

衛星紅外線頻道大氣穿透率計算模式之研究

李 中 興 劉 振 榮

國立中央大學太空及遙測研究中心

摘 要

對於混合比為常數的吸收氣體，當在衛星觀測角為固定時，其在某一給定壓力層之大氣穿透率僅與大氣溫度剖面有關。我們利用溫度差可以推演單色光輻射一個簡單穿透率計算模式，然後再藉著量化近似值及能量參數，可以將此模式擴展到多色光輻射。利用此模式來計算某溫度剖面的穿透率，不但使用方便，在計算上快速，而且結果非常精確。此外，本模式亦可以延伸至計算衛星在任意天頂角路徑下的大氣穿透率。

一、前 言

利用衛星來遙測大氣的氣象因子是近數年來一門新興的科學，在利用反演的的方法來計算大氣垂直溫濕剖面時，除了反演的技術外，也必須知道所使用頻道在此路徑上所有吸收氣體的大氣穿透率。

最準確求得大氣穿透率的方法，就是先求得某一頻率的所有吸收氣體的吸收係數，然後再對整個大氣路徑積分，這也就是所謂 line-by-line 的計算方法，此種方法早在 1966 年 Drayson 便建立了計算程式。然而，line-by-line 的方法當用在即時處理衛星資料時，却非常的消耗計算機時間。因此建立一個快速而精度又能滿足我們所需的大氣穿透率計算模式，即是本研究的主要目的。

有各種不同既快速且準確的方法曾被提出，如 Weinreb 和 Neuendorffer 在 1973 年所發表的即為一例，但其方法僅限於用在求取混合比為變數的水汽穿透率。而對於混合比為常數的吸收氣體，如二氧化碳等則不適用。本研究便是要研究建立混合比常數的二氧化碳氣體之穿透率計算模式，並期使本模式能不但計算快速而且又能滿足精度要求。

本模式是利用反覆計算的方法來計算 n 層大氣層中每一層 i 的穿透率，亦即

$$\tau_i = \tau_{i-1} \times f_i(T, \hat{T}), \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

而已知大氣層頂之穿透率 $\tau_0 = 1$ ； $f_i(T, \hat{T})$ 為在第 i 層與溫度有關的線性組合函數，T 為一給定的溫度剖面，而 \hat{T} 是一參考溫度剖面。

二、理論推導

單色光輻射對於某一混合比為常數的氣體，其介於大氣層與壓力層 P 之間的大氣穿透率為

$$\tau(\nu, T, \theta, P) = \exp \left[- \left(q \sec \theta / g \right) \int_P^z k(\nu, T, P') dP' \right] \quad (2)$$

其中 q 為氣體之混合比， θ 為衛星天頂角，g 是重力加速度， $k(\nu, T, P)$ 則是波數為 ν 的吸收係數，T 代表溫度，P 則代表氣壓層之氣壓。假如在壓力層 P 的穿透率由(2)式表示，則對於其較低之

下一層 $P + \delta P$ 的穿透率為

$$\tau(\nu, T, \theta, P + \delta P) = \tau(\nu, T, \theta, P) \times \exp[-C \int_P^{P+\delta P} k(\nu, T, P') dP'] \quad (3)$$

其中 $C = q \sec \theta / g$ 。

現在若將一固定參考溫度剖面 \hat{T} 代入(3)式，並且將其結果與原式(3)相除，則得

$$\frac{\tau(\nu, T, \theta, P + \delta P)}{\tau(\nu, T, \theta, P)} = \frac{\tau(\nu, \hat{T}, \theta, P)}{\tau(\nu, \hat{T}, \theta, P + \delta P)} = \exp\{-C \int_P^{P+\delta P} [k(\nu, T, P') - k(\nu, \hat{T}, P')] dp'\} \quad (4)$$

式(4)中分母不能為零。(4)式再利用均值定理將其積分項化開，並將此結果對 T 作泰勒級數展開，此時(4)式將成為

$$\frac{\tau(\nu, T, \theta, P + \delta P)}{\tau(\nu, T, \theta, P)} = \frac{\tau(\nu, \hat{T}, \theta, P)}{\tau(\nu, \hat{T}, \theta, P + \delta P)} = \exp\left[-C \delta P \sum_{m=1}^M \frac{d^m k}{dT^m} \frac{\Delta T^m}{m!} + O(\Delta T^{M+1})\right] \dots \quad (5)$$

其中 $\Delta T = T - \hat{T}$ 為氣壓區 $[P, P + \delta P]$ 的溫度與其參考溫度之差，而 O 代表因只展開至 M 項而忽略高於 M 項的項目所造成的誤差。現在再對(5)式的指數項作麥克勞林級數 (Maclaurin series) 展開，並將其結果簡化整理，則得

$$\frac{\tau^i}{\tau_{i-1}} = \frac{\hat{\tau}_{i-1}}{\hat{\tau}_i} = 1 + a_i \Delta T_i + b_i \Delta T_i^2 + O(\Delta T_i^3) \quad (6)$$

其中簡化

$$\begin{aligned} \tau_i &= \tau(\nu, T, \theta, P_i), \\ \hat{\tau}_i &= \tau(\nu, \hat{T}, \theta, P_i), \\ P_i &= P_{i-1} + \delta P_i, \\ \Delta T_i &= T(P_i) - \hat{T}(P_i), \end{aligned}$$

(6)式中的係數 a_i 及 b_i 乃為由(5)式展開後所得的線性組含量。

在上述的推導中，我們知道溫度差 ΔT 是代表 $[P, P + \delta P]$ 之間的平均溫度差，也就是 $[P_{i-1}, P_i]$ 間的平均溫度差，不過由於我們所定義的 δP_i 並非很深厚的一層，因此我們在此以其邊界層 P_i 作為我們求係數 a_i 及 b_i 所相對應的氣壓層。若令

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \hat{\tau}_i / \hat{\tau}_{i-1}, \\ \beta_i &= a_i a_i, \\ \gamma_i &= a_i b_i, \end{aligned}$$

