於考慮了地形效應而改變了原有的靜力平衡, 因此用 Arakawa-Lamb 的靜力平衡公式:

$$\phi_k - \phi_{k+1} = C_p [P_{k+1} - P_k] \hat{\theta}_{k+1} \quad (7)$$

$$\phi_k - \phi_s = \sum_{l=1}^L \pi C_p \theta_l \frac{\partial P_l}{\partial \pi} \Delta \sigma_k - \sum_{l=1}^{L-1} \alpha_{k+1}^l (\phi_k - \phi_{k+1}) \quad \dots \dots (8)$$

$$\theta_k = T_k / P_k,$$

$$\hat{\theta}_k = \theta_k \ln \left( \frac{\theta_k}{\theta_{k+1}} \right) / \left( \frac{\theta_k}{\theta_{k+1}} - 1 \right),$$

$$\sim \theta_k [1 - C \left( \frac{\theta_k}{\theta_{k+1}} - 1 \right)]$$

$$C = 0.468982,$$

$$\pi = P_s - P_{\text{TOP}},$$

$$P_k = \left[ \frac{1}{1+a} \frac{\hat{p}_{1-k}^{1/a} - \hat{p}_{1-k-1}^{1/a}}{\hat{p}_1 - \hat{p}_{1-1}} \right]^{k/a},$$

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{p_1 - p_{\text{TOP}}}{p_s - p_{\text{TOP}}}$$

$$\Delta \sigma_k = \hat{\sigma}_{k+1} - \hat{\sigma}_k,$$

$$K = R / C_p,$$

$$a = 0.2051,$$

為強制條件以變方法 (Barker, 1982) 調整高度場與溫度場使滿足靜力平衡。

在新測試之方法中, 為了減少內插溫度場所造成的誤差, 我們不直接內插溫度場, 而改以內插完之後的高度場 ( $\phi^{\circ}$ ) 減去前12小時的12小時高度預報場 ( $\phi^{-1/2}$ ), 用此差值 ( $\Delta\phi^{\circ}$ ) 以靜力平衡公式計算相對應的溫度修正量 ( $\Delta T^{\circ}$ ), 接著改以Arakawa-Suarze的靜力平衡公式 (Arakawa & Suarze, 1983)

$$\phi_i - \phi_s = C_p \theta_L (P_s - P_i) \quad (9)$$

$$\phi_i - \phi_{i+1} = C_p \hat{\theta}_{i+1/2} (P_{i+1} - P_i) \quad (10)$$

$$\hat{\theta}_{i+1/2} = \frac{(\hat{R}_{i+1/2} - P_i) \theta_i + (P_{i+1} - \hat{R}_{i+1/2}) \theta_{i+1}}{P_{i+1} - P_i},$$

$$\hat{P}_{i+1/2} = (\hat{p}_{i+1/2} / p_0)^k$$

$$P_i = \frac{1}{1+k} \left[ \frac{\hat{R}_{i+1/2} \hat{P}_{i+1/2} - \hat{R}_{i-1/2} \hat{P}_{i-1/2}}{\hat{R}_{i+1/2} - \hat{R}_{i-1/2}} \right]$$

為強制條件, 同樣以變方法做高度場與溫度場之修正量做靜力平衡的調整。這是因為, 根據Arakawa, Suarze (1982)的研究認為, 以  $\theta$  (位置) 及  $\theta^2$  保持守恆, Arakawa-Lamb (1981) 所導出來的靜力平衡公式在最底層與地面之間具有非局部 (non-local) 形式而此種non-local會影響到靜力平衡的差分式在計算上的準確度。最後再將調整之後的溫度及高度修正 ( $\Delta T^{\circ}$ ,  $\Delta\phi^{\circ}$ ) 加回到前12小時的12小時預報場 ( $T^{-1/2}$ ,  $\phi^{-1/2}$ )。計算流程以下列簡單的式子表示:

$$\text{int } \phi^{\circ} \xrightarrow{\text{bi-cubic spline}} \phi^{\circ}$$

$$\phi^{\circ} - \phi^{-1/2} = \Delta\phi^{\circ}$$

$$\Delta\phi^{\circ} \xrightarrow{\text{hydrostatic equation}} \Delta T^{\circ}$$

$$(\Delta T^{\circ}, \Delta\phi^{\circ}) \xrightarrow{\text{Arakawa-Suarze adjust}}$$

$$(\Delta T^{\circ}, \Delta\phi^{\circ})$$

$$\Delta T^{\circ} + T^{-1/2} = T^{\circ}$$

$$\Delta\phi^{\circ} + \phi^{-1/2} = \phi^{\circ}$$

另外一點不做溫度內插的原因是內插溫度場要比內插高度場的誤差大很多, 尤其是在有逆溫層的時候, 其次高度場可以說是溫度場的垂直積分結果, 其剖面要比溫度場來得平滑些, 因此內插高度場的誤差較小。

Sundquist (1976) 研究顯示以內插溫度場所計算山來的氣壓梯度力的誤差較大。

### 三、測試結果及討論

對作業版的初始化而言, 某些網格點上的溫度垂直剖面顯示, 初始化的溫度剖面 (在非標準層上) 與實際分析的溫度剖面在低層大氣有頗大的差距 (圖-2)。而對同樣網格點, 修改版 (在標準層上) 的初始化之後的溫度剖面在低層大氣就比較接近實際的分析 (圖-3)。另外一個個案是1991年1月16日12Z, 圖-4, 圖-5 分別是作業版與修改版初始化之後的溫度與實際分析之比較, 同樣地顯示修改版 (圖-5) 對於低層大氣的溫度有較佳的改進。

把對初始化所做的修改合併對內插模組所做的修改, 然後與作業版的GFS相比較, 我們以如下的步驟做比較: 將初始化之後的溫度場經內插模組之後到模式的  $\sigma$  坐標上, 立即經輸出模組回到  $P$  坐標上, 比較輸出後的溫度場與實際的分析場之間的差異。以1991年1月16日12Z的個案為例, 圖-6 (a)~(d) 分別是925, 850, 700, 500mb的實際溫度分析, 圖-7 (a)~(d) 則是作業版GFS相對應的輸出溫度分析場。二者之間最明顯的差別可以850mb來說明圖-6 (b), 圖-7 (b), 以台灣附近地區而言, 實際分析的9°C線通過台灣南部, 而輸出的溫度分析其9°C線則在台灣北部通過, 對同一地區而言 (如台灣北部) 約有3°C的差異。圖-6 減圖-7 的結果如圖-8 所示溫度的差異非常的明顯, 尤其是在低層的925mb, 850mb。對925mb而言, 170°W以西30°N以南的太平洋區及北半球的陸地幾乎是負值, 這顯示進入預報模式的初始溫度場就已經比實際溫暖許多。850mb也有同樣的情形, 然而在700mb上, 海洋區的負值仍然存在但是陸地區域已轉為正值, 500mb與700mb類似不過數值上要小一點。

