

中範圍氣象理論模式評介之二

雷暴雨之數值模擬研究

陳景森

國立中央大學 大氣物理學系

摘要

在這篇報告裏，簡單介紹欲建立雲或風暴的數值模式所需要考慮的問題。同時舉例說明使用模擬結果和觀測資料來了解風暴。

在這一篇短短的報告裏，讓我們來討論數值模式如何幫助我們了解風暴 (storm) 或雷雨 (thunderstorm) 的性質。首先我們看看風暴的一些性質，然後談到為何需要數值模式來幫助我們了解風暴。在第三節裏，我們很簡單地介紹在建立一個數值模式時，所會遇到的一些要解決的問題。最後我們舉例說明如何運用數值模式來了解風暴。

一、風暴的一些性質

多年來由於觀測資料的增加，風暴的一些重要性質，已漸漸地被吾人知道，如：

(a) 風暴有時作線狀排列，如在颶線 (squall line) 內的風暴，見圖 1 (Fankhauser, 1974) 及圖 2 (Ogura 和 Chen, 1977)。

(b) 有些風暴的生命期有好幾個小時，如超級雷胞雷雨 (supercell storm)。圖 3 即為這種性質雷雨的一個例子 (Browning 和 Foote, 1976)。

(c) 有些風暴系統是由好幾個雷胞組成的，這些雷胞的發生，成長和消散，具有相當的規則性。圖 4 即為這類性質雷雨的一個例子 (Chisholm, 1973)。

(d) 有些風暴會產生分裂，如圖 5 (Brown, 1976)。

(e) 有些風暴能產生強烈的冰雹，有些風暴的雷電效應很強烈。

(f) 龍捲風常伴隨著某些風暴。

(g) 有些風暴的產生和地形有密切的關係，有些風暴的發生和已經存在的風暴的外流區 (outflow) 的陣風鋒面 (gust front) 有關。

當然這些並非包括風暴的一切重要性質。但是數值模式若無法描述這些風暴的性質，我們就沒有信心把數值模擬的結果拿來解釋風暴的性質。

二、為何需要數值模式

一個風暴系統，所牽涉到的尺度的範圍是很大的，例如一個小水滴的直徑約為 10^{-6} 公尺，而一塊雲的水平大小約為 10^4 公尺，兩者相差有 10^9 倍。如果把水滴放大到乒乓球那麼大，則雲的大小就會變成地球那麼大。在這麼大的尺度範圍內，要得到多且完整的觀測資料，並不是一件容易的事。因此數值模式的功用，有它不可缺失的一面。在模式裏，我們可以同時得到多且完整的資料。同時，我們可以利用模式重複作實驗，以了解某種重要的物理過程。所以模式的功用，和觀測資料一樣重要，都可以用來幫助我們了解風暴的性質。

三、數值模式的建立

數值模式是建立在一組可以描述風暴的主要物理過程的數學方程式上。通常用直角座標描述不受地形影響的風暴系統。當座標系統及動量方程式、熱力方程式、質量和水汽的方程式選定後，仍有幾個問題需要解決，模式才能建立起來。

1 如何處理數學方程式

一般在雲或風暴的模式，是用定差法 (finite difference method) 來處理數學方程式。在定差法中，數學方程式是建立在網格點上，而網格點之間的距離或一定，或可變化。各個物理量在空間的網格點上的位置，不一定相同，如圖 6 即為一個例子。溫度 (θ) 和壓力 ($\Delta\pi$) 在網格點的中心，而動量在網格點的四周。當空間的網格點選定後，我們在時間的軸上，也同樣地取網格點。所以在定差法中，我們對數學方程式沿著空間及時間的網格點積分。

另外在波數空間 (wave number space) 的面上，來解數學方程式，也是一種方法。但是當吾人考慮凝結或蒸發的過程時，必須在物理的空間上處理。如此，我們要在波數空間和物理空間作轉換。