且重新安排式(6)，則我們可以得一個反覆的方法計算單色光輻射的大氣穿透率剖面，亦即

$$\begin{aligned} \tau_i &= \tau_{i-1} \times (\alpha_i + \beta_i \Delta T_i + \gamma_i \Delta T_i^2), \\ i &= 1, \dots, n \\ \tau_0 &= 1 \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式即表示對於單色光輻射，若假設 α_i 、 β_i 及 γ_i 均為已知，則我們可以利用溫度差來求得任意溫度剖面的二氧化碳穿透率剖面。

三、多色光輻射 (Polychromatic radiation)

由於儀器均具有一個為波數 ν 函數的波譜反應函數的特性，因此，當實際上將式(7)之單色光穿透率應用到儀器時，我們必須考慮到在儀器有效頻寬 $\Delta \nu$ 範圍內的所有單色光穿透率，亦即多色光輻射在此頻寬範圍內的平均穿透率，其可以下式表示

$$\tau_i(\Delta \nu) = \int_{\Delta \nu} \tau_i(\nu) \phi(\nu) d\nu \quad (8)$$

其中反應函數 $\phi(\nu)$ 為正規化值，也就是 $\int_{\Delta \nu} \phi(\nu) d\nu = 1$ ，從式(8)顯然的可以得知波數 ν 已被引進到 τ_i 裏，換句話說即 τ_i 為 ν 的函數。明顯地，式(7)中的 α_i 、 β_i 及 γ_i 亦應為波數 ν 的函數。

現在將式(7)代入式(8)，並再次利用均值定理對式(8)積分項各項分別化開成如下形式

$$\tau_i(\Delta \nu) = [\alpha_i(\nu_1) + \beta_i(\nu_2) \Delta T_i + \gamma_i(\nu_3) \Delta T_i^2] \int_{\Delta \nu} \tau_{i-1}(\nu) \phi(\nu) d\nu \quad (9)$$

其中 ν_1, ν_2 及 ν_3 為介於 $\Delta \nu$ 間的特別波數值，而積分項其實即等於 $\tau_{i-1}(\Delta \nu)$ ，因此，就像式(7)的形式，(9)式可以寫成

$$\tau_i(\Delta \nu) = \tau_{i-1}(\Delta \nu) [\alpha_i(\nu_1) + \beta_i(\nu_2) \Delta T_i + \gamma_i(\nu_3) \Delta T_i^2] \quad (10)$$

(10)式即為多色光輻射之平均穿透率計算模式。

然而(10)式裏的特別波數值 ν_1, ν_2 及 ν_3 並不能利用一個合理可行的方法去求得，就算假設其存在一個合理可行的方法，那也必須用 line-by-line 的方

式去求得係數 $\alpha_1(\nu_1)$, $\beta_1(\nu_2)$ 及 $\gamma_1(\nu_3)$, 但這却與我們當初建立一個快速計算模式的原意相違, 因此(10)式只徒具形式而沒有實際的作用。

所以在實際上我們需迫使係數與 ν 無關, 而用迴歸的方法求得這些係數。但一旦我們對多色光輻射如此做時, 則無法達到如在單色光情況時的精度。此乃由於當對多色光輻射的所有 ν 積分時, 在式(5)對 T 作泰勒級數展開的時候也必須對所有 ν 展開。因此, 爲了增進精度, 我們引進了量化近似值 ΔT_i^* 及 ΔT_i^{**} 來補償未對 ν 展開所損失的精度, 也就是定義。

$$\Delta T_i^* = \int_0^{P_i} \Delta T(P) dP / \int_0^{P_i} dP \quad (11)$$

及

$$\Delta T_i^{**} = \int_0^{P_i} P \Delta T(P) dP / \int_0^{P_i} P dP \quad (12)$$

(11)式及(12)式分別代表著相對於每一層 i 之平均溫度差及權重平均溫度差, 我們之所以引進量化近似值 ΔT_i^* 及 ΔT_i^{**} 乃由式(2)穿透率定義的積分項中啓發而來。

所以現在式(10)在引進 ΔT_i^* 及 ΔT_i^{**} 之後, 我們可將 ν_1 , ν_2 及 ν_3 忽略而得

$$\tau_i(\Delta\nu) = \tau_{i-1}(\Delta\nu) [\alpha_i + \beta_i \Delta T_i + \gamma_i \Delta T_i^2 + \zeta_i \Delta T_i^* + \eta_i \Delta T_i^{**}] \quad (13)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

且其中 $\alpha_i = \hat{\tau}_i(\Delta\nu) / \hat{\tau}_{i-1}(\Delta\nu)$, 而 $\hat{\tau}_i(\Delta\nu) = \int_{\Delta\nu} \hat{\tau}_i(\nu) \phi(\nu) d\nu$, 爲在一個固定參考溫度剖面 \hat{T} 的大氣平均穿透率, 並且 $\hat{\tau}_0 = \tau_0 = 1$ 。因此藉著量化近似值, 我們可得到多色光平均穿透率的計算模式。

四、模式的修正

式(13)的結果是 McMillin 和 Fleming 於 1976 年的所推導得的, 對於此結果我們有一點質疑, 那就是式(8)對平均穿透率的定義。根據定義可知, 介於壓力層 P 到大氣層頂之間的單色光穿透率爲

$$\tau(\nu) = \frac{\text{穿透能量}}{\text{入射能量}} = \frac{I'(\nu)}{I_0(\nu)} \quad (14)$$

其中 $I_0(\nu)$ 爲進入此大氣層之前的輻射能量, 而 $I'(\nu)$ 爲此入射能量經過大氣層吸收後所穿透出的輻射能量。

而由於儀器的限制, 我們只能量測到在一頻寬 $\Delta\nu$ 之間的平均輻射能量, 也就是

$$I_0(\Delta\nu) = \int_{\Delta\nu} I_0(\nu) \phi(\nu) d\nu \quad (15)$$

及

$$I'(\Delta\nu) = \int_{\Delta\nu} I'(\nu) \phi(\nu) d\nu \quad (16)$$

(15)式及(16)式分別代表平均入射能量及平均穿透能量, 其中 $\phi(\nu)$ 爲儀器的反應函數。因此由穿透率定義, 即穿透能量除以入射能量, 則我們可以得到多色光輻射的平均穿透率爲

$$\tau(\Delta\nu) = \frac{\text{平均穿透能量}}{\text{平均入射能量}} = \frac{I'(\Delta\nu)}{I_0(\Delta\nu)} = \frac{\int_{\Delta\nu} I'(\nu) \phi(\nu) d\nu}{\int_{\Delta\nu} I_0(\nu) \phi(\nu) d\nu}$$

