

應用輸送現象原理推算水面蒸發量之研究

施 嘉 昌

台灣大學農工系教授

摘 要

決定灌溉用水量時最基本的要素為蒸發散量，其為水面蒸發或土壤面蒸發與葉面蒸散之總稱，目前推估蒸發量最精確的方法為 Penman 法，然而該法在理論上尚有缺點，對於各種蒸發現象未能作合理的解釋。近年來，輸送現象論在理論上有極大的進展，本研究特別利用該原理對蒸發量的推定方法重新加以探討，同時採用本省各地的氣象觀測資料分析比較上述二種之優劣。

由於熱傳導量之總和為零，根據計算結果可知，新的蒸發量計算法較 Penman 法為佳，在理論上較為完備，同時，若適當考慮作物因子，對於蒸發散量比在數值上鉅大的差異，新法亦能作合理的說明。

因資料缺乏，文中部份尚無法作完全理論的分析，為提高本法的精確度，將來宜再配合多項實際觀測，諸如純放射量，風速垂直分佈，總熱傳達係數等。

前 言

在研擬灌溉計畫或決定灌溉用水量時，蒸發量為基本的根據，蒸發散量包括蒸發與蒸散二項，蒸發為水份自水面或土壤面氣化者，蒸散則為水份自葉面氣孔逸出的部份，實際上，以上三種不同的水份氣化現象均可視為蒸發面不同的蒸發現象，在農業灌溉上，對水田而言，蒸發散量包括水面蒸發量與葉面蒸發量，對旱作而言，則包括土壤面蒸發量與葉面蒸散量。

水面蒸發量利用蒸發計可輕易的取得觀測數值，但土壤面蒸發量與葉面蒸散量在實測上卻甚為困難，因此，一般計算蒸散量時大多利用水面蒸發量與蒸散量之間高度相關性作間接的推定，亦即，首先根據氣象資料推求水面蒸發量或直接利用水面蒸發量的觀測數值，再乘以蒸散比（即蒸散量與水面蒸發量之比值）而得，根據實驗數據顯示，蒸散比的數值在不同地區不同作物其間差異甚大，而目前一般蒸發量公式均無法予以完整的解釋，因此實有必要對蒸發量的理論分析作進一步的探討。

在目前所有利用氣象因子來分析蒸發量再根據以推定蒸散量的方法中，以 Thornthwait 法，Blaney-Criddle 法和 Penman 法最具代表，但其中：Thornthwait 法僅考

慮溫度一項，Blaney-Criddle 法則僅考慮溫度和日照時間，而且此二法均非出自於實驗方法所得，因此，在氣象、土壤等環境條件不同的地區即無法利用空氣力學的觀念所建立的一套計算公式，故一般而言，在氣象資料充分的地區使用 Penman 法常可得到較為理想的結果。

事實上，Penman 法在理論的引證上不完全合理，尚有部分疑點有待進一步的修正，同時欲以說明不同蒸發面上之蒸發量亦有困難。近年來，由於輸送現象論在原理上有相當大的進步，由於各種不同蒸發面上的熱收支現象均有新的理論發展，據此可重新建立一套新的蒸發量計算公式，其結果不僅較 Penman 法更為容易，而且因適當考慮作物因子，對於蒸發散比在數值上的差異亦可得到合理的說明。

本文首先對 Penman 法在理論的問題加以探討，再根據輸送現象論原理對熱收支方程式中之各熱收支項的計算公式重新設定，並導出一新的蒸發計算法。對於水中或土壤中熱傳導量，其年總和等於零，因此本文將針對廣大水面上年平均蒸發量之推定方法加以說明。

利用 penman法推定蒸發量之探討

一、基本原理

水面下的熱傳導量 (Q_B) 隨著溫度之起伏而變化，當以年為週期時，其總變化量等於零，因此，根據純放射量 (Q_{RO})，蒸發潛熱 (Q_1)，對流傳熱 (Q_c)，水面上的熱收支可以表成下式：

$$Q_{RO} = Q_1 + Q_c \dots\dots\dots(1)$$

(1)式中 Q_{RO} 為不考慮水面溫度 Q_o 與空氣溫度 Q_a 之差值補正項的純放射量，又根據 Bowen 比 (β) 的定義可得

$$\beta = \frac{Q_c}{Q_1} = \gamma \frac{Q_o - Q_a}{P_{so} - P_a} \dots\dots\dots(2)$$

式中， P_a 為當時空氣中的實際水蒸氣壓 (mmHg)， P_{so} 為溫度 Q_o 時之飽和水蒸氣壓。(2)式中 γ 值可依下式計算

$$\gamma = \frac{C_p \cdot P}{0.622 L} \dots\dots\dots(3)$$

式中， P 為大氣壓 (= 760 mmHg)， C_p 為空氣的定壓比熱 (= 0.24 cal / g · deg.)， L 為蒸發熱 (cal / g)，當溫度為 $\theta^\circ C$ 時，其計算公式為：

$$L = 597.3 \times (1 - 0.000946 \theta) \dots\dots\dots(4)$$

在一般情況下，水面蒸發量 E 與水面上水蒸氣壓及空氣中水蒸氣之差成正比，即

$$\frac{E = \phi (P_{sa} - P_a)}{E = \phi (P_{so} - P_a)} \dots\dots\dots(5)$$

式中， $P_{s a}$ 為溫度 θ_a 時之飽和水蒸氣壓， E_a 為溫度 θ_a 時之蒸發量， ψ 為風速的函數，其一般式為 $\psi = f(U_2)$ (6)

