

風力引致房屋結構振動破壞之分析

梁 明 德

國立臺灣海洋大學河海工程學系副教授

摘 要

本文之宗旨是分析探討房屋結構物，在風力作用下引致結構振動破壞。風力作用在一稍具阻尼、單自由度系統及彈塑性房屋結構物引致永久變形的成長率，可用彈性結構物等效估計之。而單自由度系統之理論，在某種條件之下是可以推廣應用到多自由度系統的高層房屋結構物。

一、前 言

近年來，許多人對彈塑性結構物 (elastic - plastic structures) 在隨機載重下之動態行為做了不少研究，其中最引人注意的是在地震作用之下，降伏結構物 (yielding structures) 之震動行為的結果。然而，就相同的降伏結構物而言，在風力作用下，其動態行為卻大不相同，主要原因是在風力作用下，一實際平均載重 (a substantial mean load) 之表示法，其隨機變動 (random fluctuation) 是可採用疊加原理 (the principle of superposition)，因其在載重過程中，一平均載重之表示，事實上，所有在塑性區域之行為不但均是相同，而且都是破損累積 (damage accumulate)。例如，在一60分鐘延時之暴風作用下，一明顯的永久變形就發展完成，然而，結構物的大部分還是完全保持在彈性行為。

本文主要目的是分析探討房屋結構，假設其係稍具阻尼因數 (lightly damped factor) 之簡單降伏結構 (simple yielding structures) 在風力作用下，引致結構振動破壞。首先敘述彈塑性結構物之模型，其次是理論分析，假設載重變動 (load fluctuation) 可構成一靜態，遍歷性及高斯過程 (a stationary ergodic, Gaussian Process)，基於此點，進而假設若忽略回復力 (restoring

force) 之上限 (upper limit)，則超過彈性極限之衡量就不考慮其對結構物之影響效應，亦不考慮塑性行為對結構物之振動效應，因此，可採用完全彈性結構模擬風力作用下之振動行為。為探討風力引致房屋結構振動破壞，將該等效彈性模型以頻域 (frequency domain) 研究其振動行為，定義超越彈性極限之永久變形累積率為破損率 (damage rate)，進行推導每一週期振動之平均破損，以及破損機率，這些理論將以數值分析計算其理論結果，俾利運用於單自由度之單層房屋結構受風力作用下，預測其破損機率，該理論亦可推廣應用於多自由度之多層房屋結構。

二、單自由度系統

(一)彈塑性系統

本文首先採用具有黏滯阻尼 (viscous damping) 單自由度系統 (a single degree of freedom System) 房屋結構物做探討，可以圖1說明該系統之力學模式，至於該系統之靜態載重—撓度關係 (the static load deflection relationship) 則如圖2所示。當風力作用於房屋結構物時，可使結構物產生隨機振動 (random vibration)，如此就很難

正確地描述其振動行爲，然而，吾人可用統計性質 (statistical property) [1] 加以探討，因此，將瞬間的載重視爲平均載重與變動分量之和，撓度與降伏撓度亦然，可以數學式子表示如下：

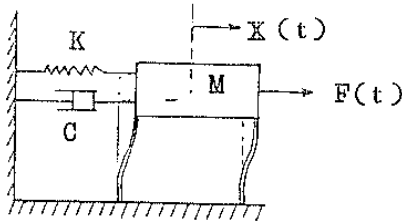


圖 1 彈塑性系統單層房屋結構物

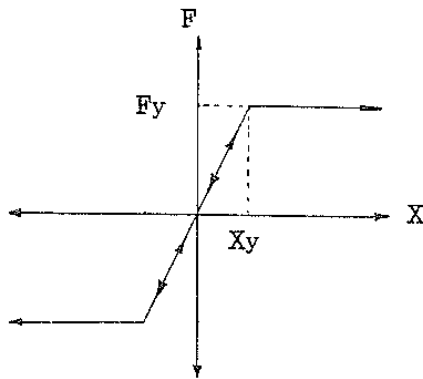


圖 2 靜態載重—撓度關係

$$F = \bar{F} + f, \quad X = \bar{X} + x, \quad X_y = \bar{X}_y + x_y \quad (1)$$

$$\text{式中 } \bar{F} = \frac{1}{T} \int_0^T F dt, \quad \bar{X} = \frac{1}{T} \int_0^T X dt \quad (2)$$