對修改版的測試結果而言, 圖-9 (a)~(d) 為925, 850, 700, 500mb的輸出溫度分析場。同樣比較850mb台灣附近地區, 顯示9°C等溫線亦如實際分析一樣通過台灣南部, 其他如0°C等溫線的分布也比作業版好很多。從實際溫度分析減輸出分析的結果 (圖

-10)，顯示在925mb（圖-10(a)）上從庫頁島，日本到韓國一帶及以南的洋區為正值，表示修改版對這一帶的溫度表現偏冷，而東亞大陸區則與作業版同樣顯示偏暖，然而從整個半球來看修改版顯然要比作業版的差異小很多。此外與實際分析的差異似乎隨著高度而漸趨緩和，到了500mb，修改版與作業版的差別就不是很大了（圖-10(d)，圖-9(d)）。因此，修改版與作業版從整個北半球差異圖看，二者之間的差別最明顯明的地方是在低層，而且是修改版要比作業版的結果好很多。

圖-11，圖-12分別是作業版及修改版某些點上的溫度垂直剖面圖，實線是實際的分析，點線是經過輸出的溫度分析。大致上要以修改版的溫度剖面較接近實際分析的溫度剖面。

#### 四、結 論

我們對GFS中初始化及內插模組做一些改進，讓模式預報時的初始溫度場更接近實際分析的溫度場。這些改進包括(一)初始化的分析面由非標準1000, 925, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100mb等10層改在標準層1000, 925, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100mb等11層上，這是為了減少非標準層內插到標準所造成的誤差。同時將變方法中對風場調整係數 $\beta$ 值由 $4000\text{m}^2\text{sec}^{-2}$ 減為 $2000\text{m}^2\text{sec}^{-2}$ ，使得高度場的調整不致於太大，讓平衡後的高度場經靜力平衡公式計算溫度時能較接近實際的分析溫度。

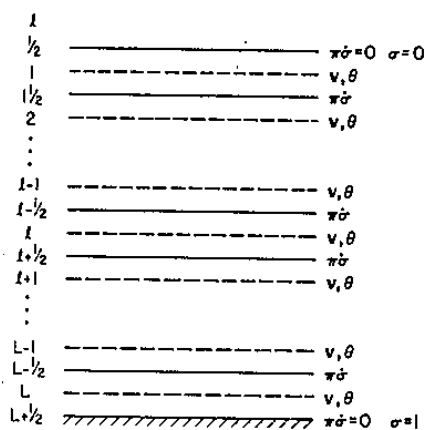
在內插模組中，不直接做溫度的內插而改以內插完之後在 $\sigma$ 坐標上的高度場減去前12小時的12小時預報場，用此差值去計算溫度的修正量。並且將調整高度場與溫度場滿足靜力平衡的強制條件由Arakawa-Lamb的靜力平衡公式改為Arakawa-Suraze的公式，是為了避免靜力平衡公式在差分方程式時non-local性造成計算上的誤差。最後將調整之後的高度場及溫度場的差值加回到前12小時的12小時預報場。

從測試的結果發現，修改後的溫度場從個別的温度垂直剖面或平面分析，都比現行作業版的溫度場更接近實際的分析溫度。另外從實際分析與輸出分析的差異圖發現，修改版與作業版在低層（925, 850mb）

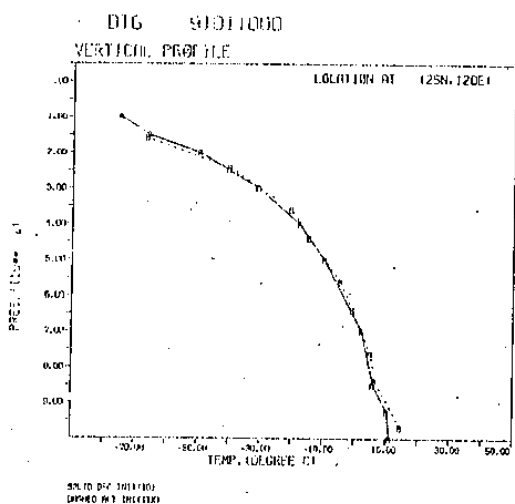
有最大的不同，此種不同隨高度而減少，在比較上顯然要以修改版較好。

#### 參考文獻

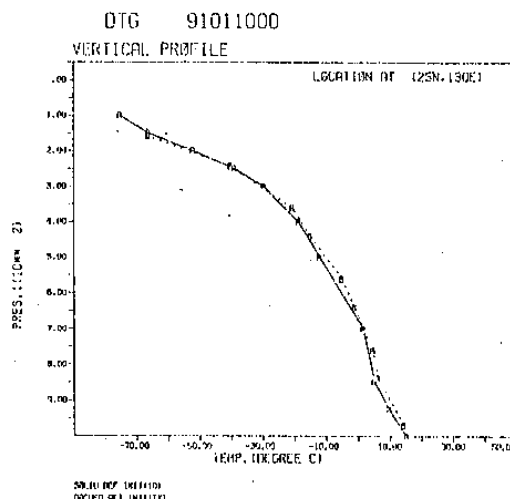
- Arakawa, A., and V. R. Lamb, 1981: A potential enstrophy and energy conserving scheme for the shallow water equations, *Mon. Wea. Rev.*, 109, 18-36.
- \_\_\_\_\_, and M. Suraze, 1983: Vertical differencing of the primitive equations in sigma coordinates. *Mon. Wea. Rev.*, 111, 34-45.
- Barker, E. H., 1980: Solving for Temperature using Unnaturally Latticed Hydrostatic Equations. *Mon. Wea. Rev.*, 108, 1260-1268.
- \_\_\_\_\_, 1982: A Comparison of Two initialization Methods in Data Assimilation. PH. D. Dissertation, Naval Postgraduate School, Monterey, CA, 160 pp.
- Liou, C.-S., T. Terng, W. S. Kao, T. Rosmond, C. Chen, J. H. Chen, and C. Y. Tsay, 1989: Global forecast at Central Weather Bureau. *Papers in Meteor. Res.*, 12, No. 2, 205-228.
- Philips, N. A., 1974: *Natl. Meteor. Cent. Off.: Note 104. Natl. Weather Service, Washington, D. C.*
- Sundqvist, H., 1976: On vertical interpolation and truncation in connexion with use of sigma system models. *Atmosphere*, 14, 37-52.