又因由(14)式得 $I'(\nu) = I_0(\nu) \tau(\nu)$, 所以得

$$\tau(\Delta\nu) = \frac{\int_{\Delta\nu} I_0(\nu) \tau(\nu) \phi(\nu) d\nu}{\int_{\Delta\nu} I_0(\nu) \phi(\nu) d\nu} \quad (17)$$

明顯地, 式(8)並不等於(17)式。由(17)式可知多色光的平均穿透率與入射能量是有關係的, 因此對 McMillin 和 Fleming 推導的結果, 很顯然地只滿足於 $I_0(\nu)$ 爲常數時。所以爲了使我們的模式能更完備, 即能滿足考慮入射能量, 我們從(17)式著手再推導我們的模式, 首先應用均值定理於(17)式則得

$$\tau_i(\Delta\nu) = \frac{I_0(\nu_4)}{I_0(\nu_5)} \times \int_{\Delta\nu} \tau_i(\nu) \phi(\nu) d\nu \quad (18)$$

其中 ν_4 及 ν_5 爲介於 $\Delta\nu$ 間之特別波數值, 若 $\Delta\nu$ 爲一很窄的頻寬時, 則因爲 $I_0(\nu_4)$ 近乎等於 $I_0(\nu_5)$, 所以式(18)將如同式(8)的推導一樣, 可以得到多色光考慮入射能量的平均穿透率模式

$$\tau_i(\Delta\nu) = \tau_{i-1}(\Delta\nu) [\bar{\alpha}_i + \bar{\beta}_i \Delta T_i + \bar{\gamma}_i \Delta T_i^2 + \bar{\zeta}_i \Delta T_i^* + \bar{\eta}_i \Delta T_i^{**}] \quad (19)$$

且其中 $\bar{\alpha}_i = \frac{\hat{\tau}_i(\Delta\nu)}{\hat{\tau}_{i-1}(\Delta\nu)}$,

$$\text{而 } \hat{\tau}_i(\Delta\nu) = \frac{\int_{\Delta\nu} I_0(\nu) \hat{\tau}_i(\nu) \phi(\nu) d\nu}{\int_{\Delta\nu} I_0(\nu) \phi(\nu) d\nu},$$

爲在一個固定參考溫度剖面 \hat{T} 的大氣平均穿透率, 並

且 $\hat{\tau}_0 = \tau_0 = 1$ 。式(19)與式(13)雖然形式相同，但其係數顯然不相同，因為式(19)是由(17)式考慮入射能量及反應函數所得的結果，而式(13)乃由式(8)僅考慮反應函數推導所得，所以係數以橫線註解來強調其不同。

然而(18)式裏的特別波數值 ν_4 及 ν_5 ，並不能用一個合理可行的方法求得，即使假設存在一個合理可行的方法，也必須是在假設 $\Delta\nu$ 為很窄的頻寬才會有(19)式的結果。因此實際上，當 $\Delta\nu$ 為一較寬的頻道時，顯然 $I_0(\nu_4)$ 並不會等於 $I_0(\nu_5)$ ，所以為了滿足我們考慮入射能量與穿透率的關係，我們再引進一新的因子“能量參數” ΔT_1^{***} 來代表考慮入射能量的影響，也就是

$$\tau_i(\Delta\nu) = \tau_{i-1}(\Delta\nu) [\alpha_i + \beta_i \Delta T_1 + \gamma_i \Delta T_1^2 + \zeta_i \Delta T_1^* + \eta_i \Delta T_1^{**} + \rho_i \Delta T_1^{***}] \quad (20)$$

式(20)便是我們所建立之多色光輻射在混合比為常數的二氧化碳氣體時，其在計算上快速且準確之大氣穿透率計算模式。

在此定義能量參數 ΔT_1^{***} 為

①對窗區頻道

$$\Delta T_1^{***} = \Delta T_n, \quad n \text{ 表地面}$$

②對非窗區頻道

$$\Delta T_1^{***} = \Delta T_i, \quad P_i \leq P_j$$

$$\Delta T_{i+1}, \quad P_i > P_j, \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

其中 P_j 為頻道之權重函數 $\partial \tau / \partial \ell_{np}$ 峰值所在之壓力層，如圖一。我們之所以定義能量參數為上述情況，主要是由輻射傳遞方程式啟發得來，由於輻射傳遞方程式為

$$I_0(\nu) = B(T_n) \tau_n + \int_{p_n}^0 B(T(p)) \frac{\partial \tau(p)}{\partial \ell_{np}} d \ell_{np} \quad (21)$$

其中 $I_0(\nu)$ 為到達大氣層頂衛星上的輻射能量， B 為 Planck 函數， τ_n 為地面到大氣層頂之穿透率， $\partial \tau / \partial \ell_{np}$ 為權重函數。因為對於窗區頻道其輻射源主要來自於地面，所以用 ΔT_n 作為入射輻射能量的代表項；而對於非窗區頻道，其輻射源主要來自於大氣，而從圖一權重函數圖可以知道對於不同

頻道，其在權重函數的峯值 P_j 處貢獻最大，因此對於 P_j 層以上之氣壓層用 ΔT_j 來作為代表項，而對於 P_j 層以下之氣壓層，則以其相鄰下一層之溫度差 ΔT_{j+1} 來作為代表項。由於在計算地面層 ($i = n$) 之穿透率時入射能量的代表項可以併入係數 β_i 中，故不再多加代表項。