(2)式中之 T 爲週期或稱爲平均延時 (average duration)。因爲平均載重很難分析，所以本文使用載重的變動分量 f 與合成撓度 (resultant deflection) x 來分析研究；若將平均載重排除，該系統之載重—撓度關係，則如圖 3 所示，圖 3 (b) 之修改系統 (modified system) 說明了靜態載重之降伏爲 f 而撓度爲 $x_y = f_y / K$ ，式中 $K = \tan \theta = f_y / x_y$ 彈性係數 (elastic coefficient)。

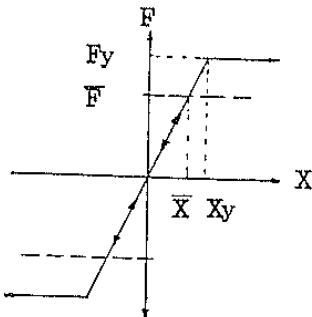
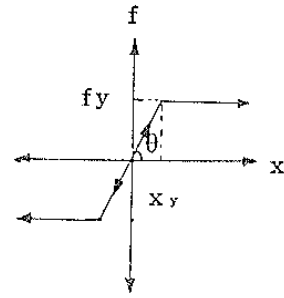


圖 3 載重—撓度特性 (a) 具有平均載重



(b) 沒有平均載重

(二)

(一) 理論分析

1. 分析限制

Van der Hoven (1957) 曾指出：功譜分析 (Power-spectrum analysis) 是對一具有連續變化頻率之振動分佈的一種量測，而且可以一個變數的方差值 (variance) 表示之。假如風速是變數，則方差值是與速度變動的動能 (kinetic energy) 成正比。

在此先考慮一單層房屋結構物在一隨機載重 $f(t)$ 之作用下，決定永久變形成長之期望率 (expected rate) 或平均率 (mean rate) 之問題，此問題僅限制於探討在 $f(t)$ 的作用下，結構物視爲稍具阻尼系統，在此條件之假設下，系統之反應可以彈性等效之，而且回復力之根均方值 (root mean square) $K\sqrt{x^2}$ 將比作用力 (exciting force) 或阻尼力 (damping force) 的根均方值要大。

爲簡化問題以便於分析，必要做如下列的基本假設 (Vickery, 1970)：

- (1) 系統行爲可以一完全彈性系統似之。
- (2) 回復力的上限已忽略了超越彈性極限 (elastic limit) 的衝程 (excursion) 大小。
- (3) 衝程進入塑性範圍並不影響其後的行爲。
- (4) 平均與根均方風力載重與速度的平方成正比。
- (5) 強風之延時爲一小時，且在此週期，平均風速是均勻分佈。
- (6) 僅有風力作用在房屋結構物
- (7) 單層房屋結構物可視爲單自由度的理想彈塑性結構物。

(8)許多重要因數，如穩定性 (stability)，含有應力層次 (stress level) 的阻尼變化，與在降伏應力 (yield stress) 時，應變率 (strain rate) 的影響，均被忽略掉。

假如進入塑性範圍衝程速度為 \dot{x}_y ，則在忽略小阻尼力和考慮風力作用為定值時，此時彈塑性房屋結構物之尖峯撓度可由所做的功等於動能求出，亦即

$$(f_y - f)(x_{max} - x_y) = \frac{1}{2} M \dot{x}_y^2 \quad (3)$$

若以無因次形式寫之，則最大撓度為

$$\left(\frac{x_{max}}{x_y}\right)_{\text{elastic-plastic}} = 1 + \frac{\dot{x}_y^2}{2\omega^2 x_y^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{f}{f_y}\right)} \quad (4)$$