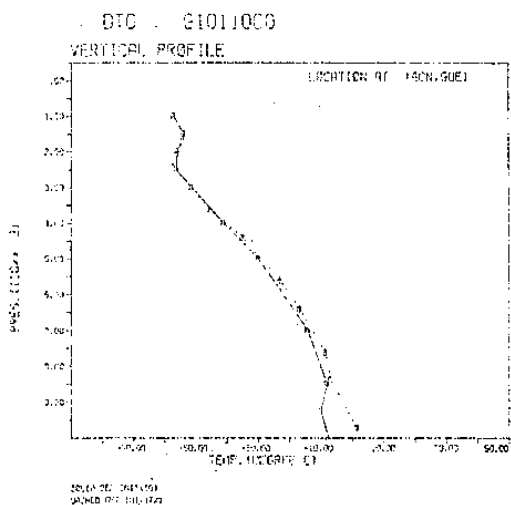
圖一：垂直座標示意圖



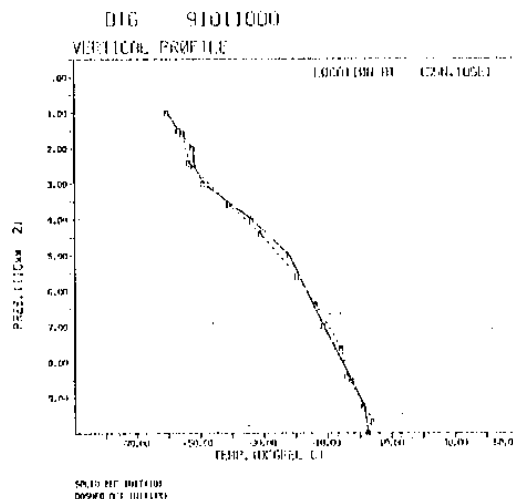
圖一 2：GFS作業版實際分析（實線）與初始化後（點線）之溫度剖面圖（1991年1月10日12Z）  
(a)25° N, 120° E



