

中央氣象局全球預報模式 降水處理的初步探討

陳 靜 洵
中 央 氣 象 局

摘 要

目前中央氣象局全球預報系統 (CWBGFS)，有關各種降水過程的處理方法有一、穩定性的降水 (大尺度降水)，以飽和調整過程處理。二、雲底在自由大氣內的對流性降水 (中層對流降水)，以濕對流調整法處理。三、雲底在行星邊界層內的對流性降水 (積雲降水)，此種過程以 Arakawa - Schubert 積雲參數法模擬之。

本文目的除探討 CWBGFS 各種降水處理的理論基礎及模擬方法外，亦介紹未來 CWBGFS 有關積雲參數化的改進方向及方法。

一、前言

降水預報一直是氣象學中最不易解決，又最具有挑戰性的問題。於實際大氣中，導致降水的主要因素有：(一)大氣為飽和狀態；(二)大氣處於濕對流不穩定狀態。各種降水過程可藉水汽、熱量和動量的垂直傳送而影響綜觀尺度的天氣。於數值預報模式中，為了模擬這些影響天氣變化甚劇的降水過程，一般天氣預報模式均包涵對上述兩種過程的計算，而對模式網格點無法解析的對流過程則進行參數化。

本文目的主要在描述 CWBGFS 對於降水過程的模擬方法，希望藉著本文能使各位讀者更瞭解 CWBGFS 所使用的降水模擬方法及數值技巧，對於整個預報系統的預報結果則不詳加描述。

二、大尺度降水——飽和調整法

實際大氣中，若大氣達飽和，則可能有水汽的凝結及潛熱的釋放，在數值模式中，處理對於此種由模式可解析過程所導致的飽和降水一般稱之為大尺度降水。

對於 CWBGFS 而言，在模式大氣中，若某層大氣已達飽和，則這些過多的水汽量凝結為水滴後，即被移離此層大氣；下降至下層模式大氣內的這些水滴，一方面再蒸發使此層大氣飽和，亦可再下降至更下一層之模式大氣內。亦即，當第 k 層的水汽混合比 (q_k) 大於該層的飽和水汽混合比 (q_k^*) 時，大尺度降水過程即發生。當第 k 層有凝結發生時，這些凝結水滴將會立刻降落至下一層 ($k+1$ 層) 大氣內，當第 $k+1$ 層原來即為飽和時，這些凝結水滴即繼續降落至第 $k+2$ 層，否則，它們應蒸發使 $k+1$ 層模式大氣達飽和，此種調整過程重覆的由模式最頂層執行到模式最底層，當模式最底層達飽和時，凝結水滴即下降至地面成為雨。

CWBGFS 在整個大尺度降水的調整過程中，模式大氣為濕靜能保守且調整過後模式大氣不會有過飽和的現象存在。定義 $C\Delta t$ 為第 k 層每單位乾空氣質量的凝結水滴量，則調整過後的水汽混合比

及溫度場可寫為：

$$q'_k = q_k - C \Delta t = q_k^* (T'_k, P_k) \quad (1)$$

$$T'_k = T_k + \frac{L}{C_p} C \Delta t \quad (2)$$

在 CWBGFS 中，以重覆法 (iteratively method) 求解此組方程式。計算方法如下：

定義第 n 次重覆計算後的水汽 (q_k^n) 及溫度 (T_k^n) 為：

$$q_k^n = q^* (T_k^n, P_k) = q_k^{n-1} - C_k^n$$

$$T_k^n = T_k^{n-1} + \frac{L}{C_p} C_k^n$$

此處， P_k 為第 k 層大氣的壓力值； L 為水汽的凝結熱 $2.52 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ ； C_p 為乾空氣的比熱 $1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ； C_k^n 為第 k 層過飽和之水汽量。

$$\begin{aligned} C_k^n &= q_k^{n-1} - q^* (T_k^n, P_k) \\ &= q_k^{n-1} - q^* (T_k^{n-1}, P_k) \\ &\quad - \left(\frac{\partial q^*}{\partial T} \right)_p \frac{L}{C_p} C_k^n \end{aligned}$$

推得

$$C_k^n = \frac{q_k^{n-1} - q^* (T_k^{n-1}, P_k)}{1 + r} \quad (3)$$

$$r = \frac{L}{C_p} \left(\frac{\partial q^*}{\partial T} \right)_p \quad (4)$$

利用 Clausius-Claperyon 方程式

$$\frac{de^*}{dT} = \frac{0.62197 L e^*}{R T^2}$$

及飽和水汽混合比與飽和水汽壓的關係式：

$$q^* (T_k, P_k) = \frac{0.62197 e^* (T_k)}{P_k - e^* (T_k)}$$

推得

$$\left(\frac{\partial q^*}{\partial T} \right)_p = 0.62197 \frac{L q^*}{R T^2} \left(\frac{1}{1 - e^*/P} \right) \quad (5)$$

反覆的計算(1)~(5)的方程式組，直至 C_k^n 的改變量小於某個可容忍量，一般容忍量若為 0.01，則須反覆計算約 3 次。

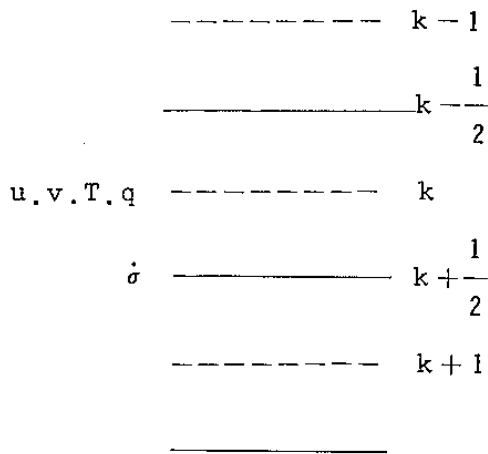
三、中層對流性降水 —— 濕對流調整法

目前 CWBGFS 所使用的積雲對流參數化只處理雲底於邊界層頂的濕對流不穩定過程，因而源自自由大氣內的濕對流過程即須另外處理，稱之為中層對流性降水，以濕對流調整法模擬之。

實際大氣中，當下層大氣的濕靜能 (h) 大於上層大氣的飽和濕靜能 (h^*) 時，大氣呈現濕對流不穩定，亦即，模式大氣中，當 $h_{k+1} > h_k^*$ 時，從 $k+1$ 層上升的空氣塊於第 k 層會具有正浮力，目前所使用的濕對流調整法即是在調整 h_{k+1} ， h_k^* 的差異，使其趨近於零，促使大氣趨於穩定。