式中 $\omega = \sqrt{K/M}$ 為無阻尼之自然頻率。若 $f/f_y \ll 1$ ，則表示系統稍具阻尼。若 $\dot{x}_y^2/(\omega^2 x_y^2)$ ，則表示祇有小衝程進入塑性區域。以上兩種現象，若同時考慮，則可忽略塑性作用力，而以 x_y 近似估計最大撓度 x_{max} ，在此種近似過程中，已知衝程的永久變形 $(x - x_y)$ 就與以完全彈性系統的 $(x_{max} - x_y)$ 相等。就一完全彈性系統而言，其最大撓度可以寫為

$$\left(\frac{x_{max}}{x_y}\right)_{\text{elastic}} = \frac{f}{f_y} + \left[\left(1 - \frac{f}{f_y}\right)^2 + \frac{\dot{x}_y^2}{\omega^2 x_y^2} \right]^{1/2} \\ = 1 + \frac{\dot{x}_y^2}{2\omega^2 x_y^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{f}{f_y}\right)} + \epsilon \quad (5)$$

式中 ϵ 包含 $(f/f_y)^2$ ， $[\dot{x}_y^2/(\omega^2 x_y^2)]^2$ 與 $(f/f_y)[\dot{x}_y^2/(\omega^2 x_y^2)]^2$ 等項及其更高階之項。

2 平均破損率之推導

本節將推導平均破損率及其標準離差 (standard deviation)。若將系統行為假設能夠以一完全彈性系統近似之，則破損率可被定義為永久變形累積率。該永久變形累積率可以彈性系統等效之，且為所有超越 x_y 之衝程和的成長率，亦即

$$\bar{d} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_0^T (x - x_y) \quad (6)$$

式中之 Σ ，係對在時間區間 T 發生衝程超越 x_y 取其所有項之和。

若風力載重 $f(t)$ 的功譜密度函數 (the power spectral density function) [Newland, 1975] 為 $S_f(n)$ ，使得

$$f^2 = E[f^2] = \int_0^\infty S_f(n) dn \quad (7)$$

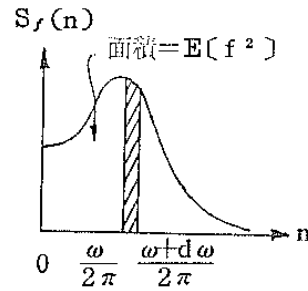


圖4 功譜密度函數之幾何意義

上式之幾何意義如圖4所示，則彈性系統之反應可表示如下：

$$\bar{x}^2 = E[x^2] = \int_0^\infty S_x(n) dn \quad (8)$$

(8)式之幾何意義類同圖4，其中

$$S_x(n) = \frac{S_f(n)}{K^2} |H(n)|^2 \quad (9)$$

式中 $H(n)$ 稱為複數頻率反應函數 (Complex frequency response function)。

至於如何求得 $H(n)$ ，則可令 $f(t) = \exp(i n t)$ 及 $x(t) = H(n) \exp(i n t)$ 代入由圖1之運動方程式

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F(t) \quad (10)$$

並且利用(9)式即可得

$$|H(n)|^2 = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^2\right]^2 + 4\eta^2 \left(\frac{n}{n_0}\right)^2} \quad (11)$$

$$\text{式中 } n_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (12)$$

$$\eta = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \quad (13)$$

假如 $V_{x=a}$ 為在 $x = a$ 層次之正交叉斜率 (positive slope crossing) 的平均頻率，若以結合機率密度函數 (joint probability density function) $P(x, \dot{x})$ 表示，則可寫為

$$V_{x=a} = \int_0^\infty P(a, \dot{x}) \dot{x} d\dot{x} \quad (14)$$

(14)式中之 $P(a, \dot{x})$ 為計算 $x = a$ 的結合機率密度函

數，且該式可應用於任何機率分佈。任何靜態隨機過程 (stationary random process) 的一種特性，就是 $x(t)$ 及其導數 $\dot{x}(t)$ 是不相關，且其相關係數 (correlation coefficient) 或稱正規化協方差 (normalized covariance) ρ_x 總是為零。若為高斯機率分佈 (Gaussian probability distribution)