圖一 2：(b)25° N, 130° E



圖一 2：(c)35° N, 105° E



圖一 2：(d)40° N, 90° E

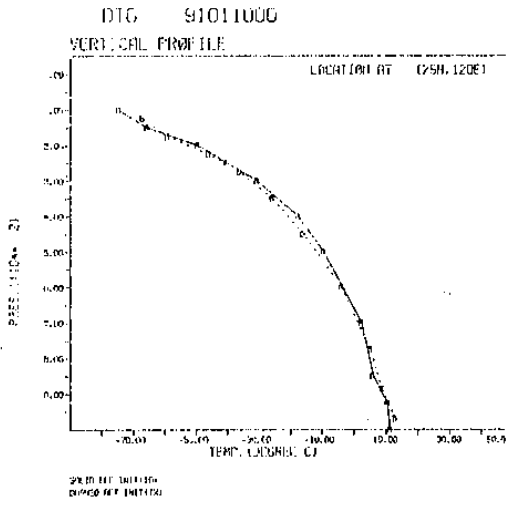


圖-3 : 同圖-2 但為修改版  
(a) 25° N, 120° E

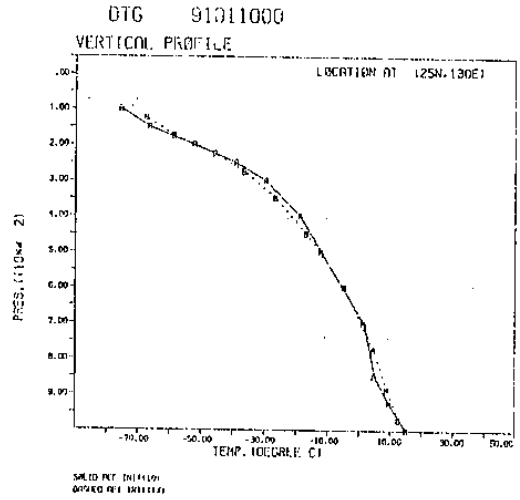


圖-3 : (b) 25° N, 130° E

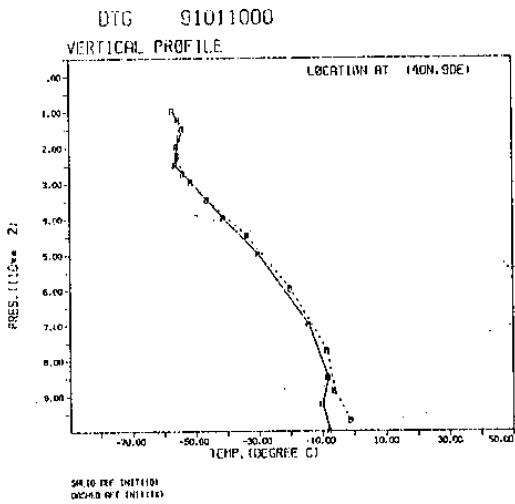


圖-3 : (c) 35° N, 105° E

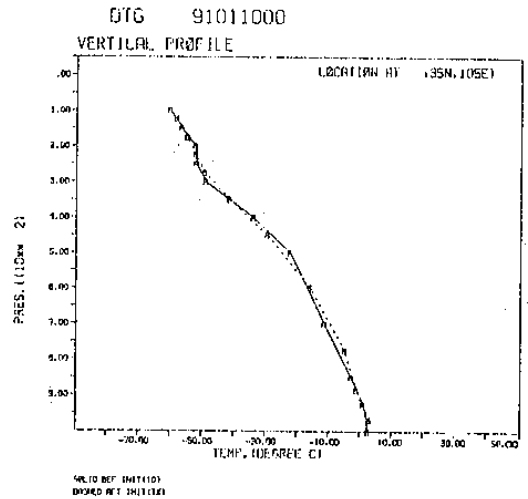


圖-3 : (d) 40° N, 90° E

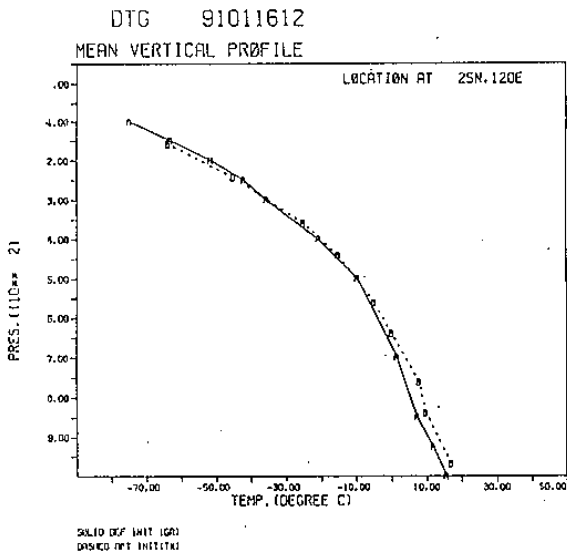


圖-4 : 同圖-2, 但時間為1991年1月16日12Z  
(a) 25° N, 120° E

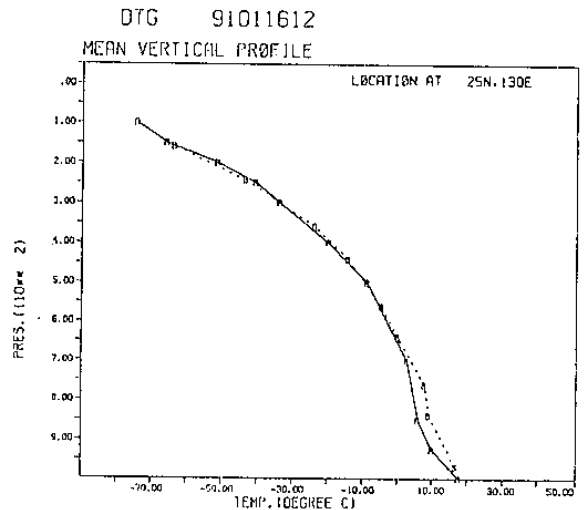


圖-4 : (b) 25° N, 130° E

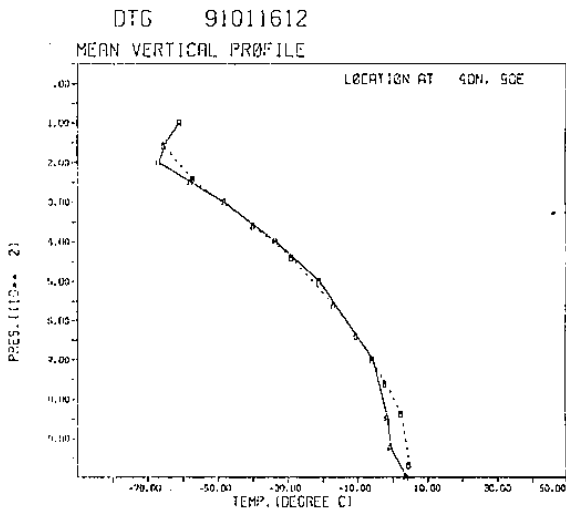