2 可壓縮 (compressible) 或非彈性 (anelastic) 模式

早期的雲或風暴數值模式，採用非彈性模式。在此種模式內，濾掉對風暴不重要的聲波。因此在定差法中，解方程式時，時間的間隔可以用的比較大。但是在這種模式內，如果我們要知道壓力的分佈情況，則必須解橢圓型方程式 (elliptic equation)。假如不用非彈性方程式，我們可以用可壓縮式模式。雖然在這種模式內，聲波沒有被濾掉，但我們可以利用時間分割法 (time splitting method) 來處理。把有關聲波的項目，利用小的時間間隔來處理，而和聲波無關的項目，用較長的時間間隔來處理，如此可以不必解橢圓型方程式。一般來說，二種不同的模式，所需要的計算時間相差不同。

3 水汽、雲、雨等微物理 (microphysical processes) 的參數化

如果我們只研究雲、雨滴的成長，而不考慮雲或風暴的動力過程，我們可以把雲、雨滴分成許多不同大小的類別，然後再研究每一類別的雨滴或雲滴的成長。但是在這種分類下，所需要的計算時間很長，尤其在 3 度空間的數值模式內，是不太可能忍受的。所以我們假設雨滴是依照某種函數分佈

，同時把水滴分成兩類，一類是沒有終端速度的雲滴，另一類是具有終端速度的雨滴。每一類有不同的物理機制來控制雲滴或雨滴的成長。這種方法，Kessler (1969) 曾詳細介紹過。同樣的，對於固態的降水，亦有類似的分法。圖 7 是這種參數法的一個例子 (Hsie, et al., 1980)。

4 小於網格點尺度的運動的參數法

在模式內，有些尺度的運動，無法以模式的網格尺度來解析，但這些尺度的運動，對在邊界層內，各種物理量的輸送 (transport) 及邊界層的構造，有影響。Sommeria (1976)，Lipps (1977)，及 Sommeria 和 LeMone (1978) 發展一套參數法，來處理這種小於網格點尺度的運動，且用於三度空間，非靜壓的邊界層模式。這種參數法是屬於二階矩 (second-order moments)，包括有這種小尺度的動能、動量的傳播、熱的傳播，濕氣的傳播，雲滴的傳播以及濕度、水汽和雲滴的偏差 (variances)。

當利用數值模式來研究深對流雲 (deep convective cloud) 時，Cotton (1975) 曾提到這種小於網格尺度的運動也許很重要，但 Clark (1979) 發現在深對流雲中，小於網格尺度的動能比可用網格解析的尺度的動能小得很多。因此到目前為止，在深對流雲模式中，用一階收合 (first-order closure) 的參數法，即用

$$\begin{aligned} \overline{A} &+ (\overline{uA})_x + (\overline{vA})_y + (\overline{wA})_z \\ &= -(\overline{u'A'})_x - (\overline{v'A'})_y - (\overline{w'A'})_z \\ &= (k\overline{A}_x)_x + (k\overline{A}_y)_y + (k\overline{A}_z)_z \end{aligned}$$

來處理這種小於網格點尺度的運動。 A 代表某一變數，“ $-$ ”表示對一個網格體積的平均值，“ $'$ ”表示和平均值的差， k 是混合係數 (mixing coefficient)。 k 值的決定，有許多不同的方法，如 Wilhelmson (1974)，Cotton 和 Tripoli (1978)，及 Clark (1979)，在這些方法中，利用診斷方法 (diagnostical method) 把 k 值和風切，大氣穩定度連在一起。也有人利用一個預報方程式，求出小尺度的動能，再把 k 值和小尺度的動能連在一起，如 (Klemp 和 Wilhel-

mson, 1978), 即用

$$\frac{dE}{dt} = \text{stability} + \text{shear} + \text{diffusion} \\ - \text{dissipation}$$

來預報小尺度運動的動能 E , 而 E 和混合係數 k 的關係假設為 $K^2 = C^2 \ell^2 E$, C 為常數, ℓ 為小尺度的運動的“特性尺度”。