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x)} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2(x)}} \quad (15)$$

式中 $\sigma(x)$ 表示標準離差 (standard deviation) 則由結合機率密度函數知

$$P(a, \dot{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(x)} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2(x)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\dot{x})} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma^2(\dot{x})}} \quad (16)$$

將(16)式代入(14)式，並利用

$$\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\dot{x})} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma^2(\dot{x})}} \dot{x} d\dot{x} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\dot{x})} \sigma^2(\dot{x}) \quad (17)$$

可得到

$$V_{x=a} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma(\dot{x})}{\sigma(x)} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2(x)}} \quad (18)$$

一稍具阻尼系統之反應 $x(t)$ 將具有一等效頻率或具有一正斜率 V 在 $x=0$ 的交叉率 (rate of crossing) 之窄帶 (narrow band)，該等效頻率可由(18)式得到

$$V = \left[\frac{\int_0^\infty n^2 S_x(n) dn}{\int_0^\infty S_x(n) dn} \right]^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma(\dot{x})}{\sigma(x)} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\dot{x}^2}}{\sqrt{x^2}} \quad (19)$$

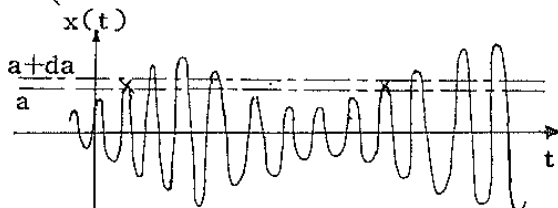


圖 5 在帶 $X=a$ 到 $X=a+da$ 間尖峯值之識別

由圖 5 知， $P(a)da$ 是隨機選擇在 a 至 $a+da$ 範圍內一尖峯大小的機率，任一尖峯大於 a 之機率為

$$P(\text{尖峯值超越 } x=a) = \int_0^\infty P(a) da \quad (20)$$

因為在週期 T 之間， $V_{x=0}$ 循環中僅有 $V_{x=a}$ 在超越 $x=a$ 有尖峯值，所以(20)式可寫為

$$\int_a^\infty P(a) da = \frac{V_{x=a}}{V_{x=0}} \quad (21)$$

將上式對 a 全微分並利用萊布尼茲法則 (Leibnitz's rule)，得到

$$-P(a) = \frac{1}{V_{x=0}} \frac{d}{da} (V_{x=a}) \quad (22)$$

若為高斯過程，則將(18)式代入(22)式得到

$$P(a) = \frac{a}{\sigma^2(x)} e^{-a^2/[2\sigma^2(x)]}, 0 \leq a < \infty \quad (23)$$

(23)式即為瑞雷分佈 (Rayleigh distribution)，意即機率函數 $P(a)$ 在 $a=\sigma(x)$ 有其最大值，而且在該值時有其尖峯最大值，其幾何意義詳見圖 6。