圖-4 : (d)40° N, 90° E

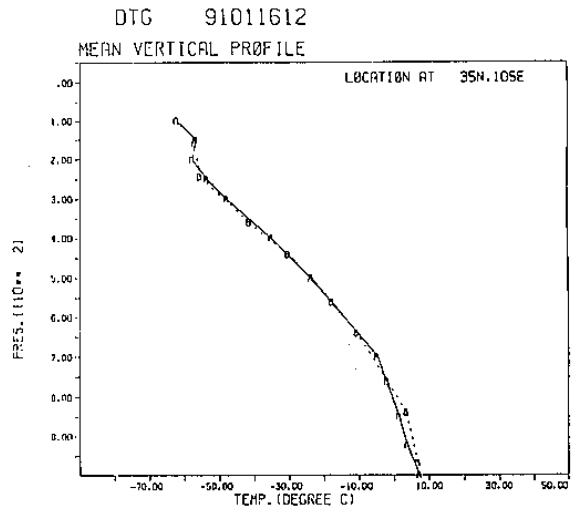


圖-4 : (c)35° N, 105° E

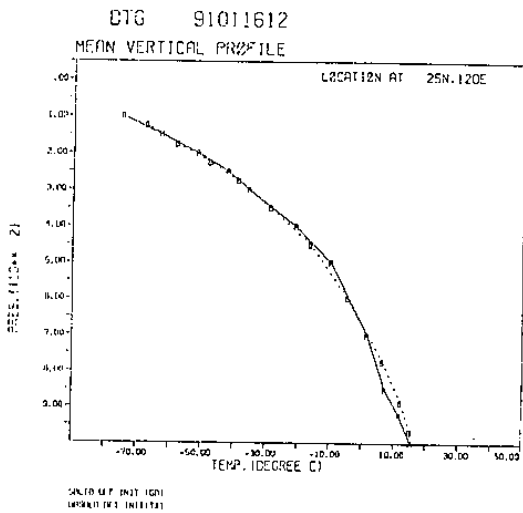


圖-5 : 同圖-4, 但為修改版  
(a)25° N, 120° E

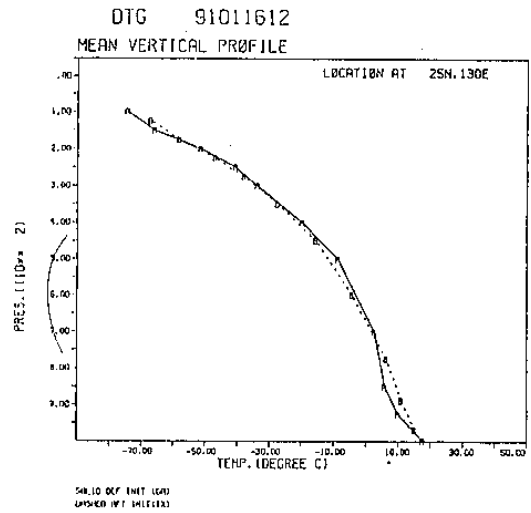


圖-5 : (b)25° N, 130° E

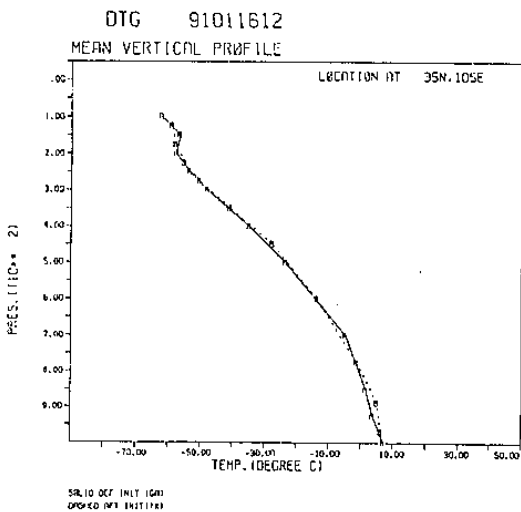


圖-5 : (c)35° N, 105° E

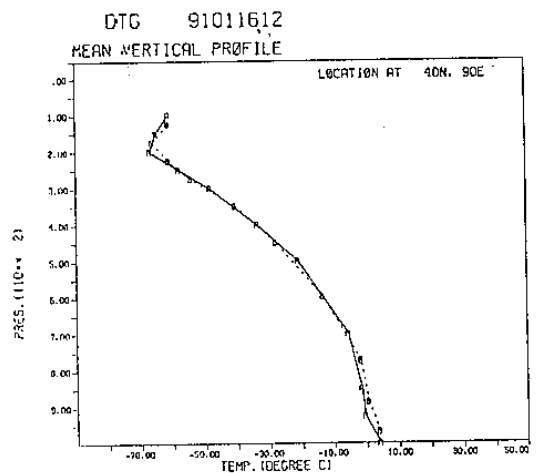


圖-5 : (d)40° N, 90° E

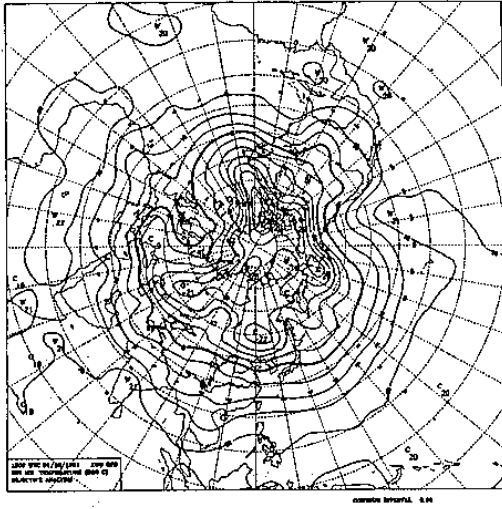


圖-6 : 1991年1月16日12Z, 實際溫度分析圖  
(a)925mb

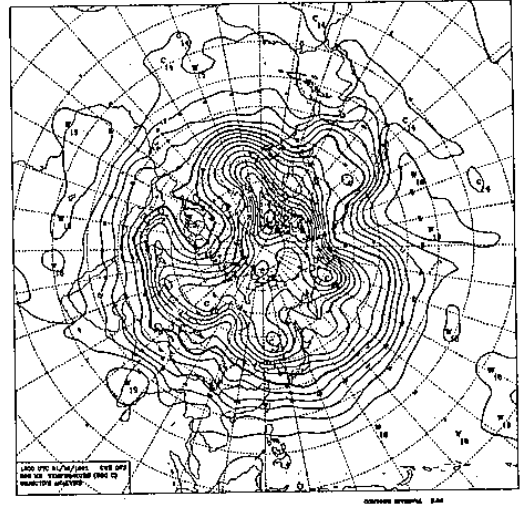


圖-6 (b)850mb

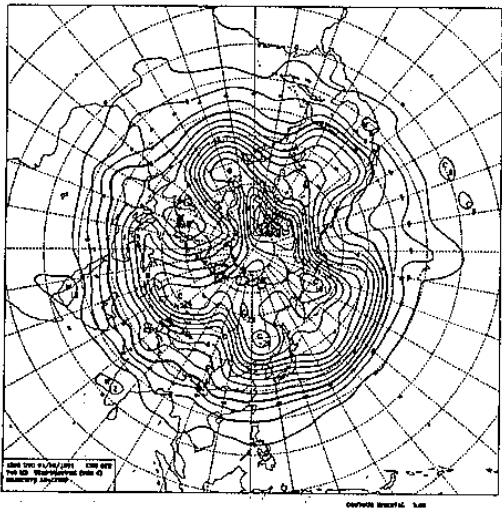


圖-6 : (c)700mb