圖一為目前 CWBGFS 於預報模式中，垂直方向變數放置的示意圖，在此種變數放置法下，中層對流性降水的計算如下：

忽略層與層間逸入率的情況下，於第 k 層逸出的雲空氣之水汽混合比為



圖一 CWBGFS 垂直方向變數放置示意圖。

$$(q_c)_k = q_k^* + \frac{\gamma_k}{1 + \gamma_k} \frac{1}{L} (h_{k+1} - h_k^*) \quad (6)$$

k 與 k + 1 兩層大氣的水汽收支分別為：

$$\frac{\Delta P_k}{g} \frac{\partial q_k}{\partial t} = \eta [(q_c)_k - q_{k+\frac{1}{2}}] \quad (7)$$

$$\frac{\Delta P_{k+1}}{g} \frac{\partial q_{k+1}}{\partial t} = \eta [q_{k+\frac{1}{2}} - q_{k+1}] \quad (8)$$

第 k 層的乾靜能收支方程為

$$\frac{\Delta P_k}{g} \frac{\partial S_k}{\partial t} = \eta \left[\frac{1}{1 + \gamma_k} (h_{k+1} - h_k^*) + S_k - S_{k+\frac{1}{2}} \right] \quad (9)$$

上式右邊第一項代表雲空氣於此層的逸出效應；第二項代表由於下沈運動所引起的絕熱增溫項。第 k + 1 層的乾靜能收支則僅受下沈運動所影響。

$$\frac{\Delta P_{k+1}}{g} \frac{\partial S_{k+1}}{\partial t} = \eta [S_{k+\frac{1}{2}} - S_{k+1}] \quad (10)$$

方程式(7)~(10)中，所出現的 η 為第 $k + \frac{1}{2}$ 層的质量通量，在假設調整過程所須的 e 衰減時間 (e-folding time) 為 τ 的情況下， η 可表為：

$$\eta = (h_{k+1} - h_k^*) / \left\{ \tau g \left[\Delta p_{k+\frac{1}{2}} (h_{k+\frac{1}{2}} - h_{k+1}) + \frac{1}{\Delta P_k} [h_{k+1} - h_k^* + (1 + \gamma_k) + (1 + \gamma_k) (S_k - S_{k+\frac{1}{2}})] \right] \right\}$$

四、積雲降水 — Arakawa & Schubert 積雲參數化法

目前被使用與探討的積雲參數化法有多種，每一種方法在問題的型態、積分模式的牽連性和方便性上都有些許的差異，不過，任何一種積雲參數法中所需要解決的問題不外是有關降水量、對流加熱率及乾燥率等參數的計算。CWBGFS 現行的積雲參數法為 Arakawa-Schubert 參數法。

圖二為 A-S 積雲參數法的基本架構。首先，於雲譜模式內，利用大尺度環境的氣象場診斷雲之特性及每單位雲底質量通量的積雲加熱率及乾燥率，另外，利用雲功函數的準平衡假設求取雲底質量通量的垂直分佈函數。接著，即可由雲底質量通量的垂直分佈函數及雲譜模式所求得的雲特性，推得積雲的加熱率及乾燥率。

由上可知，A-S 積雲參數法基本上可區分為三部分：雲譜模式 (Cloud ensemble model)；雲功函數 (cloud work function) 與準平衡假設 (quasi-equilibrium)；大尺度收支方程。本節即以此三部分為簡述重點，說明

A-S 積雲參數法的基本理論。

(一) 雲譜模式

A-S 參數法與它種積雲參數法的一個共同點是——使用雲模式 (cloud model) 模擬積雲的特性，其不同點則在於 A-S 的雲模式內，允許不同型式的積雲存在於同一網格點上；而雲及環境的熱力收支也是針對不同型式的雲來計算，除此之外，A-S 參數法中更模擬了不同類型雲間的交互作用所導致的大尺度環境的變化。

雲譜模式中使用雲頂高度來區分各種積雲種，每一種積雲即稱為一個次積雲體 (cloud sub-ensemble)。A-S 參數法以不同的逸入率 (entrainment rate, λ) 決定每一個次積雲體的特性，並且假設對同一個次積雲體而言，此一逸入率不隨高度而變。雲譜模式中，利用環境的熱力垂直結構及質量、濕靜能、水質量等三個保守方程，算得每個次積雲體的熱力特性及雲頂高度。

Arakawa & Schubert 假設每個次積雲體的雲質量通量的垂直分佈為

$$m(z, \lambda) = m_b(\lambda) \eta(z, \lambda) \\ = m_b(\lambda) e^{-\lambda(z-z_b)} \quad (11)$$

上式中 $m_b(\lambda)$ 代表每一個次積雲體 (λ) 的雲底質量通量； $\eta(z, \lambda)$ 則表示不同次積雲體 (λ) 在垂直方向 (z) 之雲質量通量的分佈情形； z_b 則為雲底高度，目前 CWBGFS 之積雲雲底設於邊界層頂。有關每個次積雲體的質量、濕靜能及水汽的收支方程請見附錄 A。

(二) 雲功函數與準平衡假設

就像其它參數法一樣，A-S 參數法透過降低大氣條件不穩度的調整過程，將模式大氣的熱力預報場調整至某種大氣的參考狀態 (reference

atmosphere)。大氣的參考狀態通常是以雲功函數來定義。一般所謂的雲功函數是以條件不穩度的形式來表示；Arakawa & Schubert (1974) 將雲功函數解釋為在積雲中，將能量轉換為上沖流動能時，浮力所須做的功。A-S 參數法的最基本假設即為大尺度過程所造成的雲功函數生成率和它傳送至雲尺度的轉換量是達到某一種準平衡狀態。所以，在對流旺盛的大氣中，雲功函數的垂直剖面總是會達到某一種參考狀態或是氣候分佈。Lord and Arakawa (1980) 利用觀測資料分析指出在積雲的生命期中，此參考狀態幾乎是一個常數。

A-S 參數法中的一個重要特性即為此法的雲功函數同時與溫度及水汽的垂直剖面有關，其它參數法則僅與單一變數 (溫度或水汽) 的垂直剖面有關。由於這個理由，使用“準平衡”為約束條件所求得的雲功函數，屬於一種弱約束條件，相對的，若使用僅是溫度函數的濕絕熱降溫率為約束條件，則屬於較嚴格的約束條件。由於 A-S 參數法中，所求雲功函數是溫度及水汽的函數，使得在此參數法中有較多的選擇途徑以達到對流平衡狀態。