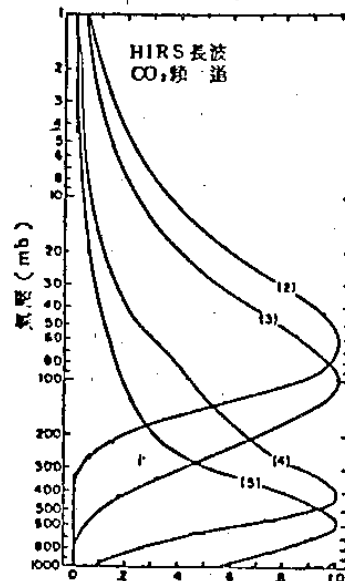
所以對於式(20)，若假設其係數均為已知，則我們便可利用溫度差求得任意溫度剖面的大氣穿透率剖面。在求取式(20)在各氣壓層 i 所需的係數時，可將(20)式寫成如下形式

$$\frac{\tau_i}{\tau_{i-1}} - \frac{\hat{\tau}_i}{\hat{\tau}_{i-1}} = \beta_i \Delta T_i + \gamma_i \Delta T_i^2 + \zeta_i \Delta T_i^* + \eta_i \Delta T_i^{**} + \rho_i \Delta T_i^{***} \quad (22)$$

$$\text{且其中 } \alpha_i = \hat{\tau}_i / \hat{\tau}_{i-1} \quad (23)$$

顯然的，我們可以利用最小平方法 (Least square) 求得式(22)中的係數，式(22)左邊的穿透率可以用 LOWTRAN-6 求得，因此我們只要選定至少 $m \geq 6$ 個溫度剖面，其中一個為參考溫度剖面 T ，所對應之穿透率剖面稱為參考穿透率剖面 τ ，就可以由式(22)及式(23)求得各層 i 之係數。

值得注意的是由於最上兩層，因為其 $\Delta T_1^* = 0.5 \Delta T_1^{**} = \Delta T_1$ 及 $\Delta T_2^* \approx 0.5 \Delta T_2^{**} \approx \Delta T_2$ ，將會造成最小平方法求解時數值之不穩定，因此對於最上兩層我們設定 $\zeta_1 = \zeta_2 = \eta_1 = \eta_2 = 0$ 。

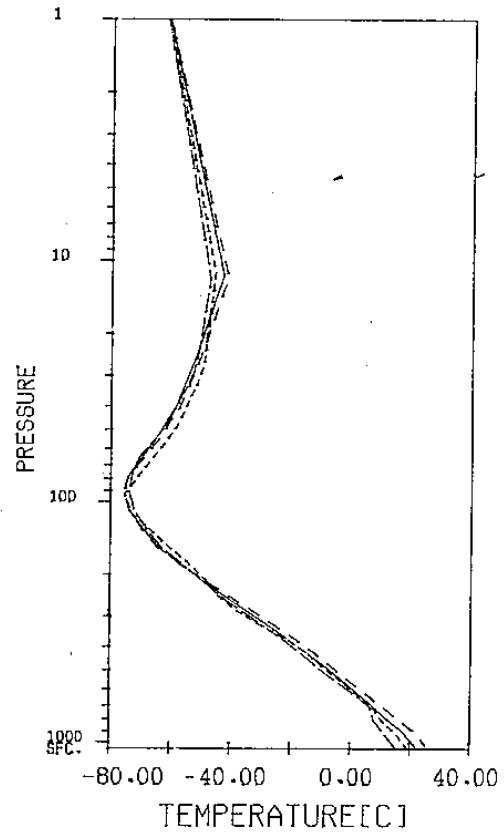


圖一、TIROS-N/NOAA 系列衛星所攜帶的 TOVS 的權重函數

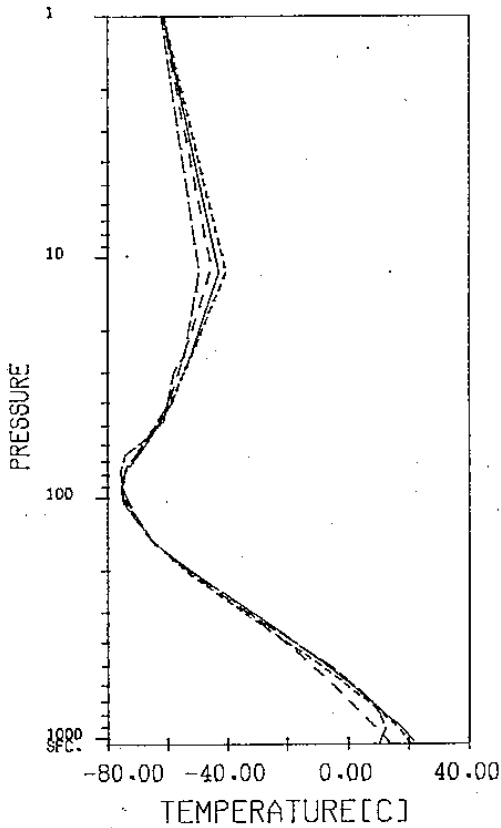
五、結果與分析

本節是應用模式方法(2)式，求得台灣區四個 HIRS 頻道和一個 窗區頻道在27層氣壓層上大氣穿透率計算之結果。各層 i 之係數是以16個探空溫度剖面資料利用最小平方方法迴歸求得，其中以民國45~70年台灣年平均溫度剖面作為參考溫度剖面，另外9個溫度剖面如圖二~圖四所示，而其餘6個溫度剖面為相對於參考溫度剖面，逐層遞增及遞減10, 20及30°C而得。衛星之天頂角在此設為零度，也就是假設衛星乃是在垂直往下觀測的情況。

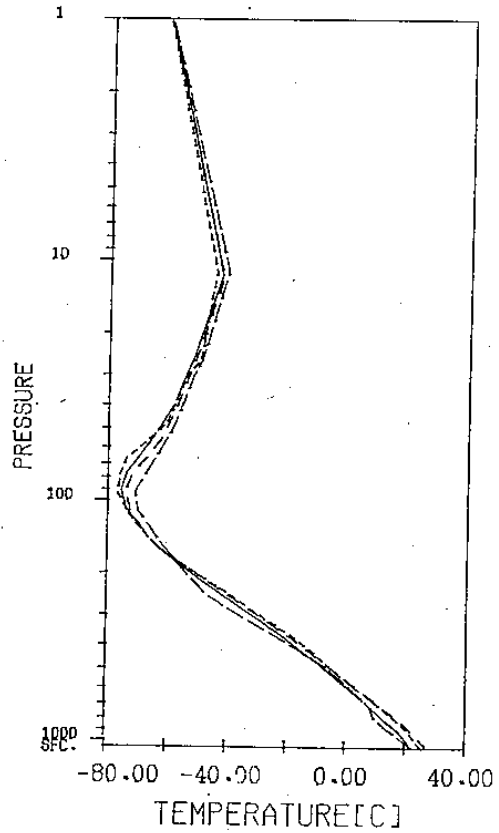
本文採用 LOWTRAN-6 計算模式之結果來做為標準，此模式是美國空軍地球物理實驗室所發展出來的，用來計算對一已知大氣路徑在任意的頻寬範圍內的大氣穿透率和大氣輻射能量。