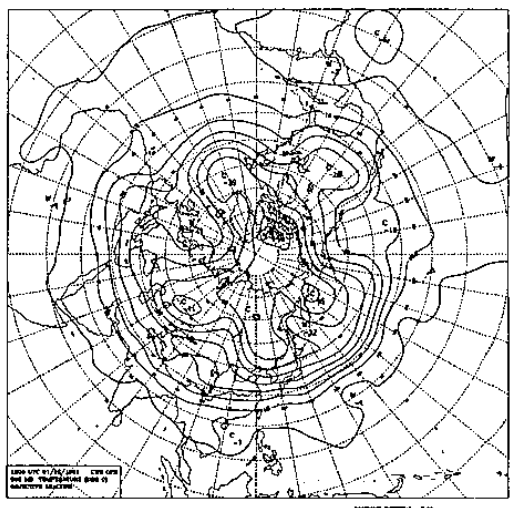


圖-6 : (d)500mb

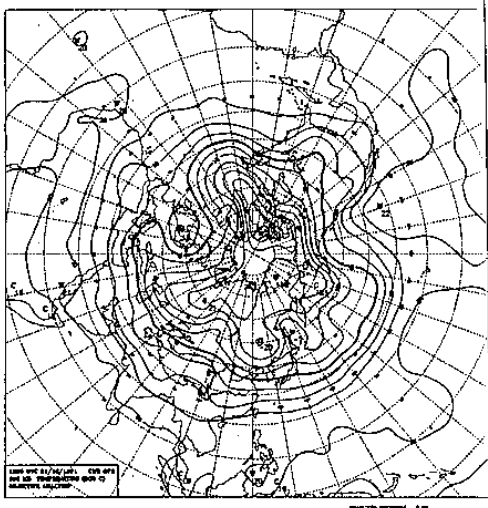


圖-7 : 1991年1月16日12Z, 輸出溫度分析圖 (作業版)  
(a)925mb

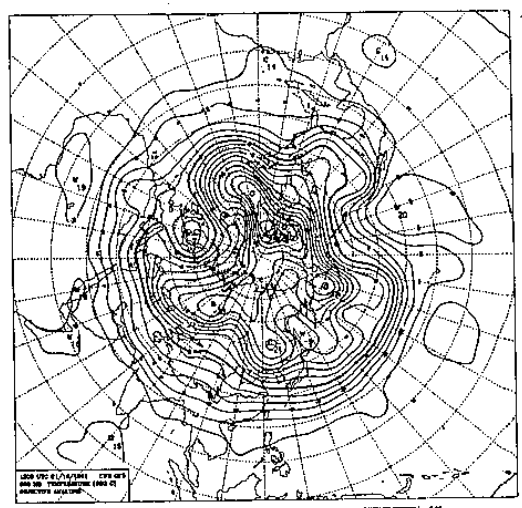


圖-7 : (b)850mb



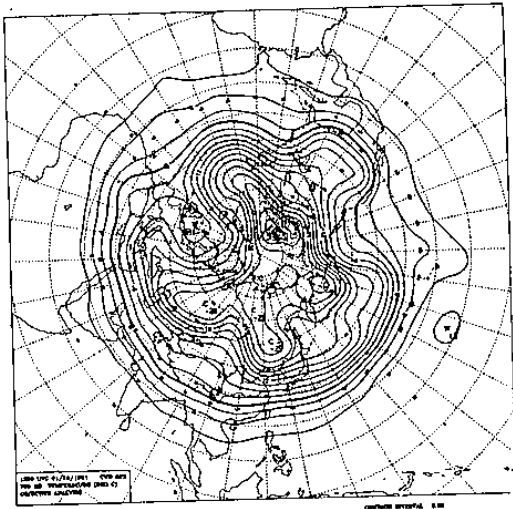


圖-7 : (c)700mb

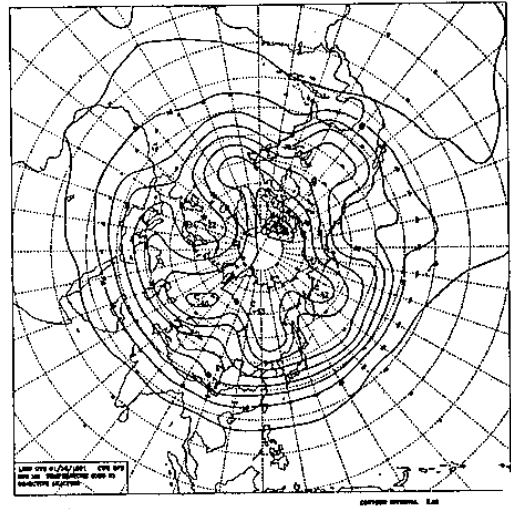


圖-7 : (d)500mb

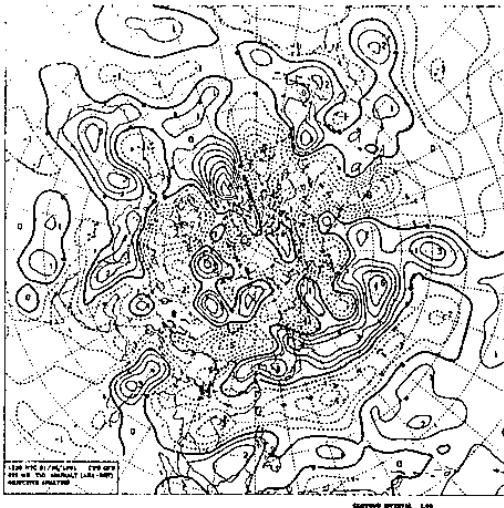


圖-8 : 圖-6 減圖-7 的差異圖 (作業版)  
(a)925mb

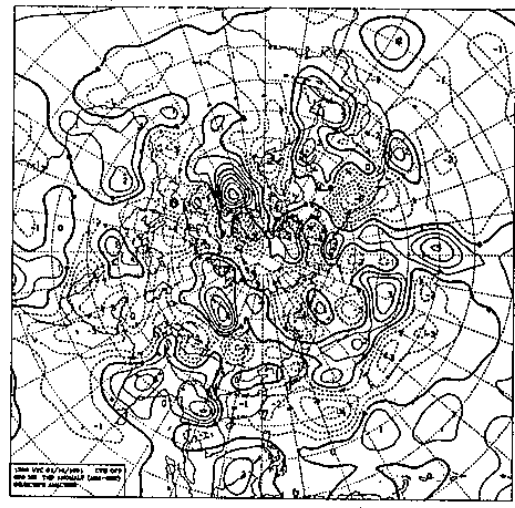


圖-8 : (b)850mb

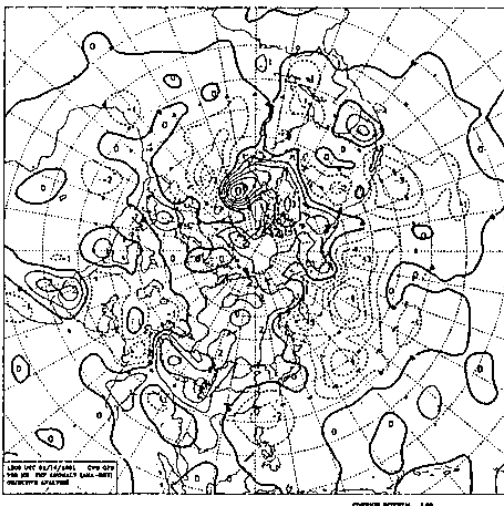


圖-8 : (c)700mb

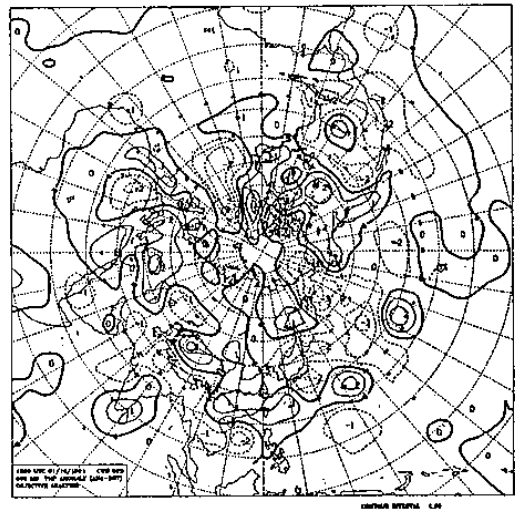