5. 側面邊界條件

當運動在模式內產生後, 會產生許多雜波向模式的側面邊界傳播。如何使這些雜波傳出模式以外, 而不反射回到模式內, 是今日發展模式者必須面臨的主要挑戰之一。

Perkey 和 Kreitzberg (1976) 發展出來的方法把中長波在靠近側面邊界的地方, 變成短波, 然後設法再把短波濾掉, 使它們沒有反射的能力。另一種方法是採用 Orlandi (1976) 的方法。在這個方法中, 求出雜波的代表“相位速度”, 使雜波沿著這種相位速度傳出邊界外。在實際的風暴模式中, 利用這種方法可以使雜波的反射部份, 減少一部份, 但並未能使反射波完全減到為零。近來風暴模式中用的許多方法, 和 Orlandi 的方法大同小異。

四、風暴模擬的例子

當我們對數值模式有了初步的認識後, 我們來看看利用數值模式, 配合觀測資料, 來了解風暴的例子。

1 一九七七年五月二十日的風暴

在一九七七年五月二十日, 有三個風暴發生於 Oklahoma 州 (圖 8, Klemp et al., 1981)。其中, Hailstorm 和 Del City storm 合併在一起, 到了 1740 CST 後, 只剩下 Delcity storm。利用三度空間數值模式, 所模擬的風暴在 1, 4, 7, 和 10 公里的水平結構顯示於圖 9。此圖的水平範圍為 29 公里 × 29 公里, 只有整個模式 48 公里 × 48 公里的一部分。具有箭頭的風的向量符號, 代表相對於風暴的風速。在此刻的風暴, 是在其成熟的階段, 近地面的外流區, 產生陣風鋒面,

連接在上升氣流區的南面。風暴亦產生相當明顯的正渦旋度及鈎狀 (hook) 的兩區。利用都普勒雷達的資料, 所得到的風暴結構在圖 10。比較圖 10 及圖 9, 可以看出, 雖然觀測資料的結果顯示出有較多的小尺度的運動, 但是整個風暴的結構, 在觀測和模擬的結果很相似。在圖 10, 低層的上升氣流區, 仍然在輻合區內, 此輻合區, 向南方伸展, 風暴的正渦旋度和鈎狀兩區仍然可在都普勒資料中見到。

風暴的正渦旋度可以由圖 11, 模擬的結果的軌跡圖來解釋。在圖 11 的 a、b、及 c 圖是由南方來看風暴, 在 a 圖的點 A (在較南方) 由輻合區進入上升氣流的東面, 然後在高空從北面出來。在低層, 較北面的點 B、C、D、及 E 進入上升氣流後, 變成在點 A 的西邊, 然後在高空從點 A 的南方出來。如果把點 A、B、C、D、及 E 連成一個“面”的話, 此“面”會隨高度作順時針旋轉, 產生正渦旋。在圖 11 的 b 圖亦有類似的效應。把圖

11 的 a 及 b 圖合在一起, 在近地面, 由點 A 到 E 所組成的面和由點 F 到 J 所組成的面在中層高度及較高層的高度幾乎重合在一起。如果從東方來看風暴, 即在圖 11 的 d 圖, 可看出上升氣流有隨高度向北方傾斜的跡象。在中層高度, 軌跡呈現東西排列的現象。點 N 及 O 繞過上升氣流區, 從西邊降到地面陣風鋒面區。和圖 11 相似的觀測的結果表示於圖 12。圖 12 的 a 圖和圖 11 的 a 圖相當, 而圖 12 b 相當於圖 11 d。點 A、B、C 和 D 進入上升氣流中, 向北傾斜, 然後在高空從東南方出去。點 E、F 和 G 繞過上升氣流區後, 流向地面陣風鋒面區。

由這個例子, 我們可以看出數值模擬的結果, 可以和觀測結果互相配合, 來幫助我們了解風暴的結構。

2 一九六四年四月三日的風暴

在一九六四年四月三日, 在 Oklahoma 州, 所發生的風暴的雷達回波圖在圖 13 的 a 部份 (Wilhelmson 和 Klemp, 1981)。在 1330 CST 的最初的回波到了 1428 分裂成向北移動的 L