U_2 為距離地面 2 公尺高度的風速，該函數在不同地區其函數型式亦不同，本文中嘗試利用下式作為計算的依據⁽⁸⁾。即通常，風速儀的高度並非在二公尺高度，因此須利用下式加以轉換⁽⁹⁾，

$$\psi = 0.13 + 0.14 U_2 \text{(7)}$$

$$U_2 = U_z \left(\frac{2}{z} \right)^{0.2} \text{(8)}$$

飽和水蒸氣壓隨溫度上昇而增加，在溫度差距範圍很小時，飽和水蒸氣壓與溫度的變化可設為直線變化，因此，可得到下式

$$P'_s = \frac{P_{s0} - P_{s a}}{\theta_0 - \theta_a} \text{(9)}$$

將(5)式與(9)式重新整理後代入(2)式可得由(1)式與(2)式可知：

$$\beta = r \frac{\frac{1}{P'_s} (E / \psi - E_a / \psi)}{E / \psi} \text{(10)}$$

$$Q_{RO} = (1 + \beta) Q_1 = (1 + \beta) \rho_w L E \text{(11)}$$

(11)式中 ρ_w 為水的密度，(10)式代入(11)式後即得

$$Q_{RO} = \left(1 + \frac{r}{P'_s} - \frac{E - E_a}{E} \right) \rho_w L E \text{(12)}$$

因此；

$$E = \frac{P'_s Q_{RO} / \rho_w L + r E_a}{P'_s + \gamma} \text{(13)}$$

(13)式即 Penman 的水面蒸發量計算，式中 P'_s 可利用以下的計算公式⁽⁵⁾

$$P'_s = \exp \left\{ 55.32 - 5.133 \ln T - \frac{6829}{T} \right\}, T: ^\circ K \text{(14)}$$

$$P'_s = \frac{dp_s}{dT} = \frac{p_s}{T} \left(\frac{6829}{T} - 5.133 \right) \text{(15)}$$

至於純放射量可利用純放射來測定，但該項儀器價格甚貴，因此純放射量必須採用推估法來求得。理論上，純放射量為日射量與長波放射量之差值，其中日射量的觀測值在本省尚少，在缺乏該資料的地區可用 Angstrom 式根據日照率來推算，而長波放射量在本省則無觀測資料，其推算法亦較為複雜，雖然有甚多計算公式，但其間的差異相當大，且在實際田間中，長波放射之熱交換亦存在於與其他葉面或地上物之間，而不僅為天空放射，因此純放射量必須再利用其他更為簡單的方式來計算，以下為筆者所建議之經驗式⁽⁶⁾：

$$Q_{RO} = \Sigma R_s \text{(16)}$$

式中 R_s 為日射量， Σ 為係數，白井在茶樹的實驗中求得，該值與氣象條件無關，若考慮 Albedo (短波反射率) 與傾度，則可將上式推用於水面上，首先，令 $\Sigma = \delta_0 \epsilon_0$ ， δ_0 為傾度係數，在放射計的實測結果中得到 Σ_0 的平均值約為 0.55，而水面上之 $\delta_0 = 1$ ，此外，Albedo 隨太陽光線之入射角度而變，其平均值約為 0.33，若考慮在白天時蒸發相當旺盛，則水面上之 Albedo 可加權而設其值為 0.05，因此水面上與葉面上 Albedo 差值約為 0.15，則水面上之 $\Sigma = 0.55 + 0.15 = 0.7$ 亦即水面之純放射量 $Q_{R0} = 0.7 \times R_s$

二、計算例

以中央氣象局 1971-1980 之 10 年平均與 1984 年全省各地測候站之氣象資料為例，利用上述的方法求出各站的年平均蒸發量，以下特以 1971-1980 年基隆站為例將計算方法說明如下：

(一) 年平均氣溫 $\bar{\theta}_a$ 與絕對溫度 T

$$\begin{aligned} \text{年平均氣溫 } \bar{\theta}_a &= (\text{年最高氣溫} + \text{年最低氣溫}) \times 1 / 2 \\ &= (28.7 + 15.4) \times 1 / 2 \\ &= 22.15^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\text{絕對溫度 } T = \bar{\theta}_a + 273.15 = 22.15 + 273.15 = 295.3^\circ\text{K}$$

(二) 純放射量 Q_{R0} 之計算

在 1971 - 1980 年氣象局各測候站均無日射量的實測值，因此必須利用推定法，根據 Angstrom 式⁷⁾

$$\frac{R_s}{R_{s0}} = K + (1 + K) S \dots\dots\dots(17)$$

式中， R_{s0} 為晴天時之全放射量，該值隨緯度與月別而異，K 為係數，其值隨緯度而變，S 為日照率，即日照時間 R 與可照時間 R_0 之比值，本例中， $R_{s0} = 640 \text{ ly} / \text{day}$ ， $K = 0.32$ ， $R_0 = 4420 \text{ hr} / \text{year}$ ，代入(17)式中即得

$$R_s = 205 + 0.0985 R \dots\dots\dots(18)$$

但是，1984 年，宜蘭、台北等 10 個測候站有日射量的實測值，據此與日照時間值迴歸後可得下式

$$R_s = 154.5 + 0.0828 R \dots\dots\dots(19)$$

因此，1971 - 1980 年之 R_s 值使用(18)式來計算，1984 年中缺乏 R_s 之測候站則利用(19)式來計算。

本例中 $R = 1234 \text{ hr}$ ，所以 $R_s = 326.5 \text{ ly} / \text{day}$ ，所以 $Q_{R0} = 0.7 R_s = 228.6 \text{ ly} / \text{day}$ 。