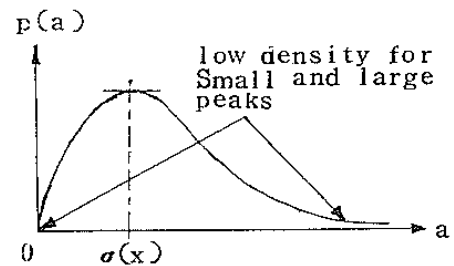


圖 6 高斯窄帶過程尖峯的瑞雷分佈 x 的平均值及方差值 (variance) 之定義分別為

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x) dx \quad (24)$$

$$\sigma^2(x) = E[(x - E(x))^2] = \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(x)]^2 \cdot$$

$$P(x) dx \quad (25)$$

就一窄帶過程 (a narrow band process) 而言，在具有正斜率 $x=0$ 之連續交叉間，假設存在一個且僅有一個最大值，則有小誤差，對過程的每一循環而言，若為高斯過程，則由(24)式知，平均破損 (average damage) $E(d)$ 將為

$$E(d) = \int_{a=x_y}^{\infty} \frac{a}{\sigma^2(x)} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2(x)}} (a - x_y) da \quad (26)$$

而由(25)知，每一循環破損之方差值爲

$$\begin{aligned} \sigma^2(d) &= E\{[d - E(d)]^2\} \\ &= \int_{x_y}^{\infty} \frac{a}{\sigma^2(x)} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2(x)}} [d - E(d)]^2 da \\ &\quad + \int_0^{x_y} \frac{a}{\sigma^2(x)} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2(x)}} E^2(d) da \end{aligned} \quad (27)$$

積分(26)式，而且一循環的平均延時是 $1/V$ ，其結果就是期望破損率 (expected damage rate)

$$E(\dot{d}) = VE(d) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sigma(\dot{x}) \left[1 - \operatorname{erf} \frac{x_y}{\sqrt{2}\sigma(x)} \right] \quad (28)$$

積分(27)得到每一循環破損的變化係數

$$\frac{\sigma(d)}{E(d)} = \left\{ 2 \left[\frac{\sigma^2(x)}{E^2(d)} e^{-x_y^2 / [2\sigma^2(x)]} - \frac{x_y}{E(d)} \right] - 1 \right\}^{1/2} \quad (29)$$

就大週期 T 及非頻率 (不相關) 衝程進入塑性區域而言，平均一週期 T 的破損變化係數爲

$$C_v = \left\{ \frac{2 \left[\frac{\sigma^2(x)}{E^2(d)} e^{-x_y^2 / [2\sigma^2(x)]} - \frac{x_y}{E(d)} \right] - 1}{VT} \right\}^{1/2} \quad (30)$$

$$\text{式中 } E(d) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma(x) \left[1 - \operatorname{erf} \frac{x_y}{\sqrt{2}\sigma(x)} \right] \quad (31)$$

爲每一週期的期望破損

(三) 數值分析的結果

(28)式的平均破損率，以 $E(\dot{d}) / (Vx_y)$ 表示，(30)式的變化係數，以 $C_v(VT)^{1/2}$ 表示，均表爲彈性反應 $\sigma(x)/x_y$ 的函數，其數值結果如圖 7 所示

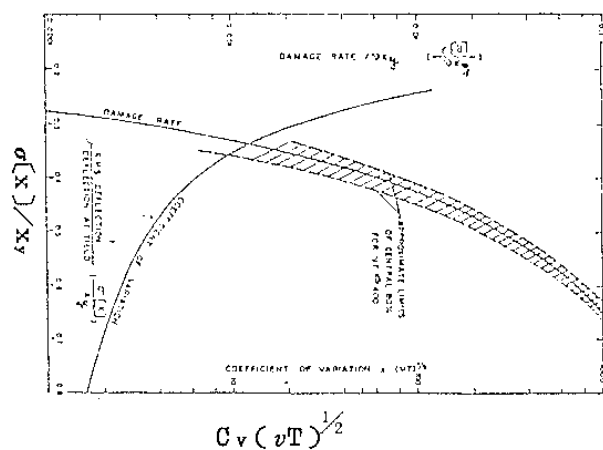


圖 7 理論破損率 (after vickery)