及向東北移動的R部份。向北的L在1627又產生第二次分裂，分裂後L仍然向北移動，而向東北移動的 R_A ，在它的東南面有新的雨胞發展。模式模擬的結果，在圖13的b部份，約在1430 CST，風暴亦發生分裂，有向北移動的LM及向東北移動的RM。LM移動的速度為 $21.4 \text{ ms}^{-1}/197^\circ$ （1530 CST-1700 CST），而RM為 $17.4 \text{ ms}^{-1}/249^\circ$ （1500 CST-1630 CST）。觀測的風暴L移動的速度為 $16.8 \text{ ms}^{-1}/192^\circ$ （1558 CST-1702 CST），而R為 $12.5 \text{ ms}^{-1}/244^\circ$ （1500 CST-1558 CST）。模擬的LM及RM移動的方向和觀測的結果很接近，但是移動稍為快了些。雖然如此，LM在1630亦發生分裂，分裂後的 RM_A 在它的東南方亦產生新的雨胞，且 RM_A 的移動方向和 R_A 亦相同。

在模式中，第一次分裂的情況顯示於圖14，在1345 CST的雨區，到了1415變成東北西南伸展，同時有一個LM新的雨胞連在西北面。LM成長後，到了1445已經和RM分裂了。這個過程和觀測的現象相似。在1344的雷達回波（圖14的a部分）對稱於東北西南線，到了1414時，有二個中心出現，然後到了1445再分裂。由圖14的c及d部分，可看出分裂的RM的上升氣流中，具有正渦旋度，而LM的上升氣流中，具有正及負的渦旋度。

第二次分裂的情形，可由圖15得到一個概念。從1559到1620的雷達回波顯示L風暴有南北伸長的趨向（北方向上）。到了1642，有一個新的雨胞（ R_A ）在東南方成長，到了1703， R_A 幾乎從L分裂出來。模式的結果，顯示在1550 CST的 5 g kg^{-1} 的雨區有個新的上升氣流產生，到了1630生成RM。 RM_A 和LM分裂（1650）而在 RM_A 的東南方另有一個新的雨區出現，此亦和雷達回波很相似。L或LM在分裂前後的性質及移動速度沒有多大變化。但在第一次分裂時，原先的風暴產生兩個向不同方向移動的風暴，即分裂前後性質及移動方向均改變。

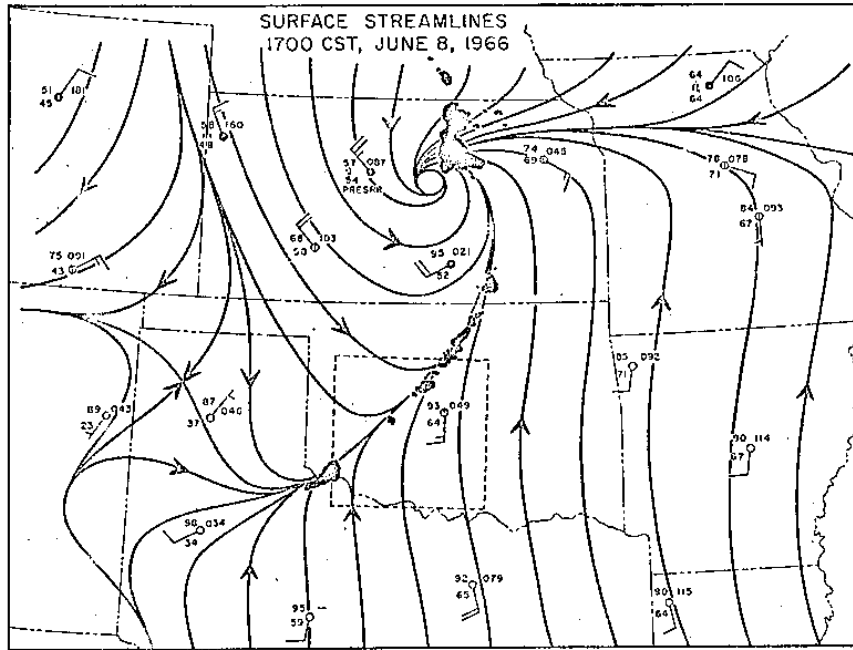
五、結 語

由上一節二個風暴模擬的例子，明顯地告訴我們，風暴數值模式，可以和觀測的資料互相配合，使我們更易了解風暴的性質。但模式的本身，如定差方法，側面邊界條件的處理，小於網格式度的運動的參數化等，都有待進一步的改良，使模式本身更趨於完善。