圖-8 : (d)500mb

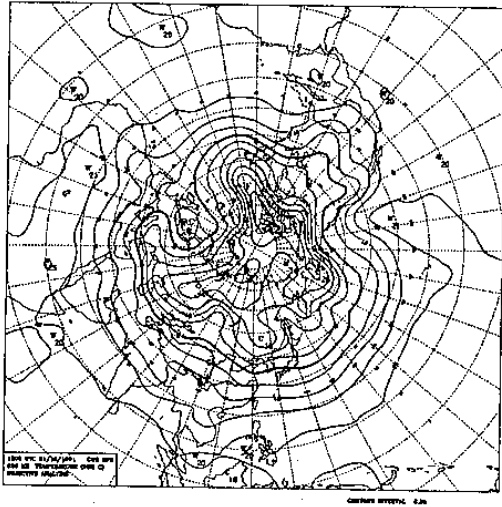


圖-9：同圖-7，但為修改版  
(a)925mb

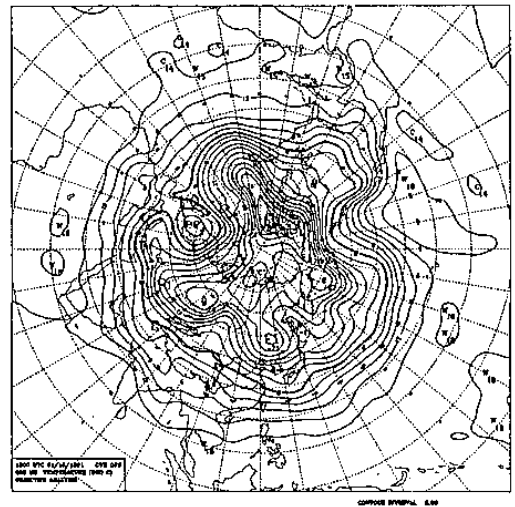


圖-9：(b)850mb

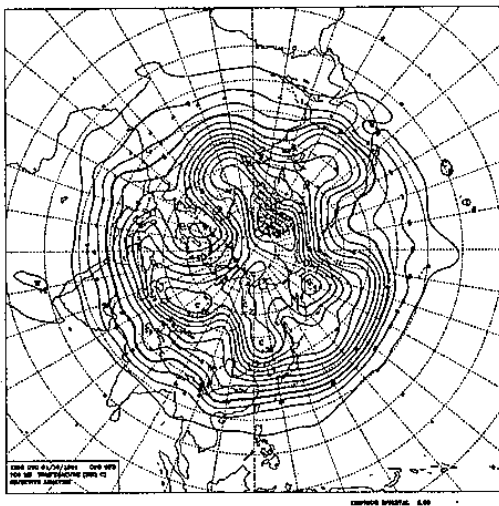


圖-9：(c)700mb

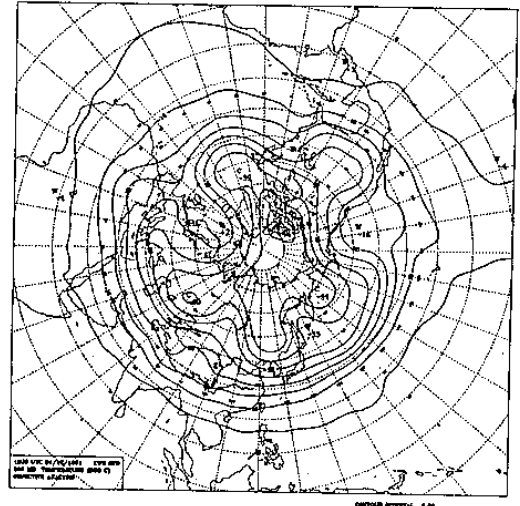


圖-9：(d)500mb

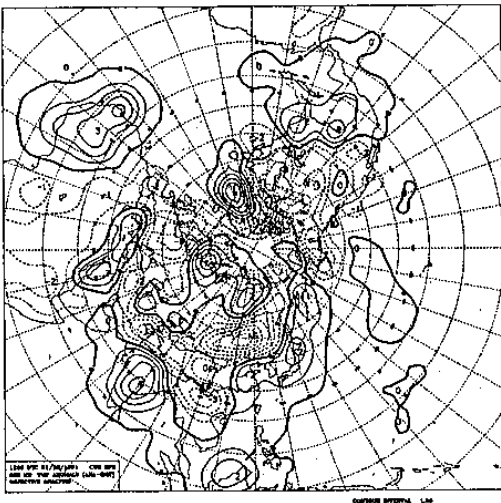


圖-10：圖-6減圖-9的差異圖（修改版）  
(a)925mb

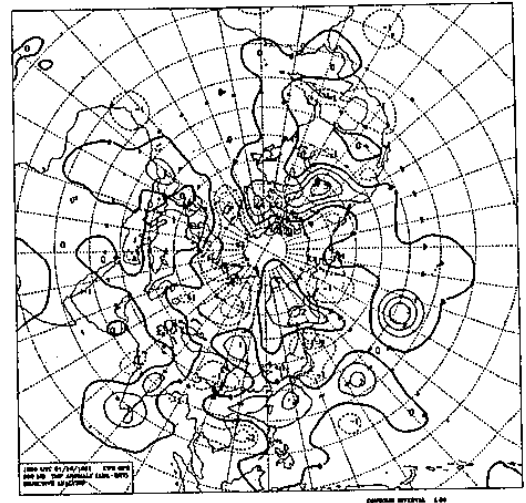


圖-10：(b)850mb

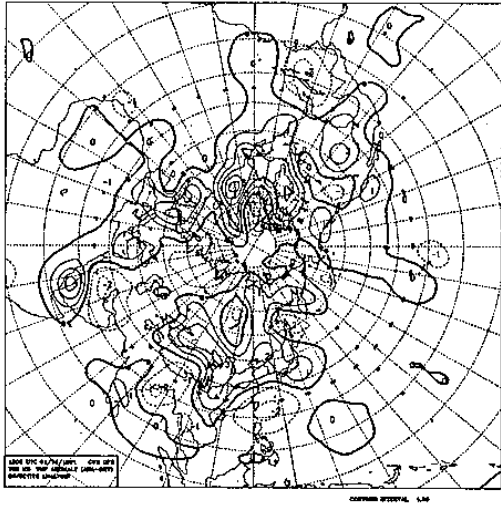


圖-10 : (c)700mb

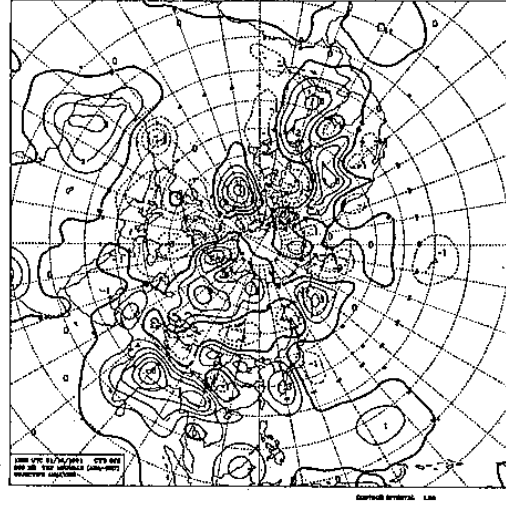
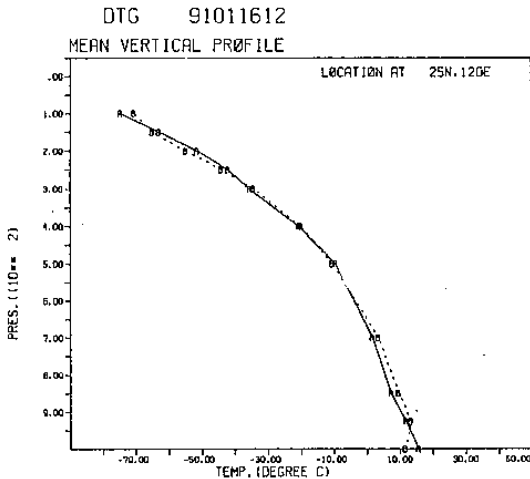
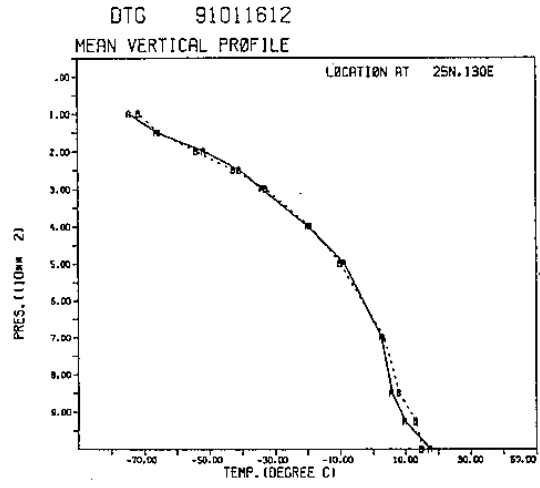