(三) 風速 U_z 之計算

風速計高度 $Z = 34.6 \text{ M}$ ，風速 $U_z = 3.5 \text{ m} / \text{sec}$

$$\text{因此， } U_z = U_z \left(\frac{2}{34.6} \right)^{0.2} = 1.979 \text{ m} / \text{sec}$$

(四) rEa 之計算

$$\begin{aligned} \text{由(7)式, } \phi &= 0.13 + 0.14 U_2 \\ &= 0.13 + 0.14 \times 1.979 = 0.41 \end{aligned}$$

$$\text{由(14)式, } P_{s_a} = 20.03 \text{ mmHg} \times 1.333 = 26.71 \text{ mb}$$

$$\text{相對溫度爲 } 0.81, \text{ 故 } P_a = 0.81 \times 20.04 = 16.23 \text{ mmHg} \times 1.33 = 21.63 \text{ mb}$$

因此, 由(5)式得

$$E_a = \phi (P_{s_a} - P_k) = 0.4 \times (26.71 - 21.63) = 2.08 \text{ mm/day}$$

(五) P'_s, L, r 之計算

$$\text{由(15)式, } P'_s = \frac{20.94}{295.3} \left(\frac{6829}{295.3} - 5.133 \right) = 1.221$$

$$\text{由(4)式, } L = 584.8$$

$$\text{由(3)式, } r = \frac{0.224 \times 760}{0.622 \times 584.8} = 0.501$$

(六) 蒸發量 E 之計算

由(13)式,

$$\begin{aligned} E &= \frac{1.22 \times \frac{228.6}{584.8} + 0.501 \times 0.208}{1.221 + 0.501} \\ &= 0.338 \text{ CM/DAY} \\ &= 3.38 \text{ MM/DAY} \end{aligned}$$

(七) 蒸發量實測值 = $1389.5 / 365.25 = 3.8 \text{ mm/day}$ 全部計算結果示如表 1。

表1 使用 Penman 法推算本省各地之蒸發量

	1971-1980 (Rs : (18式))		1984 (Rs : (19式))	
	實 測 值	計 算 值	實 測 值	計 算 值
基隆	3.80	3.38	2.52	3.15
宜蘭	3.23	3.23	2.24	*2.70
蘇澳			3.31	3.34
淡水	4.25	3.72	4.07	3.31
台北	3.65	3.64	2.55	*2.37
新竹	3.75	3.84	3.14	3.51
台中	4.39	4.04	3.87	*3.18
嘉義	4.46	3.76	3.63	*2.81
台南	4.14	4.36	3.48	*3.83
高雄	5.51	4.10	4.43	*3.93
恒春	5.09	4.86	4.18	*4.07
大武	5.29	4.28	4.79	4.39
台東	4.67	4.01	4.13	*4.08
新港	5.04	3.94	3.27	3.79
花蓮	4.20	3.69	3.37	*3.13
梧棲	5.45	4.48	4.48	*4.08
東吉島			6.25	4.61
平均	4.46	3.95	3.75	3.55

* 為依據實測日射量計算

三、討 論

由表1中可知，採用 Penman 公式推算蒸發量時計算值與實測值已甚為接近，但在理論上不考慮表面溫度 θ_0 之影響及使用 Bowen 比來推導，是否合理，則檢討如下：

(一)不考慮長波放射之溫差 ($\theta_0 - \theta_a$) 的補正項

由於水面溫度 θ_0 之測定極為困難，因此 Penman 以鄰近水面之氣溫代之，而對水面上的邊界層效應予以忽略，此種假設對於蒸發量的影響，根據筆者試算的結果，當風速在 1 m/sec 時，蒸發量偏差約 6.6% ，風速為 1.4 m/sec 時，偏差約 2.6% ，而當風速達 2 m/sec 時，偏差則在 1% 以下，因此，實際上，當風速達到某一程度（約 1.5 m/sec ）以上時，長波放射之溫度差的補正項始可忽略。

(二)假設 Bowen 比在水面與大氣之間成立，Bowen 比是根據以下方法推導而得。

首先，

$$Q_c = C_p \rho H_t (\theta_1 - \theta_2) \dots\dots\dots(20)$$

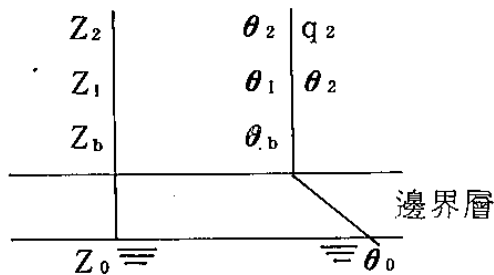
$$Q_1 = L \rho H_v (q_1 - q_2) \dots\dots\dots(21)$$