A-S 參數法中，雲功函數的差分表示式為

$$A(\lambda) = \sum_{k'=1}^{k_F+1} \frac{g}{C_p T(k' - \frac{1}{2})} \eta(k' - \frac{1}{2}, \lambda) \\ \times \frac{h(k' - \frac{1}{2}, \lambda) - h^*(k' - \frac{1}{2})}{1 + r(k' - \frac{1}{2})} \\ \times [z(k_F + 1) - z(k')] \quad (12)$$

此處 $z(k_F + 1) \equiv z_b$ 為邊界層頂之高度。

為了維持一個次積雲體的存在，每個次積雲體

的動能生成率須大於消散率 (dissipation) , 亦即 $A(\lambda)$ 須大於零。只要是積雲體存在, 則積雲體會不斷修改環境的熱力垂直結構, 雲功函數亦會隨著時間不斷的變化。將引起雲功函數 $A(\lambda)$ 變化的過程分為大尺度過程及積雲效應等兩部份:

$$\frac{dA(\lambda)}{dt} = \left(\frac{dA(\lambda)}{dt}\right)_{LS} + \left(\frac{dA(\lambda)}{dt}\right)_{CU} \quad (13)$$

上式註脚“LS”代表大尺度過程, 其效應是可維持環境的條件不穩度, “CU”代表積雲效應, 積雲群在垂直方向不斷的輸送水汽與熱量, 其總的效應為減低大氣的不穩度, 使環境趨於某種平衡狀態。由於大尺度強迫作用與積雲體的變化乃是互相影響, 所以, 積雲內統計特性的時間變化尺度應與大尺度過程的時間尺度 τ_{LS} 相同。所以, $dA(\lambda)/dt$ 的數量級可表為:

$$\frac{dA(\lambda)}{dt} \approx \frac{A(\lambda)}{\tau_{LS}}$$

上式表示在時間尺度 τ_{LS} 內, $A(\lambda)$ 近似於一個常數。

積雲效應的數量級可表為

$$\left(\frac{dA(\lambda)}{dt}\right)_{CU} = \frac{A(\lambda)}{\tau_{ADJ}}$$

由上兩式可得

$$\left|\frac{dA(\lambda)}{dt}\right| \leq \frac{\tau_{ADJ}}{\tau_{LS}} \left|\frac{dA(\lambda)}{dt}\right|_{CU}$$

Arakawa & Schubert (1974) 假設

$\tau_{ADJ} \ll \tau_{LS}$, 故方程式(13)等號左邊之值遠小於等號右邊, 而有下列式之平衡關係式:

$$\left|\frac{dA(\lambda)}{dt}\right|_{CU} \sim \left|\frac{dA(\lambda)}{dt}\right|_{LS} \quad (14)$$

因為每個次積雲體對環境垂直熱力結構的修改量與質量通量成線性關係, 所以, 由次積雲體所導致的雲功函數變化率可寫為:

$$\left(\frac{dA(\lambda)}{dt}\right)_{CU} = \int_0^{\lambda_{max}} k(\lambda, \lambda') m_B(\lambda') d\lambda'$$

此處, $k(\lambda, \lambda')$ 稱為質量通量矩陣 (mass flux kernel), 代表由於次積雲體 λ' 對環境的修改量所導致次積雲體 λ 於每單位雲底質量通量的雲功函數的變化效應。利用被次積雲體 λ' 修改過後的大尺度氣象場, 可再計算一次雲功函數 $A'(\lambda)$, 質量通量矩陣即可寫為

$$k(\lambda, \lambda') = \frac{A'(\lambda) - A(\lambda')}{(m_B \Delta t)_{test}}$$

一般而言, $k(\lambda, \lambda')$ 降低大尺度環境之不穩度, 其值一般為負值。

大尺度強迫作用的表示式則為

$$F(\lambda) = A(\lambda) - A_0(\lambda)$$

此處, $A_0(\lambda) = A_N(\lambda) [P(N - \frac{1}{2}) - P(\lambda)]$ 為雲功函數的一個臨界值; $A_N(\lambda)$ 為觀測值 (Lord et al 1982)。

方程式(14)即可再寫為

$$\int_0^{\lambda_{max}} k(\lambda, \lambda') m_B(\lambda') d\lambda' + F(\lambda) = 0 \quad (15)$$

此近似式即控制了雲底質量通量 $m_B(\lambda')$ 的大小，有關求解雲底質量通量的方法可參考 Lord et al (1982)。對於某一個次積雲體而言，只要其存在 (即 $F(\lambda) > 0$)，則方程式(2)須成立，且 $m_B(\lambda)$ 須大於零。因為次積雲體 λ 本身不會增加它的雲功函數值，當 $F(\lambda) < 0$ 時， $m_B(\lambda)$ 應等於零，亦即

$$\int_0^{\lambda_{\max}} k(\lambda, \lambda') m_B(\lambda') d\lambda' + F(\lambda) = 0$$

當 $m_B(\lambda) > 0$

$$\int_0^{\lambda_{\max}} k(\lambda, \lambda') m_B(\lambda') d\lambda' + F(\lambda) < 0$$

當 $m_B(\lambda) = 0$

(2) 大尺度收支方程式

z 坐標上，大尺度環流的熱量及水汽收支方程式為：

$$\rho \frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \rho \bar{v} \cdot \nabla \bar{s} + \rho \bar{w} \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} = Q_R + L(\bar{c} - \bar{e}) - \frac{\partial \rho \bar{w}' s'}{\partial z}$$

$$\rho \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \rho \bar{v} \cdot \nabla \bar{q} + \rho \bar{w} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = (\bar{e} - \bar{c}) - \frac{\partial \rho \bar{w}' q'}{\partial z}$$

在此 $(\bar{\quad})$ 表大尺度的變數， $(\quad)'$ 表雲尺度的變數， ρ 為空氣密度， $S = C_p T + gz$ 是靜力能 (static energy)， q 是水汽混合比， L 是潛熱， c 是凝結率， e 是液態水的蒸發率， Q_R 為輻射冷卻率， $\partial(\rho \bar{w}' s') / \partial z$ 及 $\partial(\rho \bar{w}' q') / \partial z$

則分別代表雲所垂直輻合傳送的 s' 及 q' ，亦即須參數化處理的對象。

A-S (1974) 將由於雲所導致的垂直輻合傳送項寫為

$$\frac{\partial \rho \bar{w}' s'}{\partial z} = Lc - M_c \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \rho \bar{w}' q'}{\partial z} = D(\bar{q} - \bar{q}^*) - M_c \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} - c$$