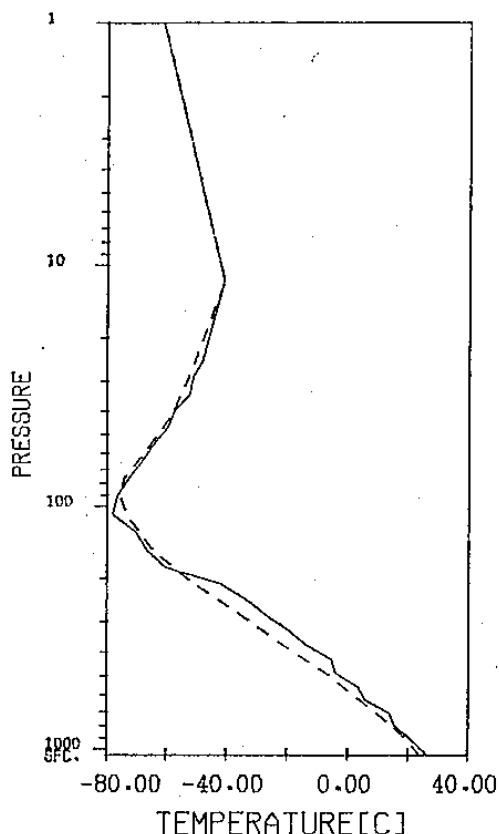
圖三 同圖二。



圖二 取樣溫度剖面，實線為參考溫度剖面，虛線為取樣溫度剖面。



圖四 同圖二。



圖五 檢驗溫度剖面，實線為模擬溫度剖面，虛線為桃園溫度剖面。

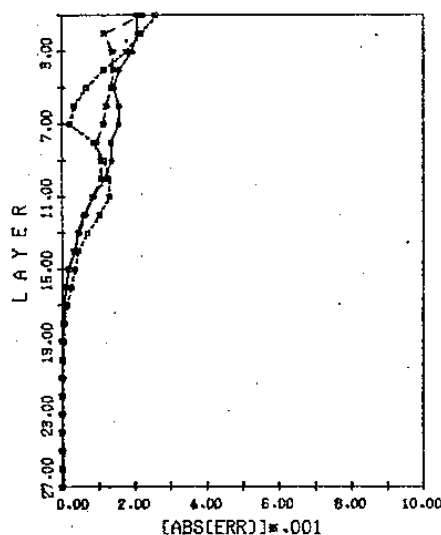
我們選定了兩個溫度剖面來檢驗本研究模式的準確性，其中一為桃園溫度剖面，一為人為模擬溫度剖面。如圖五，虛線為桃園探空溫度剖面，實線為模擬溫度剖面。此外我們以模式A，模式B及模式C分別代表式(13)，式(19)及式(20)三種方法所求得的结果來互相比較說明，圖六～圖九即為三種方法所求得之穿透率在與LOWTRAN-6所算得之結果互相比較之誤差圖。其中符號短虛線代表模式A，實線代表模式B，而長虛線則代表模式C。從這些圖可以明顯的看出模式B及模式C均較模式A為佳，此點證明了當考慮平均穿透率時，亦必須考慮其入射輻射能量。此外模式B與模式C之結果雖互相有優劣，但整體上來說模式C仍要比模式B為佳，詳見圖上之RMSE值，此點說明了我們對模式所提出的修正是正確的。更詳細的比較可以由表一～表四更清楚看出。表一～表四為在27層大氣氣壓層上，模式C相對於A與B之精確度比較值，其值為

$$\frac{|\text{LOWTRAN-6-模式C}|}{\text{LOWTRAN-6}} \times 100 - \frac{|\text{LOWTRAN-6-模式x}|}{\text{LOWTRAN-6}} \times 100$$

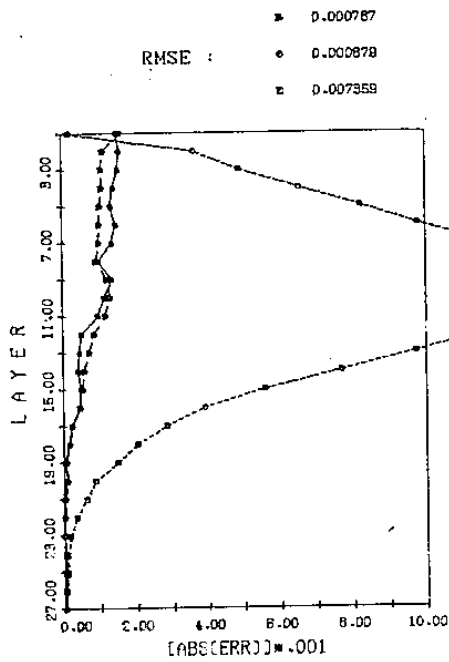
其中x代表模式A或B，從表中很清楚的發現，模式C所求之穿透率均較A與B精度要高，最大精度改善甚至可達到70%以上。因此由此結果，我們可以證明我們所修正的模式乃是台灣區之最佳穿透模式。

表五為我們三種模式在27層氣壓層中之最大絕對誤差值，表六為其RMSE，我們發現模式C之最大絕對誤差低於0.0037，而最大之RMSE也僅為0.0019。對於僅需用溫度差便能求得此種精度的穿透率，而不需用line-by-line的方法，可以說我們對此結果感到非常的滿意。