式中， θ_1 、 θ_2 、 q_1 、 q_2 ，分別為水面上高度 z_1 、 z_2 之溫度與比濕， ρ ：空氣密度， C_p ：空氣之定壓比熱 H_t 、 H_v 分別為熱量與水蒸氣的傳送係數，當大氣為亂流狀態時， $H_t = H_v$ 又比濕 q 可表成下式：

$$q = \frac{0.622 p_a}{p} \dots\dots\dots(22)$$

P_a ：水蒸氣壓， P ：大氣壓

將(20)，(21)二式相除即可得(2)式



一般而言，熱量與水蒸氣的移動，如上圖所示，會經過在表面上所形成的邊界層，在邊界層外 Z_1 與 Z_2 之間 Bowen 比可以成立，且此時大氣為亂流狀態，亦即 ($H_t = H_v$) 亦成立，然而在邊界層中，空氣之流動包含層流與亂流，因此，在 Z_0 與 Z_1 或 Z_2 之間，Penman 對於 Bowen 比中的傳送係數之假設 ($H_t = H_v$) 是否仍然成立，則尚有疑問，對於此一問題，筆者曾嘗試利用輸送現象論的原理加以推導，當邊界層上側 (高度為 Z_b) 之溫度為 θ_b 時，熱流通量可表示成

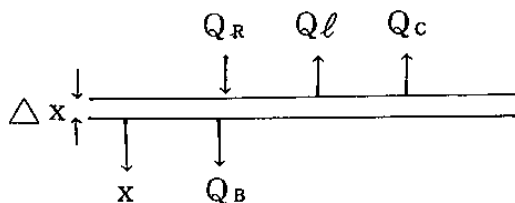
$$Q_c = K_a \frac{\theta_0 - \theta_b}{Z_b} \dots\dots\dots(23)$$

Z_b 為風速及其他因素之函數，而 $k_a / Z_b = h$ ， h 即熱傳達係數，(23) 式中 θ_b 之測定甚為困難，可以 θ_1 代之，亦即

$$Q_c = H (\theta_0 - \theta_1) \dots\dots\dots(24)$$

由(24)式來計算將較為合理。

由以上的分析可知，利用 Penman 法來推定水面蒸發量時，雖然計算值與實測值已甚為接近，但在理論分析上仍有疑點，因此在應用上無法推廣，近年來，輸送現象論的原理有極大的進展，對於熱收支方程式中的各種熱收支項均可據以重新作合理的定義，因此可避免使用 Bowen 比之不合理的假設，而另外推導出一新的蒸發公式。



應用輸送現象論原理推定蒸發量

一、熱收支方程式

如上圖所示，考慮水平面上深度 Δx 之薄層的熱量流通情形，設圖中箭頭所指的方向為正，則其熱收支方程式可表示成下式：

$$Q_R = Q + Q_B + C_s \frac{\delta \theta}{\delta t} \Delta x \dots\dots\dots(25)$$

- 式中，
- Q_K : 純放射量 (或稱有效放射量)
 - Q_1 : 蒸發潛熱
 - Q_B : 熱傳導量
 - Q_c : 對流傳熱

$C_s \frac{\delta \theta}{\delta x} \Delta x$: 厚度 Δx 之薄層內的儲留熱， θ 為溫度，當 $\Delta x \rightarrow 0$ ，亦即厚度極薄時

，該水平面薄層之儲留熱可視為零，因此可將該項消去。

(25)式中各種熱收支項根據輸送現象論的原理可分別加以定義如下：

(一)純放射量

水平面自太陽輻射中吸收部分熱量 (其餘由反射而返回大氣中)，而水平面本身亦不斷以長波輻射將能量傳至大氣中，因此該二者之差值即水平面實際上儲留的熱量，稱之為有效放射量或純放射量，其公式可寫成：

$$\begin{aligned} Q_R &= \sum_s R_s - R_1 = (1 - \alpha_s) R_s - R_1 \\ &= Q_{RO} - 4 \sum_1 \delta T^3 (\theta_o - \theta_a) \dots\dots\dots(26) \end{aligned}$$

上式中 $4 \sum_1 \delta T^3 (\theta_o - \theta_a)$ 即為水面溫度與空氣溫度之差值補正項，該項在 Penman 法中不予考慮， ϵ_1 : 長波吸收率 (又稱放射率)， δ : Stefan Boltzmann 常數， T : 氣溫 (°K)， R_1 為長波放射量，其公式為：

$$R_1 = R_{21} + 4 \sum_1 \delta T^3 (\theta_o - \theta_a) \dots\dots\dots(27)$$

(27)式代入(26)式中可得

$$Q_{RO} = -R_{\ell_1} + (1 - \alpha_s) R_s \dots\dots\dots(28)$$

式中 R_{ℓ_1} 為水面溫度等於 θ_a 時之長波放射量，其為溫度之函數。

(二)對流傳熱 Q_c (Convective Heat Transfer)

當水面上有風速使得空氣產生流動，而將水面上的熱量傳至空氣中的現象，其因對流而形成的顯熱傳達，稱之為對流傳熱，其公式表示如下：

$$Q_c = h (\theta_o - \theta_a) \dots\dots\dots(29)$$

h : 水面上之熱傳達係數為風速的函數，水面上側之邊界層現象亦可用(29)式來解釋。

(三)蒸發潛熱 Q_1 (Latent Heat Transfer)