由上兩式可知，整個 A-S 積雲參數法即在求取

M_c 及 D ，其物理意義分別為

① $M_c(z)$: 整朵積雲在某一層的質量通量。

$$M_c(z) = \int_0^{\lambda_D(z)} m(z, \lambda) d\lambda$$

$m(z, \lambda)$ 為每一個次積雲體 (λ) 在每一層 (z) 之雲質量通量，可由雲譜模式求得。

② $D(z)$: 雲頂之逸出雲質量通量。

$$D(z) = -m(z, \lambda_D(z)) \frac{d\lambda_D(z)}{dz}$$

有關每個次積雲體在每一層上的大尺度收支方程式請見附錄 B。

五、CWBGFSP降水處理的作業特性

(一) 各種降水處理的執行程序

目前 CWB 全球預報模式對於各種降水過程的參數化目標有三：大尺度凝結降水、中層對流性降水、積雲降水。這三種過程透過對大尺度環境的修改而互有關連，也就是說，對同一個網格點而言，

我們先檢查其大尺度環境熱力變數的垂直剖面，若有過飽和的現象，則以飽和調整法調整環境的熱力氣象場，使其趨於飽和。再以此修改過後的環境場繼續進行中尺度降水的診斷分析，若此種降水存在，則以濕對流調整法修正環境熱力氣象場。最後，再以此組已經大尺度降水及中層對流性降水處理的環境熱力氣象場決定是否有積雲降水的存在，若有，則以 A-S 積雲參數法模擬積雲降水的降雨率及其對大尺度環境的加熱率及增濕率。

就上述對降水過程的處理程序而言，CWBGFS 於處理完所有降水過程後，環境大氣仍可有過飽和的現象存在，這是因為，使用 A-S 積雲參數法的調整時，假設所有在雲頂逸出的液態水完全於該處蒸發的原故。所以，A-S 積雲參數化雖可降低環境大氣的濕對流不穩度，但，調整過後的環境大氣則又可能有過飽和的現象發生。另外，為節省計算時間，CWBGFS 每 18 個時間間距 (time step) 才處理一次降水過程，此法也可能允許模式中有過飽和現象的存在。根據對 CWBGFS 水汽場的初步診斷分析顯示，水汽過飽和的情形是普遍存於水汽的預報場中，尤其以中高層的模式大氣最為嚴重。

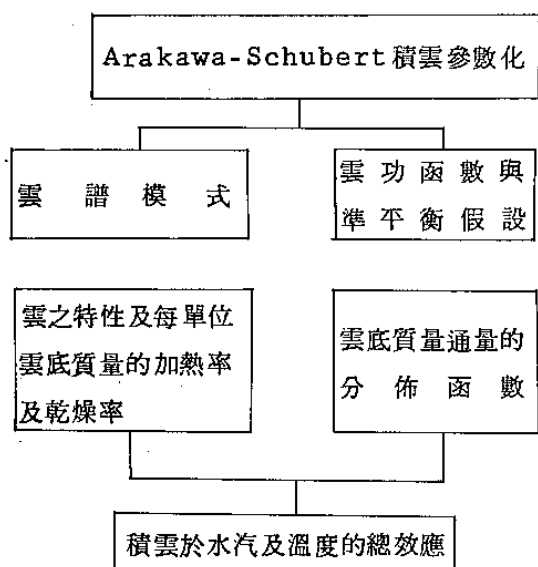
就此一過飽和的問題而言，目前 CWBGFS 的工作人員正嘗試的解決方法為增加大尺度降水調整的執行次數；由原來每 45 分鐘執行一次，更改為每 150 秒執行一次，目的即在於減小過飽和現象存於模式大氣內的時間，根據數個個案測試的預報結果分析顯示，此種修正確實可降低模式大氣的過飽和現象，但，熱帶地區的溫度場則顯得較為雜亂，降低了預報模式在預報品質上的各種得分 (均方根誤差、平均誤差)。如何在不降低預報品質的要求下，解決此一過飽和現象的問題，即為 CWBGFS 小組人員的研究項目之一。

□ CWBGFS 現行積雲參數法與行星邊界層參數化法的相關性

目前 CWBGFS 對積雲對流的參數化法是使用較早版本的 A-S 參數法。就積雲參數化而言，此

種方法擁有最佳的物理基礎。一般使用 A-S 參數法的大氣環流模式對氣候的模擬亦頗符合實際大氣 (e.g., Randall, 1985)。早期 A-S 參數法的主要缺點為：缺乏對於在熱帶對流性系統中扮演舉足輕重角色的對流性下沖流 (e.g., Houze and Betts, 1981) 的模擬。由於下沖流本身較冷較乾的特性，在加入下沖流效應後，即可降低原先 A-S 參數法對於模式大氣有預報過濕與過暖的預報誤差。另外，穿過雲底的下沖氣流亦可很顯著的影響雲底大氣的熱力結構 (e.g., Betts, 1976)。