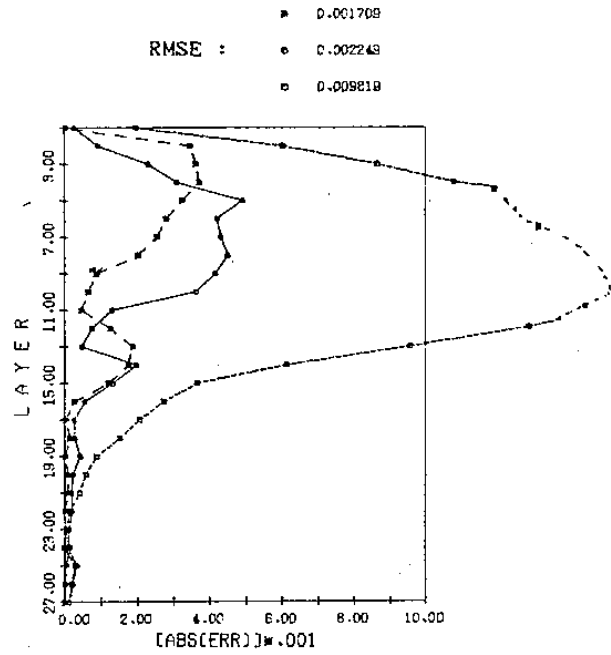
MODEL C	RMSE	0.000856
MODEL B	RMSE	0.001029
MODEL A	RMSE	0.000944



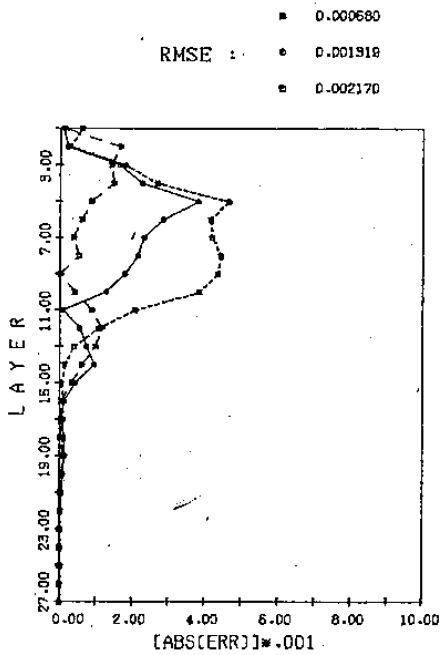
圖六 桃園溫度剖面而頻道為661.390 GHz 其三種模式所計算的穿透率與LOWTRAN-6互相比較之誤差。



圖七 桃園溫度剖面而頻道為 664.880 cm^{-1} 其三種模式所計算的穿透率與 LOWTRAN-6 相互比較之誤差。



圖九 模擬溫度剖面而頻道為 664.880 cm^{-1} 其三種模式所計算的穿透率與 LOWTRAN-6 相互比較之誤差。



圖八 模擬溫度剖面而頻道為 661.390 cm^{-1} 其三種模式所計算的穿透率與 LOWTRAN-6 相互比較之誤差。

層次	C 相對於 A	C 相對於 B
27	-3.30	-5.31
26	-3.59	-4.32
25	-6.16	-4.57
24	0.31	2.29
23	-2.09	0.68
22	-3.94	0.66
21	-3.46	1.02
20	-5.08	0.55
19	-3.72	0.30
18	0.07	-0.43
17	-1.49	-0.16
16	-1.42	-0.11
15	-0.97	-0.01
14	-0.31	-0.09
13	-0.47	0.02
12	-0.49	0.05
11	-0.40	-0.01
10	-0.14	-0.07
9	-0.04	-0.13
8	0.02	-0.15
7	0.29	-0.12
6	0.23	-0.09
5	0.16	-0.01
4	0.05	-0.03
3	-0.07	-0.10
2	-0.18	-0.16
1	-0.05	0.01

表一 桃園溫度剖面而頻道為 661.390 cm^{-1} ，在 27 層大氣氣壓層上，模式 C 相對於 A 與 B 之精確度比較值。

層次	C相對於A	C相對於B
27	-0.79	-2.31
26	-2.31	-2.32
25	-5.02	-2.57
24	-2.48	1.12
23	-3.94	0.27
22	-5.04	0.21
21	-5.33	0.37
20	-4.62	0.16
19	-5.67	0.14
18	-5.03	0.03
17	-4.89	0.00
16	-4.59	0.00
15	-4.90	0.04
14	-5.14	0.12
13	-5.01	0.14
12	-4.79	0.15
11	-4.22	0.07
10	-3.72	0.04
9	-3.17	-0.03
8	-2.09	-0.01
7	-1.57	-0.06
6	-1.19	-0.08
5	-0.83	-0.05
4	-0.55	-0.05
3	-0.34	-0.06
2	0.16	-0.06
1	-0.05	0.01

表二 桃園溫度剖面而頻道為 664.880 cm^{-1} ，在27層大氣氣壓層上，模式C相對於A與B之精確度比較值。

層次	C相對於A	C相對於B
27	-27.24	-27.13
26	-22.53	-24.25
25	-17.85	-21.45
24	6.44	2.19
23	-0.75	-2.49
22	-1.95	-2.94
21	-2.87	-0.86
20	-2.83	-0.86
19	-3.29	-1.56
18	-3.59	-0.35
17	-3.72	-0.44
16	-3.24	-0.35
15	-2.40	-0.11
14	-3.19	-0.16
13	-4.28	0.76
12	-5.07	0.21
11	-5.19	-0.29
10	-5.25	-0.86
9	-4.57	-0.82
8	-3.68	-0.54
7	-2.88	-0.35
6	-2.25	-0.24
5	-1.85	-0.27
4	-1.08	0.09
3	-0.73	0.19
2	-0.35	0.35
1	-0.22	-0.03

表四 模擬溫度剖面而頻道為 664.880 cm^{-1} ，在27層大氣氣壓層上，模式C相對於A與B之精確度比較值。

層次	C相對於A	C相對於B
27	-70.70	-72.70
26	-74.88	-72.95
25	-69.53	-70.20
24	-25.04	-26.99
23	-11.18	-15.74
22	-8.20	-13.36
21	-8.11	-11.53
20	-2.71	-7.58
19	-3.40	-5.34
18	-1.50	-3.87
17	-1.03	-0.13
16	-0.65	-0.98
15	1.66	-0.54
14	1.62	-1.10
13	1.18	0.51
12	0.12	0.80
11	-1.03	0.69
10	-2.12	-0.53
9	-2.05	-0.85
8	-1.47	-0.61
7	-1.19	-0.61
6	-0.93	-0.59
5	-0.88	-0.68
4	-0.25	-0.16
3	-0.07	-0.03
2	0.23	0.25
1	-0.06	0.00