當空氣為靜止狀態時，水面上的水分子因吸收足夠之熱量，脫離水面表而逸入大氣中，當空氣中濕度愈低時，此種現象將愈形顯著，此種水蒸氣的潛熱傳達，稱之為蒸發潛熱，其公式為：

$$Q_1 = Lh'(\phi_0 - \phi_a) = LE \dots\dots\dots(30)$$

L：蒸發熱，h：水面上的蒸氣傳達係數， ϕ_0 ：水面上的水蒸氣密度， ϕ_a ：大氣中的水蒸氣密度，E：蒸發量

設 ϕ_s 為飽和水蒸氣密度，則

$$\left. \begin{aligned} \phi_0 &= r_0 \phi_{s_0} \\ \phi_a &= r_a \phi_{s_a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

式中， ϕ_{s_0} ：溫度為 θ_0 時之飽和水蒸氣密度， ϕ_{s_a} ：溫度為 θ_a 時之飽和水蒸氣密度， r_0 ：水面上的相對濕度， r_a ：大氣中的相對濕度。

當溫度差距不大時，飽和水蒸氣密度 ϕ_s 與溫度 θ 可視為直線變化，亦即：

$$\phi_s = \phi'_s \theta + A \left(\phi_s = \frac{d \delta \phi}{d \theta}, A : \text{constant} \right) \dots\dots\dots(32)$$

$$\begin{aligned} \text{則 } \phi_0 - \phi_a &= r_0 (\phi'_s \theta_0 + A) - r_a (\phi'_s \theta_a + A) \\ &= r_0 (\phi'_s \theta_0 + A) - r_0 (\phi'_s \theta_a + A) + (r_0 - r_a) (\phi'_s \theta_a + A) \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \phi_0 - \phi_a &= r_0 \phi'_s (\theta_0 - \theta_a) + \xi \phi_{s_a} \dots\dots\dots(33) \\ \xi &= r_0 - r_a \end{aligned}$$

二、蒸發公式之推導

根據輸送現象論原理，水面上之水蒸氣傳達係數與熱傳達係數之比可示如下式：

$$\frac{h'}{h} = \left(\frac{K_a}{D} \right)^{1/3} \left(\frac{D}{K_a} \right) = \text{H} \dots\dots\dots(34)$$

式中，D：水蒸氣的分子擴散係數， K_a ：空氣的熱擴係數， K_a ：空氣的熱傳導係數，在常溫時， $(K_a/D)^{1/3}$ 約等於 0.95。

由 (30)、(33)、(34) 三式得：

$$\begin{aligned} E &= h' (\phi_0 - \phi_a) \\ &= h \text{H} \{ r_0 \phi'_s (\theta_0 - \theta_a) + \xi \phi_{s_a} \} \dots\dots\dots(35) \end{aligned}$$

將 (26)、(29)、(30)、(35) 式代入(25)式，得

$$\begin{aligned} Q_B &= Q_{RO} - (4 \xi_1 \delta T^3 + h + Lh \text{H} r_0 \phi'_s) (\theta_0 - \theta_a) - Lh \text{H} \xi \phi_{s_a} \\ &= Q_{RO} - h_t (\theta_0 - \theta_a) - Lh \text{H} \xi \phi_{s_a} \dots\dots\dots(36) \end{aligned}$$

式中， h_t ：總熱傳達係數， $Lh \text{H} \xi \phi_{s_a}$ ：當水溫為 θ_a 時之蒸發潛熱。

由(36)式可得

$$\theta_0 - \theta_a = \frac{1}{h_t} (Q_{RO} - Q_B - Lh \text{H} \xi \phi_{s_a}) \dots\dots\dots(37)$$

(37)式代入(35)式，即得

$$E = \frac{\textcircled{H} \{ r_o \phi'_s (Q_{RO} - Q_B) + \delta h \xi \phi_{sa} \}}{\delta + L \textcircled{H} r_o \phi'_s} \dots\dots\dots(38)$$

式中

$$\delta = 1 + \frac{4 \Sigma_1 \delta T^3}{h}$$

(38)式可再改寫成

$$E = \frac{\phi'_s \frac{(Q_{RO} - Q_B)}{L} + \delta \frac{h' \xi \phi_{sa}}{hr_o \textcircled{H}}}{\delta / L \textcircled{H} r_o + \phi'_s} \dots\dots\dots(39)$$

由上式可知，其形式與 Penman 公式相似，但其項目則完全不同，由於考慮項目較多，計算上亦較繁複。

(38)式或(39)式中， $\phi_s^{(5)}$ ， $\phi'_s^{(5)}$ ， $4 \xi_1 \delta T^3^{(6)}$ ， h ，可分別利用下式來計算

$$\phi_s = \frac{289.4 \times 10^{-6}}{T} p_s \dots\dots\dots(40)$$

$$\phi'_s = \frac{d \phi_s}{d T} = \frac{1775 \times 10^{-6}}{T^2} \left(\frac{1113}{T} - 1 \right) \dots\dots\dots(41)$$

$$4 \xi_1 \delta T^3 = 4.484 \times 10^{-7} \times T^3 \dots\dots\dots(42)$$

$$h = 4.14 \times 10^{-6} (U_2)^{0.792} \quad , U_2 : cm / sec$$

$$= 13.73 (U_2)^{0.792} \quad , U_2 : m / sec \dots\dots\dots(43)$$

三、計算例

同樣以中央氣象局 1971 — 1980 年之 10 年平均值與 1984 年全省各地測候站之氣象資料為例，利用(38)式來計算年平均蒸發量，以下亦以 1971 — 1980 年基隆站為例計算如下：