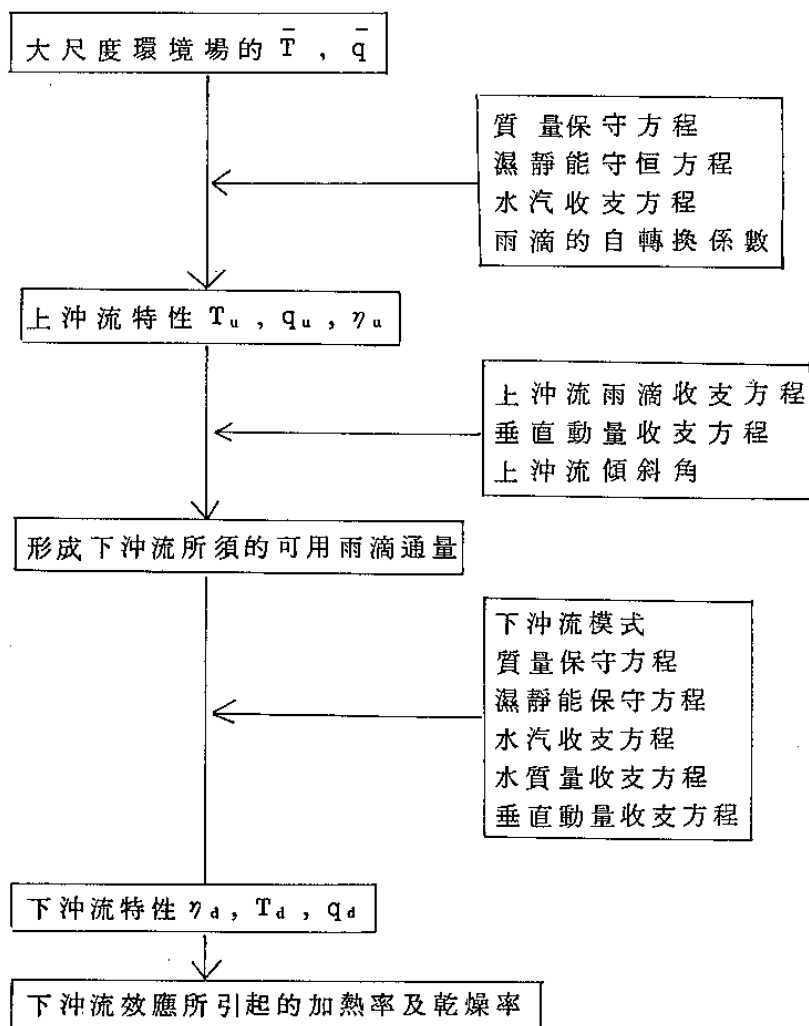
於 CWB 的全球模式中，想將 A-S 積雲參數法與 PBL 的參數法完全的結合在一起，於技術上仍存有某種程度的困難性。比如說：PBL 的厚度通常是隨著時間在變動，因而，被定為積雲雲底的邊界層頂就有可能出現於模式大氣中的任何一層。於模式大氣中，假如積雲雲底可存在於任何一層，則於模式中可被解析到的積雲種類個數即可能隨時在變。也就是說，A-S 積雲參數法須另外再加以處理，否則即會產生不合理的預報結果。目前 CWB 全球預報模式為了避免上述所提及的困難，所採取的方法為針對邊界層頂的高度設限——邊界層頂只能低於模式大氣的最底層 (約 850 mb)。在此種假設之下，模式所能解析的積雲種類個數則僅與模式的垂直解析度有關，(亦即，若模式於垂直方向有 9 層大氣，則可能的積雲種類有 9 種)，減少了許多在計算積雲底層參數時，因內外插所造成的誤差。但，也由於此種假設，我們犧牲了邊界層參數化法對於邊界層內大氣熱力及動力結構的預報精確度。



圖二 A-S積雲參數法的基本架構

六、CWBGFS降水處理的改進方向

CWBGFS 積雲參數法的未來改進方向為對流性下沖流效應的加入。下沖流效應的模擬主要是依據 Cheng (1989a) 所設計的模擬模式。圖三為包含對流下沖流雲譜模式的計算步驟。從已知的大尺度溫度場 (\bar{T}) 及水汽場 (\bar{q})，透過原來的上沖流模式可計算出標準化的上沖流質量通量 (γ_u)，上沖流溫度場 (T_u)、上沖流水汽混合比 (q_u)、雨滴形成率 (R)。原始的上沖流模式內，包括 3 個熱力收支方程 (質量連續、濕靜能保守、水汽保守) 及一個雨滴的自轉換參數。為了加



圖三 包含下沖流效應的雲譜模式計算步驟示意圖

入對流性下沖流效應，Cheng (1989 a) 於上沖流模式內加入了雨滴收支方程及垂直動量收支方程。利用這兩個新增加的收支方程及上沖流具有傾斜性的理論基礎，Cheng 求出了可引起下沖流的可用雨滴通量。透過可用雨滴通量的大小，即可求得下沖流的質量通量及垂直速度。另外，Cheng 亦設計了一組可求得下沖流熱力特性的控制方程組，此組控制方程計有 5 個收支方程（質量、濕靜能、水汽、雨滴、垂直動量）及一個下沖流與環境間質量交換的參數值。（各收支方程請見附錄 C）

有關以含有下沖流效應的 A-S 參數法的應用研究可參考 Cheng (1989 b) 及 Cheng & Yanai (1989)。有關新版 A-S 參數法的半預報測試 (semiprognostic test) 及放入 GCM 後的預報結果分析請見 Cheng & Arakawa (1990)。CWBGFS 則為第一個使用此新版 A-S 積雲參數法的作業模式。

七、結語

水汽對大氣動力而言，最重要也最直接的效應就是潛熱釋放。另外，水蒸氣及雲對於太陽及地球輻射的反射、吸收及釋放也有很大的影響。數值預報模式中，水汽的預報及雲的模擬變成所須面臨的重要問題之一。目前 CWB 全球預報模式影響降水的幾個處理過程中，邊界層及積雲效應的參數化與水汽的初始場仍有很大的改進空間以增進模式對降水過程的預報品質。

附錄 A：

次積雲體質量、濕靜能及水分的收支方程：

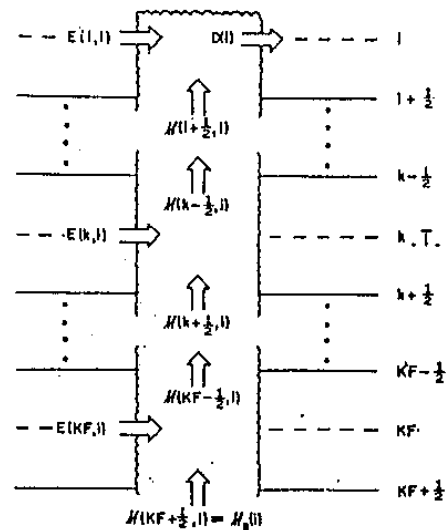
一、質量收支方程

由方程式(1)可知

$$\frac{\partial \eta(z, \lambda)}{\partial z} = \lambda \eta(z, \lambda) \quad (A-1)$$

對於第 k 層而言，上式的差分式可寫為（見圖四）

$$\frac{\eta(k - \frac{1}{2}, i) - \eta(k + \frac{1}{2}, i)}{\Delta z(k)} = \lambda(i) \eta(k + \frac{1}{2}, i)$$



圖四 第 i 個次積雲體的垂直結構，逸入率 E 發生在所有的整數層及雲頂處，逸出率 D 則僅於雲頂處發生，次積雲體的垂直質量通量 η 則被存放於非整數層。

每個次積雲體的質量收支方程即為

$$\eta(k + \frac{1}{2}, i) = \eta(k - \frac{1}{2}, i) [1 + \lambda(i) \Delta z(k)] \quad k \neq i \quad (A-2)$$

此處， $\Delta z(k) = z(k - \frac{1}{2}) - z(k + \frac{1}{2})$

雲頂 ($k = i$ 之層) 的質量收支則為

$$D(i) = \eta(i + \frac{1}{2}, i) [1 + \lambda(i) \hat{\Delta z}(i)] \quad (A-3)$$