參考文獻

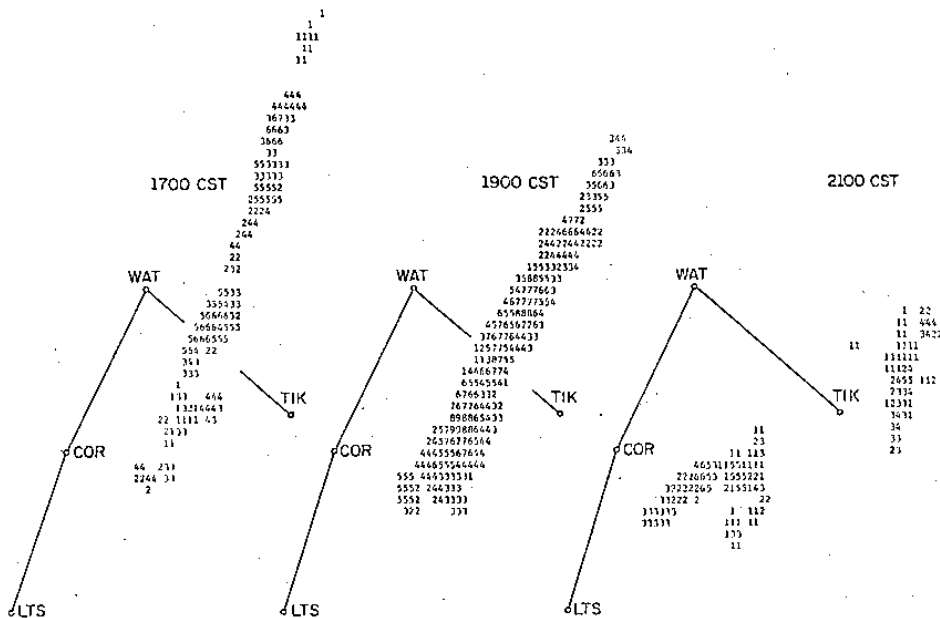
- 1 Brown, R.A., 1976: The Union City, Oklahoma tornado of 24 May 1973. NOAA Tech. Memo. ERL NSSL-80, Norman, OK.
- 2 Browning, K.A., and G.B. Foote, 1976: Airflow and hail growth in supercell storms and some implication for suppression. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 102, 499-533.
- 3 Chisholm, A.J., 1973: Radar case studies and airflow models. Alberta Hailstorms, Meteor. Monogr., No. 36, Amer. Meteor. Soc., 1-36.
- 4 Clark, T.L., 1979: Numerical simulations with a three-dimensional cloud model: lateral boundary condition experiments and multicellular severe storm simulations. *J. Atmos. Sci.*, 36, 2191-2215.
- 5 Cotton, W.R., 1975: Modeling of convective storms. Proceedings of SESAME, Boulder, CO.
- 6 _____, and G.J. Tripoli, 1978: Cumulus convection in shear flow-three-dimensional numerical experiments. *J. Atmos. Sci.*, 35, 1503-1521.
- 7 Fankhauser, J.C., 1974: The derivation of consistent fields of wind and