(一)年平均氣溫 = 22.15°C

絕對溫度 = 295.3°K

(二)純放射量 Q_{RO}

與 Penman 法相當，在 1971 — 1980 年之資料中利用(18)式求 R_s ，1980 年則利用(19)式求 R_s ，再根據 $Q_{RO} = 0.7 R_s$ 求出純放射量，因此，本例中 $\theta_{RO} = 228.6 ly / day$

(三)風速 U_2

$$U_2 = 3.5 \left(\frac{2}{34.6} \right)^{0.2} = 1.979 m / sec$$

(四) P_s ， ϕ_s ， ϕ'_s ， L ， h ，之計算

由(14)式， $P_s = 20.04 mmHg$

由(40)式， $\phi_s = 1.964 \times 10^{-5} g / cm^3$

由(1)式, $\phi'_s = 1.130 \times 10^{-6} \text{ g/cm}^3 \cdot \text{deg}$

由(2)式, $4\xi_1 \delta T^3 = 11.55 \text{ ly/day} \cdot \text{deg}$

由(4)式, $L = 584.8 \text{ cal/g}$

由(3)式, $h = 23.58 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{day} \cdot \text{deg}$

(五) \textcircled{H} 之計算

由(34)式可知

$$\textcircled{H} = \left(\frac{ka}{D} \right)^{1/3} \frac{D}{ka} = 0.95 \frac{D}{ka} \text{ (normal temperature)}$$

其中,

$$k_a \doteq 0.219 \{ 1 + 6.46 \times 10^{-3} \times (\theta - 20) \}$$

$$k_a \doteq 5.81 (1 + 0.00287\theta) \times 10^{-5} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{deg}$$

$$D \doteq 0.22 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1.75} \doteq 0.249 \{ 1 + 5.97 \times 10^{-3} (\theta - 20) \} \text{ cm}^2/\text{sec}$$

由此可知, ka/D 與 θ 無關, 在 $\theta = 20^\circ\text{C}$ 與 24°C 時,

$$\begin{aligned} \frac{D}{ka} &= \frac{0.249 (1 + 5.97 \times 10^{-3} (\theta - 20))}{5.81 (1 + 0.00287\theta)} \times 10^5 \\ &= 4.055 \times 10^3 (20^\circ\text{C}) \\ &= 4.106 \times 10^3 (24^\circ\text{C}) \end{aligned}$$

則

$$\begin{aligned} \textcircled{H} &= 0.95 \times 4.055 \times 10^3 = 3.85 \times 10^3 \\ &= 0.95 \times 4.106 \times 10^3 = 3.9 \times 10^3 \end{aligned}$$

因此, 在常溫時, \textcircled{H} 可視為定值, 即 3.9×10^3

(六) 蒸發量 E

因 $\xi = 0.19$, $Q_B = 0$, 將以上各項數值代入(38)式, 可得

$$\begin{aligned} E &= \frac{3.9 \times 10^3 (1.13 \times 10^{-6} \times 228.6 + (1 + \frac{11.55}{23.58}) \times 23.58 \times 1.964 \times 10^{-5})}{1 + \frac{11.55}{23.58} + 584.8 \times 3.9 \times 10^3 \times 1.13 \times 10^{-6}} \\ &= 0.373 \text{ cm/day} \\ &= 3.73 \text{ mm/day} \end{aligned}$$

實測值為 $1389.5 / 365.25 = 3.8 \text{ mm/day}$

全部計算結果示如表 2

表2 新蒸發公式推算本省各地之蒸發量數值

	1971-1980 (R _s : (19式))		1984 (R _s ² : (19式))	
	實測值	計算值	實測值	計算值
基隆	3.80	3.73	2.52	2.90
宜蘭	3.23	3.22	2.24	*2.10
蘇澳			3.31	2.84
淡水	4.25	4.18	4.07	3.07
台北	3.65	4.01	2.55	*2.59
新竹	3.75	4.06	3.14	3.23
台中	4.39	4.02	3.87	*3.15
嘉義	4.46	3.92	3.63	*3.14
台南	4.14	4.63	3.48	*4.47
高雄	5.51	4.44	4.43	*4.48
恆春	5.09	5.55	4.18	*4.67
大武	5.29	4.99	4.79	4.36
台東	4.67	4.46	4.13	*4.39
新港	5.04	4.80	3.27	3.55
花蓮	4.20	4.11	3.37	*3.46
梧棲	5.45	5.22	4.48	*5.25
東吉島			6.25	5.45
平均	4.46	4.36	3.75	3.71

* 為依據實測日射量計算

四、風速垂直分佈之修正

由表2可知，實測值與計算值可謂相當一致，尤其是平均值幾乎完全符合，但是隨著地區的不同，亦有誤差甚大者，對此，特別針對風速問題加以檢討。

上述蒸發量計算中，風速部分都是根據2 m高度之風速值來計算，當風速計高度不在2 m時，則利用指數法來換算，其公式為：

$$U_z = U_2 \left(\frac{2}{z} \right)^\beta \dots\dots\dots(44)$$

事實上，β 值須視大氣的安定程度來決定，其範圍為：

大氣不安定時 β = 0.07 to 0.2

大氣為中立時 β = 0.15 to 0.25

大氣為安定時 β = 0.35 to 0.6

當隨著高度增加，溫度遞減率變小時大氣為安定，反之則為不安定，而日射量強時亦很容易變成不安定。

依照上述，將台中、嘉義、大武之風速計算指數改為 0.07 即大氣不安定，其結果如下：

	1971-1980		1984	
	實測值	計算值	實測值	計算值
台中	4.39	4.30	3.87	3.40
嘉義	4.46	4.16	3.63	3.31
大武	5.29	5.51	4.79	4.70