一單自由度房屋結構物對風力載重的彈性反應，可以放大因數 (amplification factor) A 表示之，其定義爲

$$A = \left[\frac{\int_0^{\infty} S_f(n) H^2(n) dn}{\int_0^{\infty} S_f(n) dn} \right]^{1/2} \quad (32)$$

彈性反應也可以由阻尼、自然頻率 ω_0 和等效頻率 V 決定之，圖 8 可說明此典型範例，該圖係利用(29)式的數值積分與分析預測 (analytic prediction) 繪畫而得。

(四) 討論

1. 假如外力及阻尼力均小，且撓度超越 x_y ，但比 $1.25x_y$ 要小，則撓度受彈塑性系統的極限回復力的影響就不顯著。假如一降伏系統的永久變形，由於其衝程在 $1.25x_y$ 以下，則由基本假設的第(2)項引致之誤差將不會太大，此種情況可由圖 7 說明之，因衝程在 $1.25x_y$ 以下的永久變形可由 $\sigma(x)/x_y$ 小於 0.45 求得，而當 $\sigma(x)/x_y$ 大於 0.45 時，就有低估永久變形成長率的趨勢。
2. 假如在衝程進入塑性區域的平均時間，比系統的記憶或衰滅時間要大，則由基本假設的第(3)項所得之結果將是一種近似方法。假如在衝程進入塑性區域的平均時間要比系統的衰滅時間大二倍，由圖 7 知，就在 1% 與 2% 間的臨界阻尼比而言， $\sigma(x)/x_y$ 比 0.4 要小。若 $\sigma(x)/x_y$ 比 0.4 要大，則進入塑性區域的衝程，將會影響其後的結構行爲，此時，由降伏引致的消能率 (rate of energy dissipation) 將是對粘滯消能 (viscous dissipation) 的一種顯著現象，同時，也將有高估破損率的傾向。
3. 假如外力比回復力 (亦即一種大的放大因數) 要小且彈性反應因數 (亦即根均方撓度 / 降伏撓度) 小於 0.4，則由圖 8 知，數值與分析的結果相當滿意。假如彈性反應因數大於 0.4，則由塑性變形引致的消能將有減低永久變形的傾向，此結果比由(29)式分析預測的結果要小。
4. 若 $x_{max}/x_y < 1.25$ 及 $f/f_y < 0.2$ ，則由(5)式估計永久變形的準確度，約爲 10% 以內的誤差。
5. 當假設彈性作用時，因爲高估回復力，所以將引

致低估了永久變形的情況。在假設彈性作用時，即表示不因有降伏而產生消能的現象，這樣將低估永久變形，而使得該理論的推廣受到了阻礙。

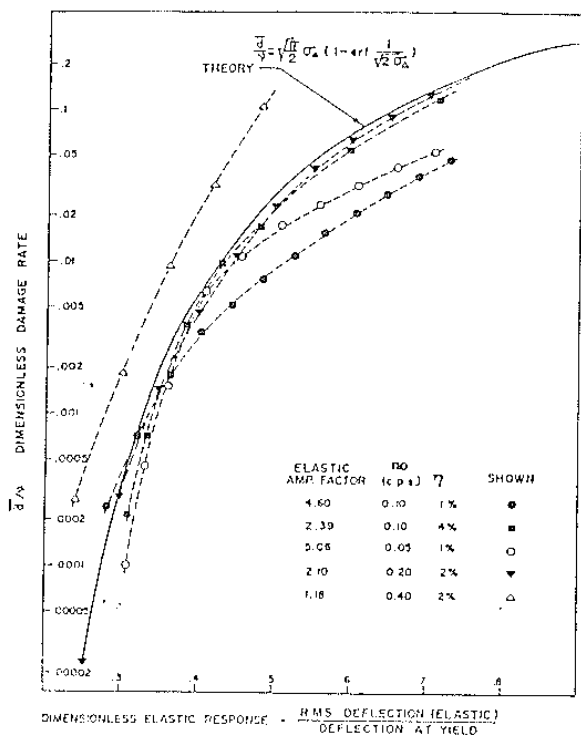


圖8 稍具阻尼房屋結構物破損率之分析與數值預測的比較 (after vickery)