此處， $D(i)$ 為第 i 個次積雲體雲頂的質量逸出率

$$\hat{\Delta z}(i) = z(i) - z(i + \frac{1}{2})$$

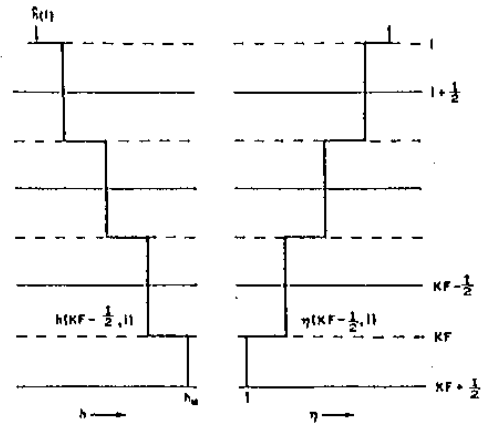
二、濕靜能收支方程

圖五為第 i 個次積雲體的濕靜能 (h) 及垂直質量通量 (η) 的典型垂直剖面圖。對於第 i 種雲的第 k 層而言， $h(k + \frac{1}{2}, i)$ 代表未有逸入效應前的次積雲體濕靜能， $h(k - \frac{1}{2}, i)$ 則為加入逸入效應後該層的濕靜能。第 k 層濕靜能收支方程的差分型式即可寫為

$$\begin{aligned} & \eta(k - \frac{1}{2}, i) h(k - \frac{1}{2}, i) \\ & = \eta(k + \frac{1}{2}, i) h(k + \frac{1}{2}, i) \\ & + \lambda(i) \Delta z(k) \eta(k + \frac{1}{2}, i) h(k) \end{aligned}$$

推得

$$h(k - \frac{1}{2}, i) = [h(k + \frac{1}{2}, i) + \lambda(i) \Delta z(k) \bar{h}(k)] / [1 + \lambda(i) \Delta z(k)] \quad (A-4)$$



圖五 第 i 個次積雲體，單位雲底之垂直質量通量 η 及濕靜能 h 的典型垂直剖面圖， η 與 h 皆定義於非整數層上，雲底濕靜能 $h(kF + \frac{1}{2}) = h_m$ ，質量通量 $\eta(kF + \frac{1}{2}) = 1$ ，雲頂濕靜能表為 $h(i)$ 。

當 $k = kF$ 時， $h(kF + \frac{1}{2}, i) \equiv h_m$ 為雲底處的濕靜能。

雲頂的濕靜能收支方程則為

$$h(i) = \frac{h(i + \frac{1}{2}, i) + \lambda(i) \hat{\Delta z}(i) \bar{h}(i)}{1 + \lambda(i) \hat{\Delta z}(i)} \quad (A-5)$$

由方程式 (A-4) 及 (A-5) 可知，次積雲體各層的濕靜能與已知的大尺度濕靜能 h 、高度場 z 、邊界層頂的濕靜能 (h_m) 有關外，亦與未知的逸入率 $\lambda(i)$ 有關，為了要求得上兩式之解，再利用一個雲頂處浮力為零的條件先求出 $\lambda(i)$ 。有關 $\lambda(i)$ 的求解方法如下：

雲頂處浮力效應為零的數學表示式可寫為 $\bar{h}(i) = h^*(i)$ ，為了求解 $\lambda(i)$ 定義

$$F[\lambda(i)] = \hat{h}(i) - \bar{h}^*(i)$$

浮力為零的條件即可寫為 $F[\lambda(i)] = 0$; $\lambda(i)$ 則可以重複解法 (iteratively method) 求得。令 n 為重複次數，當 $n > 1$ 時， $\lambda_{n+1}(i)$ 可表為

$$\lambda_{n+1}(i) = \left\{ \lambda_n(i) F[\lambda_{n-1}(i)] - \lambda_{n-1}(i) F[\lambda_n(i)] \right\} / \left\{ F[\lambda_{n-1}(i)] - F[\lambda_n(i)] \right\} \quad (\text{A-6})$$

在假設 λ_1 及 λ_2 之值後，即可利用上式反覆求解得 $\lambda(i)$ 的近似解。一般而言，可假設 $\lambda_1(i) = 0$ ， $\lambda_2(i) = i \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ ，此種假設求解可有較快的收斂速度；反覆求解直至 $|F[\lambda_n(i)]| \leq 5.0 \text{ Jkg}^{-1}$ 即可，此臨界值約相當於雲頂與環境的溫度差別為 $5 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{K}$ 。

三、水份收支

雲內水份的收支可區分為水汽收支及水滴收支。令 $q(k + \frac{1}{2}, i)$ 代表第 i 種雲在第 k 層的水份混合比； $q(k, i)$ 表示降雨前但有逸入效應的水份混合比； $q(k - \frac{1}{2}, i)$ 則表示降雨後的第 k 層水份混合比；第 k 層降雨前後的水滴混合比分別為 $q_1(k + \frac{1}{2}, i)$ 及 $q_1(k - \frac{1}{2}, i)$ 。雲內水份 $q(k, i)$ 的收支方程寫為

$$q(k, i) = \frac{q(k + \frac{1}{2}, i) + \lambda(i) \Delta z(k) \bar{q}(k)}{1 + \lambda(i) \Delta z(k)} \quad (\text{A-7})$$

此處， $\bar{q}(k)$ 為大尺度的水份混合比，若此時環境不是過飽和則此值即為水汽混合比 $q_v(k)$ 。當

$k = k_F$ 時， $q(k_F + \frac{1}{2}, i) \equiv q_m$ 即邊界層

頂的水汽混合比。根據 Arakawa-Schubert (1974) 雲內水汽混合比 $q_v(k, i)$ 可表為

$$q_v(k, i) = \bar{q}_v^*(k) + \frac{r(k)}{[1 + r(k)]L} \times \left[h(k - \frac{1}{2}, i) - \bar{h}^*(k) \right] \quad (\text{A-8})$$

此處

$$r(k) = L / C_p [\partial \bar{q}_v^*(k) / \partial T]_p$$

降雨前的雲內水滴 $q_1(k, i)$ 可表為

$$q_1(k, i) = q(k, i) - q_v(k, i)$$

假設雲內水滴於每單位高度內有一固定比例轉換為降雨量。

$$q_1(k - \frac{1}{2}, i) = q_1(k, i) - C_0 \Delta z(k) q_1(k - \frac{1}{2}, i)$$