其結果已甚為接近，但嘉義站尚有差距，此乃日射量的問題。

此外，台南、恒春二站則以 0.45 的指數，即大氣安定狀況，其結果為：

	1971-1980		1984	
	實測值	計算值	實測值	計算值
台南	4.14	4.07	3.48	3.85
恒春	5.07	4.99	4.18	4.16

由此可知，風速的垂直分佈對於蒸發量的影響甚大，故此種數值之觀測實有絕對的必要。

新法與Penman法之比較

(-)由表1、表2之計算結果中可以發現，1971—1980年實測值之平均為4.46，以Penman公式計算之平均為3.95，新的蒸發公式為4.36，而1984年時，實測值平均為3.75，Penman公式為3.55，而新蒸發公式為3.71，顯示新蒸發公式之計算結果較佳，若以1984年有日射量實測值之10站的計算結果加以平均，可得實測值平均為3.64，Penman法為3.42，其差異程度約為6%，而新蒸發公式為3.77，其差異程度則僅約3.5%。

若以實測值為Y，計算值為X，利用最小二乘法加以分析，可得迴歸公式，相關係數，誤差變異數，分別列於下表：

年	1971 - 1980		1984	
	Penman	新法	Penman	新法
迴歸公式	$Y = -0.345 + 1.216x$	$Y = 0.367 + 0.94x$	$Y = -0.749 + 1.268x$	$Y = 0.641 + 0.837x$
相關係數	0.74	0.813	0.813	0.836
誤差變異數	0.236	0.179	0.340	0.302

由此可知，新蒸發公式較Penman公式其計算結果更為精確。

(二)令(39)式中的 $\delta = 1$ ，亦即不考慮溫度差補正項，當 $Q_B = 0$ 時，(39)式中的 $h' \xi \phi_{sa}$ 即(13)式中的 E_a ，由(13)式與(39)式的形式可發現放射量部份與 E_a 部份皆為平均的形式，其權重分別為：

在(13)式中為 $p' \cdot \gamma$

在(39)式中為 $\phi' \cdot 1/L \text{ ⑩}$

當 $\theta = 20^\circ\text{C}$ 時，上述的權重比例可求出，即

(13)式中 $p' \cdot \gamma / r = 2.18$

(39)式中 $\phi' \cdot 1/L \text{ ⑩} = 2.31$

其差異程度約為 6%，若將 δ 加入(39)式中，則會使其權重比例減小，此時 E_a 的權重會增加，尤其在低溫度的情形， E_a 亦會增大；但這些影響均可忽略，因為(13)式與(39)式都是根據熱收支的原理推導而得，故其計算結果亦甚相近，然而(39)式根據輸送現象論的原理導出蒸發公式，對於熱方面的學理，雖然尚未解決的問題還有很多，但在蒸發方面卻有極大的進展，故(39)式可能較 Penman 公式更具有意義。

(三)在 Penman 法中，Bowen 比是以 ρq (ρ ：濕潤空氣密度， q ：比濕) 來表示水蒸氣密度，而根據 Fick 的擴散法則，蒸發量與水蒸氣的濃度梯度成比例，該比例即分子擴散係數，其值可以由實測中非常精確的取得，因此在使用上亦甚為便利，從其因次可以得知：

$$D \sim L^2 / T$$

$$\phi \sim M / L^3$$

$$D \Delta \phi = \frac{L^2}{T} \times \frac{M}{L^4} = \frac{M}{L^2 T}$$

上式即表示單位面積，單位時間的蒸發量（以質量表示）。

然而 Fick 的擴散法則是在恒溫狀態下得到的，當溫度有變化時，Fick 法則是否仍然成立則有疑問，故一般均認為，Penman 法利用水蒸氣的壓力差來推導較好，但是，筆者採用水蒸氣密度差之推導，在解析噴灑水滴的溫度，葉面溫度，有限面之土壤表面蒸發，地溫等，由實測值之比較下，均顯示其正確性，故在此仍採用水蒸氣密度差來分析，至於 ΔP 與 $\Delta \phi$ 之關係為何，茲探討於下：

由理想氣體的狀態方程式

$$P = \phi R T$$

當差值很小時

$$\Delta P = R (T \Delta \phi + \phi \Delta T)$$

由(7)式得，當 $r_0 = 1$ 時

$$\Delta \phi = \phi' \Delta T + \xi \phi_{sa}$$

上式中，設 $\xi = 0$ ，代入 ΔP 式時，可得

$$\Delta P = R (T \phi'_s + \phi) \Delta T$$

以 $T = 300^\circ\text{K}$ 爲例，可得 $\phi / T \phi'_s = 0.06$ ，事實上，當 $0 < \xi < 1$ 時， $\Delta \delta$ 項會增大，因此 $P \Delta T$ 可以視爲在 5% 以下，亦即 ΔP 與 $\Delta \phi$ 之間幾乎成正比。