- geopotential height from mesoscale rawinsonde data. *J. Appl. Meteor.*, 13, 637-646.
8. Hsie, E-Y., R.D. Farley, and H. D. Orville, 1980 : Numerical simulation of ice-phase convective cloud seeding. *J. Appl. Meteor.*, 19, 950-977.
9. Kessler, E., 1969 : On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulation. *Meteor. Monogr.*, No. 32, Amer. Meteor. Soc., 84pp.
10. Klemp, J.B., and R. Wilhelmson, 1978 : The simulation of three-dimensional convective storm dynamics. *J. Atmos. Sci.*, 35, 1070-1096.
11. _____, _____, and P.S. Ray, 1981 : Observed and numerically simulated structure of a mature supercell thunderstorm. *J. Atmos. Sci.*, 38, 1558-1580.
12. Lipps, f. B., 1977 : A study of turbulence parameterization in a cloud model. *J. Atmos. Sci.*, 34, 1751-1772.
13. Ogura, y., and Y.L. Chen, 1977 : A life history of an intense mesoscale convective storm in Oklahoma. *J. Atmos. Sci.*, 33, 1458-1476.
14. Orlanski, I., 1976 : A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *J. Comput. Phys.*, 21, 251-269.
15. Perkey, D.J., and C.W. Kreitzberg, 1976 : A time-dependent lateral boundary scheme for limited-area primitive equation models. *Mon. Wea. Rev.*, 104, 744-755.
16. Sommeria, G., 1976 : Three-dimensional simulation of turbulent processes in an undisturbed trade wind boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 33, 216-241.
17. _____, and M.A. LeMone, 1978 : Direct testing of a three-dimensional model of the planetary boundary layer against experimental data. *J. Atmos. Sci.*, 35, 25-39.
18. Wilhelmson, R., 1974 : The life cycle of a thunderstorm in three dimensions. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1629-1651.
19. _____, and J.B. Klemp, 1981 : A three-dimensional numerical simulation of splitting severe storms on 3 April 1964.



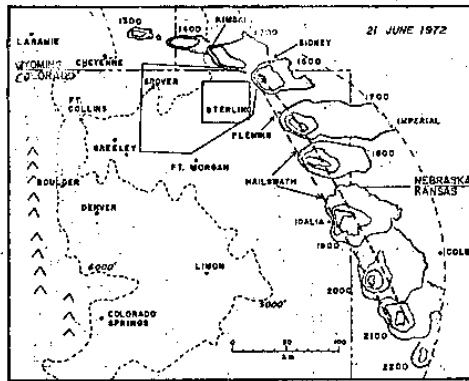
Surface streamlines at 1700 CST 8 June 1966. Thunderstorm precipitation echoes are composited from National Weather Service WSR-57 radars located at Wichita, Kan., and Amarillo, Tex. Dashed box shows boundaries of NSSI network as shown in Fig. 1. Winds are in knots. (取自 Fankhauser, 1974)

圖一



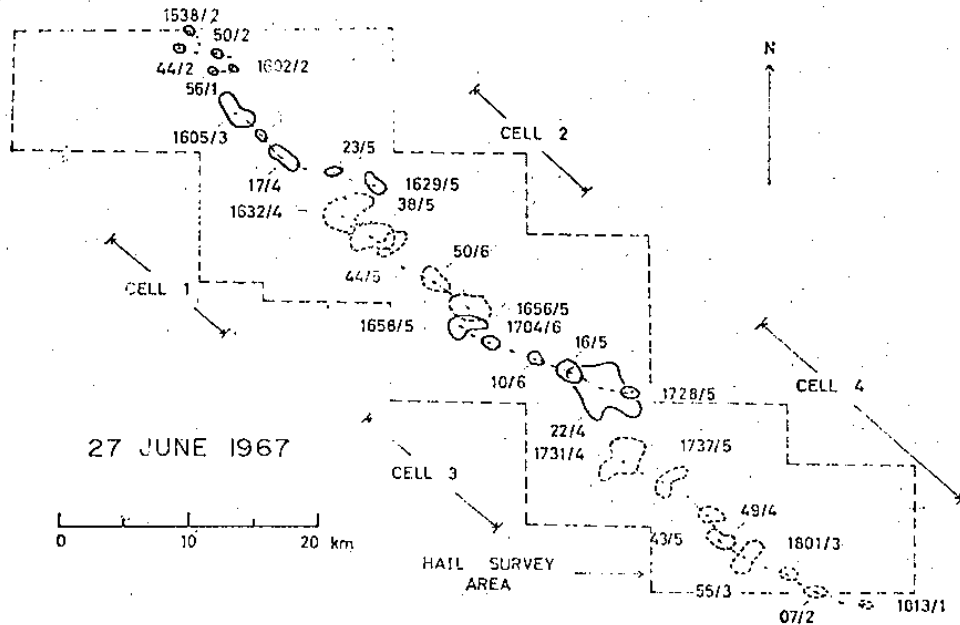
Digitized echo-top data at 1700, 1900 and 2100 CST on a 2.5 nm square grid. The integers are echo heights in units of 5000 ft, i.e., $8 \times 5000 \text{ ft} = 40000 \text{ ft}$. (取自 Ogura 和 Chen, 1977)