三、多自由度系統

對於二層或二層以上的高樓房屋結構物而言，上述的單自由度系統之理論，就不足以分析預測了。最好以多自由度系統 (multidegree-of-freedom system) 處理之。然而，儘管在討論中的第5項提到，於單自由度系統中，以彈性作用等效處理彈塑性單層房屋結構物，將產生低估永久變形而使該理論的推廣受到妨礙，但是，除單自由度系統中的基本假設之外，再加上以下的假設：(1)若每一衝程進入塑性區域為不相關性，則每一種嚴重情況即可個別考慮；(2)假設在一小的隨機作用力之下，結構物的振動為基本模形 (fundamental mode)；(3)若一已知衝程進一塑性區域，則乃以假設結構物為自由振動等效之，亦即以彈性行為視之，如此，設其最大撓度為 a ，破損 d 為 a 的函數，即 $d = \phi(a)$ 。因此單自由度系統可以推廣應用到多自由度系統，而由(2)式預測之，祇要將(2)式中的 $(a-x_y)$ 以 $\phi(a)$ 取代之即可。

四、結 論

本文已將房屋結構物在風力作用下，研究其振動破壞機率之分析決定，該理論及其數值分析結果，若能夠再配合房屋模型的風洞實驗，則更能支持上述理論的可行性。從本研究可得到下列二項重要結果：

1. 風力作用在一稍具阻尼、單自由度系統及彈塑性房屋結構物引致永久變形的成長率，可用彈性結構物等效估計之。
2. 單自由度系統之理論，在某種條件之下是可以推廣應用到多自由度系統的高層房屋結構物。

五、參考文獻

1. Daily, J.W. and Harleman, D.R.F. (1966), "Fluid Dynamics", Mei Ya Publications, Inc., Taipei, Taiwan, P.216.
2. Van der Hoven, I. (1957), "Power Spectrum of Horizontal Wind Speed in the Frequency Range from 0.0007 to 900 Cycles per Hour", "Journal of Meteorology", Vol.14, PP.160-164.
3. Vickery, B.J. (1970), "Wind Action on Simple Yielding Structures", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.96, No.EM2, April, PP.107-120.
4. Newland, D.W. (1975), "Random Vibrations and Spectral Analysis," Tang-Kung Book Company, Ltd. PP.8-9, 51-52, 73-75, 82-91.

FAILURE ANALYSIS OF BUILDING VIBRATION DUE TO WIND ACTION

Ming-Te Liang*

*Associate Professor, National Taiwan Ocean University, Keelung, Taiwan, R.O.C.

ABSTRACT

The main objective of this paper is to study the failure analysis of building vibration under the action of wind. The rate of growth of permanent set due to wind action on a lightly damped, single degree-of-freedom, elastic-plastic structure can be estimated from an elastic analysis of the building structure. The theory of single degree-of-freedom can be extended

and applied to the tall building of a multiple degree-of-freedom under some assumptions.

REFERENCES

1. Daily, J.W. and Harleman, D.R.F. (1966), "Fluid Dynamics," Mei Ya Publications, Inc., Taipei, Taiwan, P.216.
2. Van der Hoven, I. (1957), "Power Spectrum of Horizontal Wind Speed in the Frequency Range from 0.0007 to 900 Cycles per hour," Journal of Meteorology, Vol. 14, PP.160-164.
3. Vickery, B.J. (1970), "Wind ACTION on Simple Yielding Structures," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.96, No.EM2, April, PP.107-120.
4. Newland, D.E. (1975), "Random Vibrations and Spectral Analysis," Tang-Kung Book Company, Ltd., PP.8-9, 51-52, 73-75, 82-91.