由上所述，使用 $\Delta \phi$ 或 ΔP 由於實驗上的困難，其間的差值可不予考慮，因此，綜合上面所論，根據水蒸氣密度差擴散係數 D 和輸送現象論的原理，(39) 式的蒸發公式將較 Penman 公式爲佳。

四新蒸發公式中，熱傳達係數 h 是根據白井在田間地溫測定結果加以歸納而得，其公式爲 (6)。

$$\begin{aligned} h &= 4.14 \times 10^{-6} V^{0.792} \text{ cal} / \text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{deg} \\ & \quad (V : \text{cm} / \text{sec}) \\ &= 13.7 v m^{0.792} \text{ cal} / \text{cm}^2 \cdot \text{day} / \text{deg} \\ & \quad (vm : \text{m} / \text{sec}) \end{aligned}$$

式中，風速是指在 2 m 高度上之數值，而溫度和濕度爲 1 m 高度之值，此點在理論上並不嚴密，但依熱傳論在亂流邊界層上，其風速比例爲 $v^{0.8}$ ，Colbarn 亦有相當的傾向，而葉面上則爲 $v^{0.5}$ ，此則甚爲合理，故上述白井的實驗式應爲正確，但是，由於輸送現象論是假定邊界層外的風速爲均一，故風速應取邊界附近之值，而白井的公式是以 2 m 高度之風速來求 h ，此點是否合理尙有待檢討。

土壤面上蒸發量推定之探討

當土壤中水分含量充分時，土壤面之蒸發與水面之蒸發完全相同，因此(39)式仍適用於土壤面蒸發量之推定，然而土壤面上之 Albedo 與水面上不同，水面上之 Albedo，如前所述約在 3—5%，而土壤面之 Albedo 則在 7—20%，因此，(39)式中的 Q_{b_0} 項，在含水量充分之土壤中，其量約爲日射量 R_s 的 0.6 倍，亦即 $Q_{R_0} = 0.6 R_s$ ，其餘則皆相同。

然而，當土壤表面水分含量減少時，土壤面之蒸發率將隨著水分含量之降低而逐漸減少，一般而言，當 $P F$ 值約小於 4.5 時，蒸發率爲恒率乾燥期，此時土壤表面的相對濕度 $r_0 = 1$ ，但當 $P F$ 值大於 4.5 時，則 $r_0 < 1$ ，亦即文中(32)、(33)式不再適用，因此不能再以(39)式來計算土壤蒸發量。

結 論

(一)根據以上所述，水面蒸發量之計算，新的蒸發公式較 Penman 公式更爲精確，而近年來因各種輸送現象論的原理有極大之進展，此時應用該原理來推導蒸發公式將更具有意義，而且，該法更可推廣應用於分析各種蒸發面上之蒸發量。

(二)蒸發量之計算中，純放射量之影響極大，由於本省缺乏該項資料，因此利用

$Q_{RO} = 0.7 R_s$ 來推算，由結果可知，該式適合於本省蒸發量之計算。

(三)由於缺乏風速垂直分佈與日射量的觀測值，本文以推估法求算，因此蒸發量之計算結果尚有誤差，將來宜針對此等資料加以廣泛的觀測。

(四)熱傳導量之年總和等於零，而在一年之間則呈週期性的起伏變化，因此推定月平均蒸發量時，應先分析熱傳導量。

參考文獻

1. 氣象報告彙編第四篇，1971 — 1980，中央氣象局。
2. 氣候資料年報，1984，中央氣象局。
3. 施嘉昌等，1987，台灣灌溉用水標準之研究，國科會。
4. 施嘉昌，白井清恒，1988，台灣水稻灌溉需水量標準之研究，國科會。
5. 白井，松井，1970，散水水滴之溫度有關之研究(I)，農土論集35。
6. 白井，清尺，松井，1979，散水氣溫，溫度之變化有關之研究Ⅲ，Ⅳ，三重大學報58。
7. 吉野，1986，氣候，地人書館。
8. 物部，1971，水理公式集，日本土木學會編。
9. Penman, H. L. 1956. Estimating Evaporation. Trans. A. G. U. Vol. 37, No.1。

**ESTIMATION ON EVAPORATION FROM WATER SURFACE
BY THE PRINCIPLE ON HEAT
TRANSFER PHENOMENA**

Chia Chang Shih

Professor of Agricultural Engineering,
National Taiwan University.

ABSTRACT

Evapotranspiration is combined with evaporation and transpiration, it is the important factor for determining irrigation of crop. Penman equation is the most effect method for estimating evaporation at present time, but there is still some defect on the theoretical point view it can't be explained the evaporation from the different surface reasonably, so that a rediscussion is made for estimating the evaporation by the principle on heat transfer phenomena and adopt the meteorological data in Taiwan to compare the analyzed results.

Because of the total quantity of heat transfer is equal to zero. Based on the calculation results, the new estimation on evaporation is better than which calculated from the penman method. Therefore, it is better in theoretical point of view, if we consider the proper crop factor on evapotranspiration ratio, it can be explained freely from the new method.

Because of shortage on meteorological data, it can't be analyzed by theory completely. In order to get more accurate in this method, it has to be coordinated with some actual observation data such as net radiation, vertical wind velocity, heat transfer coefficients etc.