所以

$$q_1(k - \frac{1}{2}, i) = \frac{q_1(k, i)}{1 + C_0 \Delta z(k)}$$

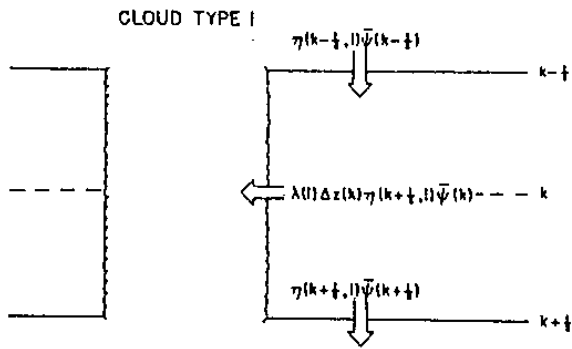
雲頂處 ($k = i$)， $q_v(i, i) = \bar{q}_v^*(i)$ ，水

滴混合比則為 $\hat{q}_1(i) = q_1(i + \frac{1}{2})$ 。

附錄 B

大尺度收支方程

圖六是個次積雲體在第 k 層上，大尺度變



圖六 第 i 個次積雲體，在第 b 層上， ϕ 的大尺度收支示意圖。

數場 $\bar{\phi}$ (可以是 \bar{h} 或 \bar{q}) 的收支示意圖。對於 $\bar{\phi}$ 而言，在雲頂及雲底上，單位雲底質量通量的向下通量可分別表示為 $\eta(k - \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(k - \frac{1}{2})$ 及 $\eta(k + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(k + \frac{1}{2})$ 。 $\bar{\phi}$ 的逸入率表為 $\lambda(i) \Delta z(k) \times \eta(k + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(k)$ 。令 $\delta_i [\bar{\phi}(k)]$ 表每單位 $M_B(i)$ 的 $\bar{\phi}$ 改變量；第 k 層每單位面積的質量寫位 $\Delta p(k) / g$ ，於此 $\Delta p(k) = p(k + \frac{1}{2}) - p(k - \frac{1}{2})$ 。 $\bar{\phi}$ 的收支方程即可寫為

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta p(k)}{g} \delta_i [\bar{\phi}(k)] \\ &= \eta(k - \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(k - \frac{1}{2}) \\ & \quad - \eta(k + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(k + \frac{1}{2}) \\ & \quad - \lambda(i) \Delta z(k) \eta(k + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(k) \\ &= \eta(k - \frac{1}{2}, i) [\bar{\phi}(k - \frac{1}{2}) \end{aligned}$$

$$- \bar{\phi}(k)] + \eta(k + \frac{1}{2}, i)$$

$$[\bar{\phi}(k) - \bar{\phi}(k + \frac{1}{2})]$$

(B-1)

圖七為 $\bar{\phi}$ 在 i 個次積雲雲頂上的大尺度收支示意圖。雲頂上 $\bar{\phi}$ 於單位 $M_B(i)$ 的逸出率表為 $D(i) \hat{\phi}(i)$ ，此處 $\bar{\phi}$ 的向下通量表為 $\eta(i + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(i + \frac{1}{2})$ ； $\bar{\phi}$ 的逸入率寫為 $\lambda(i) \Delta z(i) \eta(i + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(i)$ 。雲頂上， $\bar{\phi}$ 的大尺度收支寫為：

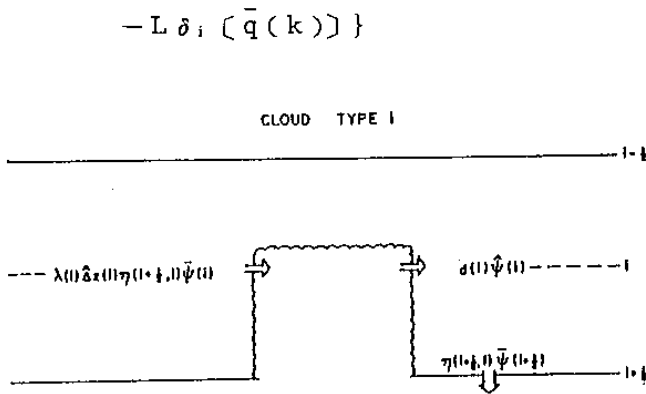
$$\begin{aligned} & \frac{\Delta p(i)}{g} \delta_i [\bar{\phi}(i)] \\ &= D(i) \hat{\phi}(i) - \eta(i + \frac{1}{2}, i) \\ & \quad \bar{\phi}(i + \frac{1}{2}) - \lambda(i) \Delta z(i) \\ & \quad \eta(i + \frac{1}{2}, i) \bar{\phi}(i) \\ &= \eta(i + \frac{1}{2}, i) \left\{ [1 + \lambda(i) \Delta z(i)] \right. \\ & \quad \left. \times [\hat{\phi}(i) - \bar{\phi}(i)] \right. \\ & \quad \left. + \bar{\phi}(i) - \bar{\phi}(i + \frac{1}{2}) \right\} \end{aligned}$$

(B-2)

於雲頂層內，所有凝結水滴皆立刻蒸發為水汽。 $\bar{T}(k)$ ， $\bar{q}_v(k)$ 的改變量即可由下兩式求得

$$\delta_i [\bar{q}_v(k)] = \delta_i [\bar{q}(k)]$$

$$\delta_i [\bar{T}(k)] = \frac{1}{C_p} \{ \delta_i [\bar{h}(k)]$$



圖七 第 1 個次積雲體，雲頂上 ψ 的大尺度收支示意圖。

附錄 C 下沖流效應的模擬

1 診斷下沖流特性的控制方程組

假設對流性下沖流的形成及維持機制為兩滴重量的拖曳效應及蒸發冷卻效應，則利用可用雨滴通量即可算出下沖流的熱力特性，垂直速度及質量通量。

(一) 質量保守方程

$$\frac{\partial m}{\partial z} = m \lambda \quad (C-1)$$

此處， λ 為逸入下沖流內的淨逸入率。

(二) 濕靜能 (\hat{h}) 保守方程

$$\frac{\partial m \hat{h}}{\partial z} = m \lambda_E \bar{h} - m \lambda_D \hat{h} \quad (C-2)$$

此處， \bar{h} 為環境的濕靜能， λ_E, λ_D 分爲逸入率及逸出率。

(三) 水汽 (\hat{q}) 收支方程

$$\frac{\partial m \hat{q}}{\partial z} = m \lambda_E \bar{q} - m \lambda_D \hat{q} + E_r \quad (C-3)$$

於此， E_r 為單位高度內，雨滴通量的蒸發量； \bar{q} 為環境場的水汽混合比。 E_r 可以下式參數化：

$$E_r = \frac{-m}{\hat{\rho}_w} \frac{D q_r}{Dt}$$

$$\frac{D q_r}{Dt} = \frac{-(1 - \hat{q}/\hat{q}_s) C (\rho q_r)^{0.525}}{5.4 \times 10^5 + 2.55 \times 10^6 / (p \hat{q}_s)} \quad (C-4)$$