圖二



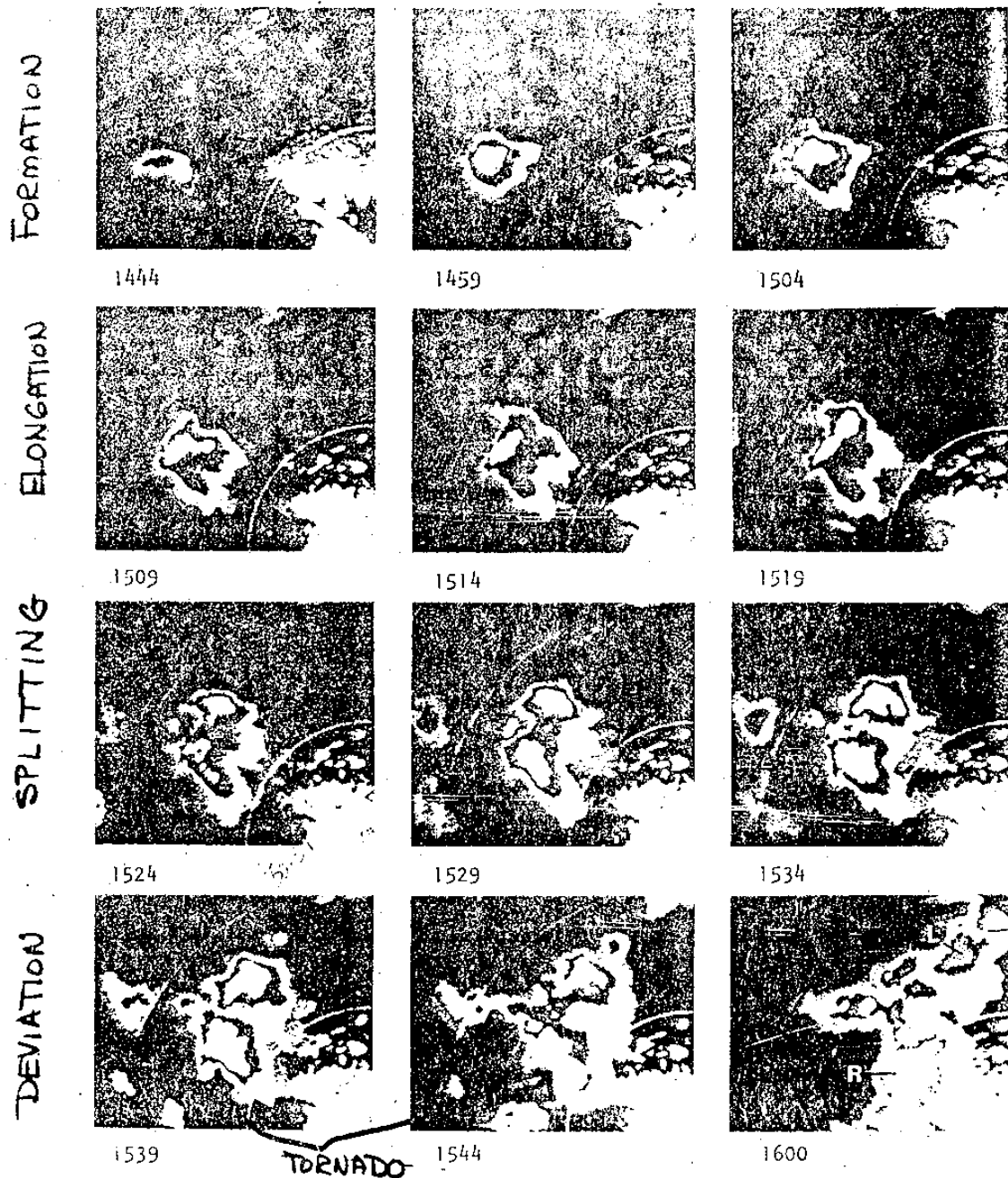
Hourly positions of the Fleming hailstorm as determined by the NWS Limon radar (CHILL radar data used 1300-1500 MDT). The approximate limits of the hailswath are indicated by the bold dashed line. Continuity of the swath is not well established but total extent is. Special rawinsonde sites were located near the towns of Grover, Ft. Morgan, Sterling and Kimball. Contour intervals are roughly 12dB above 20dBz. (取自 Browning 和 Foote, 1976)