圖-10 : (d)500mb



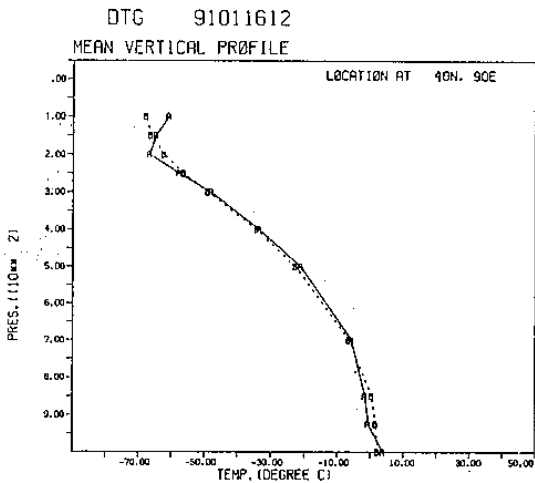
SOLID FROM OBS (GR)  
DASHED FROM OUT(IG)



SOLID FROM OBS (GR)  
DASHED FROM OUT(IG)

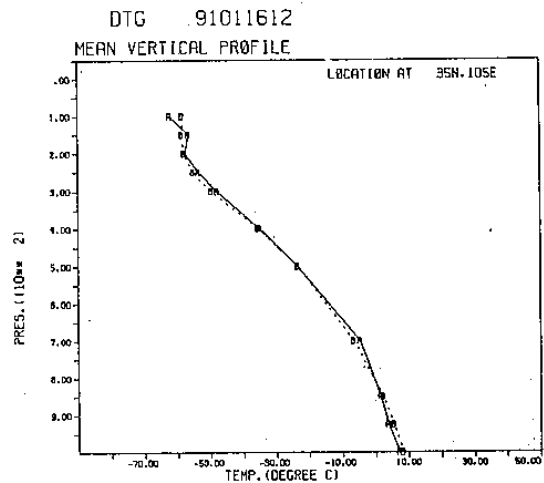
圖-11 : 實際溫度 (實線) 與輸出分析溫度 (點線) 之垂直剖面 (作業版, 1991年1月16日12Z)  
(a)25° N, 120° E

圖-11 : (b)25° N, 130° E



SOLID FROM OBS (GR)  
DASHED FROM OUT(IG)

圖-11 : (c)35° N, 105° E



SOLID FROM OBS (GR)  
DASHED FROM OUT(IG)

圖-11 : (d)40° N, 90° E

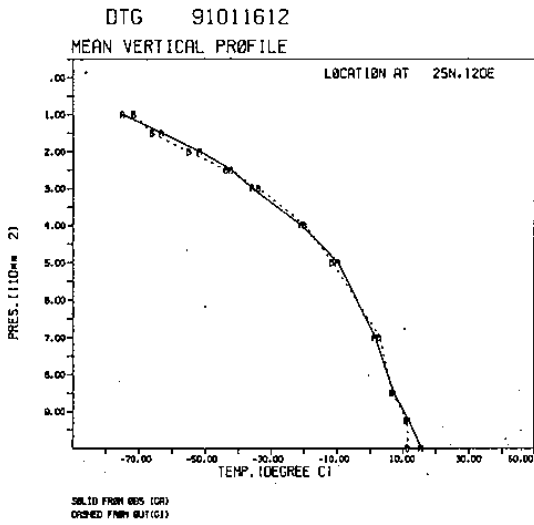


圖-12：同圖-11，但為修改版  
(a)25° N, 120° E

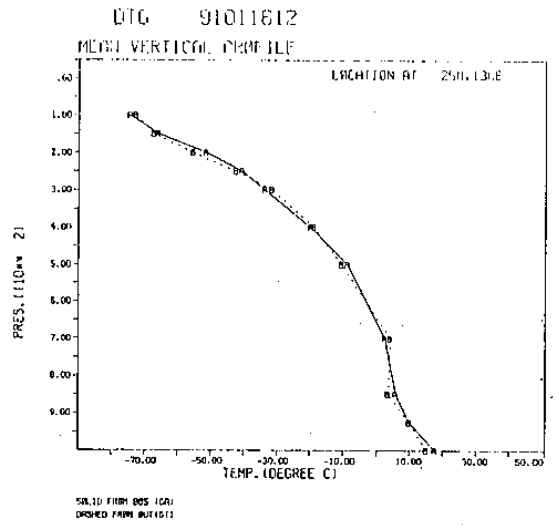


圖-12：(b)25° N, 130° E

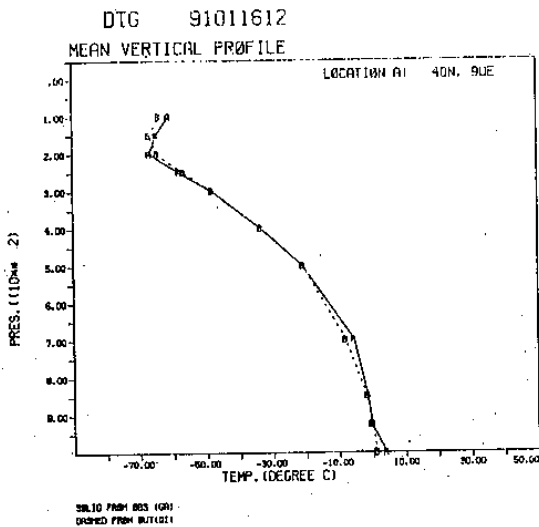


圖-12：(c)35° N, 105° E

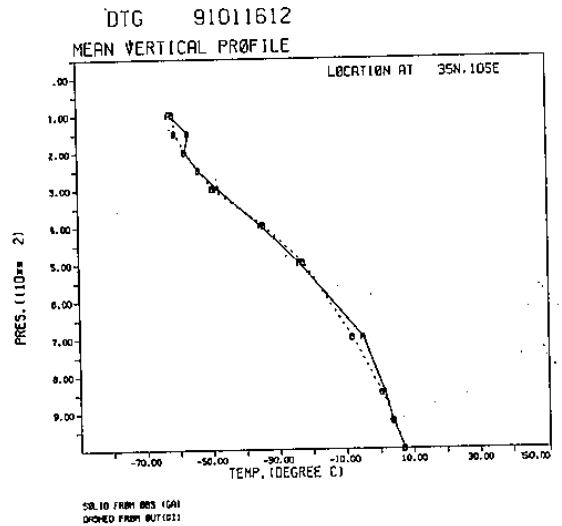


圖-12：(d)40° N, 90° E