表三 模擬溫度剖面而頻道為 661.390 cm^{-1} ，在27層大氣氣壓層上，模式C相對於A與B之精確度比較值。

頻道	862.06	661.39	664.88	672.86	689.88	
桃園	模式 A	0.00054	0.0025	0.0138	0.0141	0.0061
	模式 B	0.00004	0.0021	0.0015	0.0009	0.0012
	模式 C	0.00003	0.0022	0.0015	0.0014	0.0005
模擬	模式 A	0.0005	0.0047	0.0192	0.0189	0.0068
	模式 B	0.00005	0.0038	0.0049	0.0032	0.0039
	模式 C	0.00007	0.0016	0.0037	0.0031	0.0022

表五 二組檢驗溫度剖面，在不同頻道下，27層大氣層中穿透率之最大絕對誤差。

頻道	862.06	661.39	664.88	672.86	689.88	
桃園	模式 A	0.00021	0.0009	0.0077	0.0084	0.0037
	模式 B	0.00002	0.0010	0.0009	0.0006	0.0008
	模式 C	0.00001	0.0008	0.0008	0.0008	0.0003
模擬	模式 A	0.00019	0.0022	0.0098	0.0093	0.0038
	模式 B	0.00002	0.0013	0.0023	0.0017	0.0018
	模式 C	0.00004	0.0007	0.0017	0.0019	0.0011

表六 二組檢驗溫度剖面，在不同頻道下，其 Root Mean Square Error。

六、模式的擴展

在我們前述討論的模式C裏，其唯一的限制是此模式僅限於在衛星天頂角為零度時方可採用，然而在實際應用上，衛星儀器之觀測角度可能為任意不同的天頂角。因此我們希望將前述模式擴展至可以計算不同天頂角下大氣路徑的穿透率。此時之穿透率可以用如下的形式來表示

$$\tau_i(\theta) = \tau_i(\theta_0) + F_i(\sec \theta - \sec \theta_0, \Delta T_i^{**}) \quad (24)$$

其中 $\tau_i(\theta_0)$ 為在某一固定天頂角 θ_0 所求得之穿透率，也就是利用前述模式C所求得者。而 $\tau_i(\theta)$ 為待求之任意天頂角 θ 之穿透率，因此只要知道函數 F_i ，便可以求得任意角度 θ 的穿透率。已知 F_i 為雙綫性組合函數並與氣層 i 有關，而 ΔT_i^{**} 即為前述所定義之量化近似值。

由式(2)知單色光在混合比為常數的二氧化碳氣體中，其介於大氣層頂與 P 之間，而天頂角為 θ 的大氣穿透率為

$$\tau(\nu, T, \theta, P) = \exp \left[- \left(q \sec \theta / g \right) \int_0^P k(\nu, T, P') dP' \right] \quad (25)$$

若將一固定天頂角 θ_0 代入(25)式，並將此結果與原(25)式相除則得

$$\frac{\tau(\nu, T, \theta, P)}{\tau(\nu, T, \theta_0, P)} = \exp \left[-q (\sec \theta - \sec \theta_0) / g \int_0^P k(\nu, T, P') dP' \right] \quad (26)$$

式(26)中的吸收係數 k 對一固定參考溫度 \hat{T} 作泰勒級數展開，並將此結果的積分項各別利用均值定理化成連加形式，即可得

$$\int_0^P k(\nu, T, P') dP' = P k(\nu, T, P_0) + P \sum_{m=1}^M \left(\frac{d^m k}{dT^m} \frac{\Delta T^m}{m!} \right)_{P=P_m} + O(\Delta T^{M+1}) \quad (27)$$

其中 $\Delta T = T - T$ ， $0 \leq P_m \leq P$ ，而 $m = 0, 1, \dots, M$ 。將(27)式代入(26)式並對指數項作麥克勞林級數展開得

$$\frac{\tau_i(\theta)}{\tau_i(\theta_0)} = 1 + a_1 \Delta \sec \theta + b_1 \Delta \sec \theta \Delta T_i + c_1 \Delta \sec \theta^2 + O[\Delta \sec \theta^2 \Delta T_i^2] \quad (28)$$

其中 $\tau_i(\theta) = \tau(\nu, T, \theta, P_i)$

$$\Delta T_i = T(P) - \hat{T}(P), \quad 0 \leq P \leq P_i$$

$$\Delta \sec \theta = \sec \theta - \sec \theta_0$$

而 \hat{T} 為參考溫度剖面，為前述民國45~70年之台灣年平均溫度剖面，再令

$$\alpha_i = a_1 \tau_i(\theta_0),$$

$$\beta_i = b_1 \tau_i(\theta_0),$$

$$\gamma_i = c_1 \tau_i(\theta_0),$$

並重新安排式(28)則得

$$\tau_i(\theta) = \tau_i(\theta_0) + \alpha_i \Delta \sec \theta + \beta_i \Delta \sec \theta \Delta T_i + \gamma_i \Delta \sec \theta^2 \quad (29)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

式(29)即為單色光輻射，在天頂角為任意角度時，其大氣路徑上穿透率之計算模式。由於實際應用在儀器上時，必須考慮其為在某一頻寬內之平均穿透率，也就是如式(17)的形式。因此將(29)式之結果代入(17)式，由如前述推導的方法一樣，則我們最後可以求得多色光輻射在天頂角為任意角度時，其平均穿透率之計算模式，其表示如下

$$\tau_i(\theta) = \tau_i(\theta_0) + \alpha_i \Delta \sec \theta + \beta_i \Delta \sec \theta \Delta T_i^{**} + \gamma_i \Delta \sec \theta^2 \quad (30)$$

式(30)雖然形式如同(29)式，但我們知道其實它已代表了在頻寬為 $\Delta \nu$ 之間之平均穿透率。其中以 ΔT_i^{**} 代替 ΔT_i 是為彌補從式(29)擴展至多色光輻射時，由於簡化所造成的誤差。而 $\tau_i(\theta_0)$ 為利用前述模式C計算之結果。因此只要能求得各層 i 之係數，我們便能應用(30)式計算任意角度 θ 的大氣穿透率。同樣的，我們亦應用最小平方求得各層 i 之係數。