$D q_r / Dt$ 為雨滴混合比的時間改變率。 q_r 為下沖流雨滴混合比； \hat{q}_s 為下沖流飽和水汽混合比； p, ρ 分爲環境場的壓力及密度； C 為某種交換係數表示爲

$$C = 1.6 + 124.9 (\hat{\rho} q_r)^{0.2046} \quad (C-5)$$

當 h, q 求得後，下沖流的溫度即可用下式求得：

$$\hat{T} = \bar{T} + (\hat{h} - L \hat{q} - \bar{s}) / C_p \quad (C-6)$$

於此， L 為凝結潛熱， C_p 為等壓下乾空氣的比熱， \bar{T}, \bar{s} 分爲環境的溫度場及乾靜能。

(四) 垂直動量收支

$$\frac{1}{w} \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{f_s (1 + r)} \left[g \frac{\bar{T}_v - \hat{T}_v}{\bar{T}_v} + g q_r \right] - w^2 \lambda_E \quad (C-7)$$

此處， $f_s = 2.5, r = 0.5, \bar{T}_v$ 及 \hat{T}_v 分爲環境及下沖流的虛溫。

(五) 下沖流的雨滴收支

$$\frac{\partial P_d}{\partial z} = m_B R_a - E_r \quad (C-8)$$

此處， $p_d = m q_r (w + v_t) / w$ 為下沖流內的雨滴通量， v_t 為雨滴下降的平均終端速度， R_a 為上沖流單位雲底質量通量，單位高度的雨滴通量，表示式為

$$R_a \equiv \left[\frac{2 f_2}{\pi a} \eta_u q_r \frac{v_t}{w} \sin \theta \right]_u \quad (C-9)$$

(內)逸入下沖流內的淨逸入率

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv - \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial z} \\ &= - \frac{1}{w} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial z} + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (C-10) \end{aligned}$$

σ 為積雲體內下沖流所佔的面積比例。

於 (C-10) 內， $(\partial w / \partial z) / w$ 可由方程式 (C-7) 求得， $(\partial \hat{\rho} / \partial z) / \hat{\rho}$ 以 $(\partial \bar{\rho} / \partial z) / \bar{\rho}$ 近似之，將 σ 示為上沖流外，雨滴通量所佔有的面積比例，其隨高度的變化可寫為

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} &= \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{tilt}} + \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{conf}} \\ &\quad + \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{evap}} \quad (C-11) \end{aligned}$$

右邊第一項為上沖流的傾斜特性所引起的面積變化量。

$$\left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{tilt}} \equiv \frac{w}{m} \left[\frac{2}{\pi a} \sin \theta \frac{m}{w} \right]_u$$

(C-11) 右邊第二項為雨滴合流效應所引起的面積變化

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{conf}} &\equiv - \frac{\hat{\rho} w}{[\hat{\rho} (w + v_t)]_b} \\ &\quad \left\{ \frac{1}{\hat{\rho} w} \frac{\partial \rho w}{\partial z} + \left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{tilt}} \right\} \end{aligned}$$

此處， $[\hat{\rho} (w + v_t)]_b$ 為下沖流與上沖流邊界處的 $\hat{\rho} (w + v_t)$ 。

(C-11) 右邊第三項為雨滴蒸發所導致的面積改變量。

$$\left[\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right]_{\text{evap}} \approx \frac{1}{q_r (w + v_t)} \frac{D q_r}{Dt}$$

λ 與 λ_D 的關係式為

$$\lambda_D = \frac{1}{\pi} \left[\lambda_0^2 - \lambda^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left\{ \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0} \right) \right\} \lambda$$

λ_0 則與上沖流的逸入率 λ_u 有關

$$\lambda_0 = \frac{\pi}{2} \lambda_u \left[\frac{m_u w_u}{m w} \right]^{\frac{1}{2}}$$

λ_E 則為 λ 與 λ_D 的和， $\lambda_E = \lambda + \lambda_D$ 。

參考文獻

Arakawa, and Schubert, 1974: Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment, Part I. J. Atmos. Sci., 31, 674-701.

Betts, A. K., 1976: The thermodynamic transformation of the tropical sub-cloud layer by precipitation and downdraft. J. Atmos. Sci., 33, 1008-1020.

- Cheng, M.-D., 1989a: Effects of downdrafts and mesoscale convective organization on the heat and moisture budgets of tropical cloud clusters. Part I: A diagnostic cumulus ensemble model. J. Atmos. Sci., 46, 1517-1538.
- , 1989b: Effects of downdrafts and mesoscale convective organization on the heat and moisture budgets of tropical cloud clusters. Part II: Effects of convective downdrafts. J. Atmos. Sci., 46, 1540-1564.
- Cheng, M.-D., and A. Arakawa, 1990: Inclusion of convective downdrafts in the Arakawa-Schubert cumulus parameterization. Technical Report, Dept. of Atmos. Sci., UCLA, Los Angeles, CA 90024, 72pp.
- , and M. Yanai, 1989b: Effects of downdrafts and mesoscale convective organization on the heat and moisture budgets of tropical cloud clusters. Part II: Effects of convective downdrafts. J. Atmos. Sci., 46, 1566-1588.
- Houze, R. A., and A. K. Betts, 1981: Convection in GATE. Rev. Geophys. Space, Phys., 19, 541-576.
- Lord, S. J., 1982: Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part III: Semi-prognostic test of the Arakawa-Schubert cumulus parameterization. J. Atmos. Sci., 39, 88-103.
- , and A. Arakawa, 1980: Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part II. J. Atmos. Sci., 37, 2677-2692.
- , W. C. Chao, and A. Arakawa, 1982: Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part IV: The discrete model. J. Atmos. Sci., 39, 104-113.

**A Preliminary Study on Various Precipitation
Parameterization in the Central Weather
Bureau Global Forecast System**

Ching-Shun Chen

Central Weather Bureau

ABSTRACT

We shall discuss the various precipitation parameterizations used in the Central Weather Bureau Global Forecast System (CWBGFS). Three different kinds of precipitation processes are identified.

1. Stable precipitation, modeled with saturation adjustment.
2. Mid-level based cumulus convection, modeled with moist convective adjustment.
3. Planetary boundary layer based cumulus convection, modeled with the Arakawa-Schuber cumulus parameterization.

In the following, we describe the general feature of the various precipitation parameterizations in the current global forecast model and the improvements of the proposed new A-S scheme.