表七及表八就是我們利用前述16個溫度剖面及天頂角 $10^\circ, 15^\circ, 23^\circ$ 及 30° 所迴歸求得之模式之精確度檢驗結果。其中以 0° 作為我們的參考角度，亦即採用模式C求得式(30)中的 $\tau_i(\theta_0)$ 。

從表七可知，對於桃園溫度剖面27層中最大絕對誤差乃小於 0.0027，而對於模擬剖面則也不高於 0.0068，其RMS E在最壞的情況下亦不超過 0.00375。由於對於最大絕對誤差 0.0068 而言，其相對於LOWTPAN-6計算所得之穿透率，其誤差僅小於 2%，因此對於此結果亦令人非常滿意。

頻 角 道 度	862.06	661.39	664.88	672.86	689.88
10	0.00003	0.0023	0.0016	0.0010	0.0003
15	0.00003	0.0025	0.0017	0.0005	0.0007
23	0.00005	0.0027	0.0018	0.0015	0.0016
30	0.00004	0.0027	0.0025	0.0022	0.0023
10	0.00008	0.0021	0.0041	0.0036	0.0025
15	0.00008	0.0025	0.0047	0.0039	0.0029
23	0.00011	0.0034	0.0058	0.0052	0.0039
30	0.00012	0.0044	0.0068	0.0062	0.0042

表七 二組檢驗溫度剖面，在不同天頂角下，27層大氣層中穿透率之最大絕對誤差。

頻 角 道 度	862.06	661.39	664.88	672.86	689.88
10	0.00001	.00068	.00055	.00050	.00021
15	0.00001	.00055	.00037	.00029	.00041
23	0.00001	.00064	.00075	.00071	.00104
30	0.00001	.00110	.00130	.00122	.00150
10	0.00004	.00083	.00191	.00218	.00133
15	0.00004	.00104	.00218	.00252	.00159
23	0.00005	.00153	.00281	.00323	.00221
30	0.00006	.00198	.00335	.00375	.00264

表八 二組檢驗溫度剖面，在不同天頂角下，其 Root Mean Square Enor。

七、結 論

在前面，我們曾指出本文研究之目的，乃是在建立一個在計算上快速且又準確的大氣穿透率模式。而模式的計算結果在前述的分析比較，可知其精確度確可滿足我們的要求；而在使用上，因為只需要輸入溫度剖面及觀測天頂角度，所以其使用上絕對較 LOWTRAN-6 要簡便許多。至於其計算上的速度，可以由表九明顯看出其計算的快速。

亦即在應用本模式計算穿透率時所需要的 CPU 時間，不管是模式 C 或任意天頂角的計算模式，在使用 VAX/VMS 750 計算機時，本模式僅需約 1.5 秒，而 LOWTRAN-6 却需 3 分多鐘，對於使用 VAX/VMS 8650 時本模式均低於 0.2 秒，而 LOWTRAN-6 却需 24 秒多。因此從時效觀點來看，使用我們的模式在時間的消耗上可以省掉約 170 倍之多。因此可以提供我們一個使用方便、計算快速且又準確的大氣穿透率計算模式。

(秒)				
	模式 C	LOWTRAN6	模式(角度)	LOWTRAN6
VAX/VMS 750	1.33	3:18.48	1.46	3:17.08
VAX/VMS 8650	0.14	24.03	0.15	24.34

表九 VAX / VMS 750 及 VAX / VMS 8650 計算所需的 CPU 時間。

由於穿透率受大氣中水汽吸收的影響亦很大，因此在我們的後續研究中，我們將建立對混合比不為常數的氣體，如水汽等，其在計算上亦快速且準確的大氣穿透率模式。若本研究的成果再加上後續的水汽吸收研究，則對於在利用衛星來遙測大氣因子，如海溫、溫度剖面、水汽剖面……等等，即能迅速且有效地提供其路徑上的大氣穿透率資料，以便能即時地處理接收到之衛星觀測資料而求得欲求之氣象因子。

八、參考書目

1. "大氣遙測：原理與應用" —— 曾忠一 (1983)
2. "Atmospheric Transmission in the CO₂ Bands Between 12 u and 18 u" - S. Roland Drayson. Appl. Opt. 5, 385 (1966)
3. "Method to Apply Homogeneous - Path Transmittance Models to Inhomogeneous Atmospheres" - M.P. Weinreb and A.C. Neuendorffer, J. Atmos. Sci. 30, 4, 662 (1973)
4. "Atmospheric Transmittance of an Absorbing gas 1" - Larry. McMillin and Henry E. Fleming, Appl. Opt. 15, 2, 358 (1976)
5. "Atmospheric Transparency in the Visible and the Infrared" - V.E. Zuev (1970)

6. "Atmospheric Transmittance / Radiance : Compute code LOWTRAN-6" - Kneizys, F.X. et al. (1983)
7. "Atmospheric Transmittance of an Absorbing gas 2" - Larry, M. McMillin and Henry E. Fleming, Appl. Opt. 16, 5, 1366 (1977)
8. "Atmospheric Transmittance of an Absorbing gas 3" - Larry, M. McMillin and Henry E. Fleming, Appl. Opt. 18, 10, 1600 (1979)

A Fast and Accurate Atmospheric Transmittance Model for Satellite Infrared Spectrums

Chung-Shing Lee, Gin-Rong Liu

Center for Space and Remote Sensing Research, National Central University

ABSTRACT

For an absorbing gas with a constant mixing ratio and at a fixed satellite observing zenith angle, the atmospheric transmittance varies only with the temperature profile of the atmosphere at given pressure level. A simple transmittance model based on temperature differences is derived for monochromatic radiation. This model then is extended to the case of polychromatic radiation through the use of scaling approximations and the energy parameterization. Finally, this model is derived to calculate the atmospheric transmittance for slant paths at different zenith angles. The resulting algorithm for calculating transmittances for an arbitrary temperature profile is simple to use, accurate, and computationally fast because only arithmetic operations are required. This model was evaluated to show its usefulness of applied in satellite remote sensing.