圖三



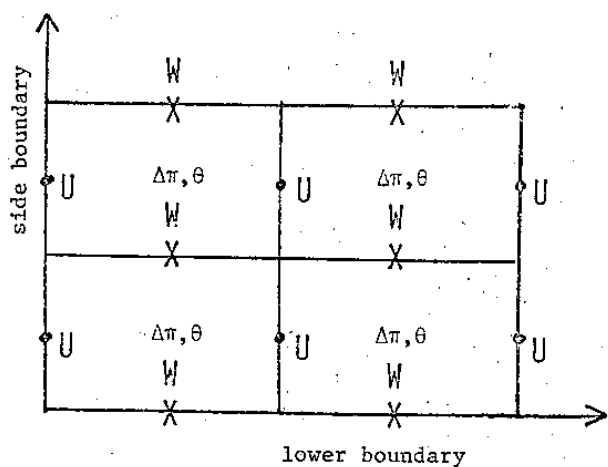
Horizontal movement of the maximum radar storm top, 27 June 1967, at 3-min intervals (with echo configurations at 6-min intervals) for the period 1538-1813 MST. Times and elevation angles are indicated (e.g., 1538/2 denotes 1538 MST, 2° elevation). Note the formation of a new cell on the right-hand flank of the dissipating cell at 1632, 1658 and 1731. (取自 Chisholm, 1973)

圖四

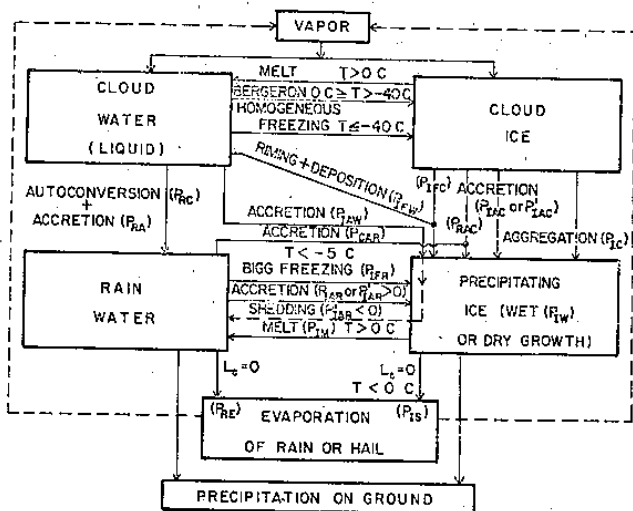


WSR-57 radar echoes at 0° elevation for Union City storm split. Contour intervals are 21-30 dBZ (dim), 31-40 (bright), 41-45 (black), 46-49 (dim), 50-57 (bright) and >58 dBZ (black). At 1600, L and R identify left-moving and right-moving echoes. Right side and bottom of photographs are due north and west, respectively, of the Norman radar. (取自Brown, 1976)

圖五

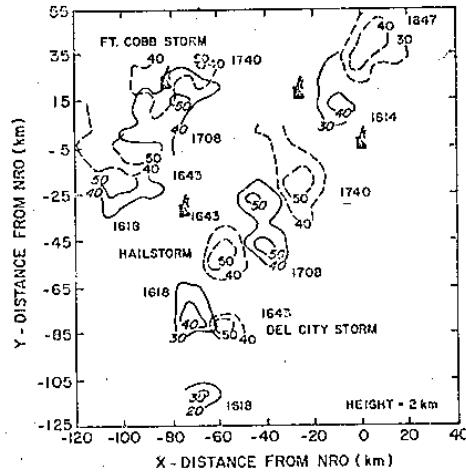


圖六



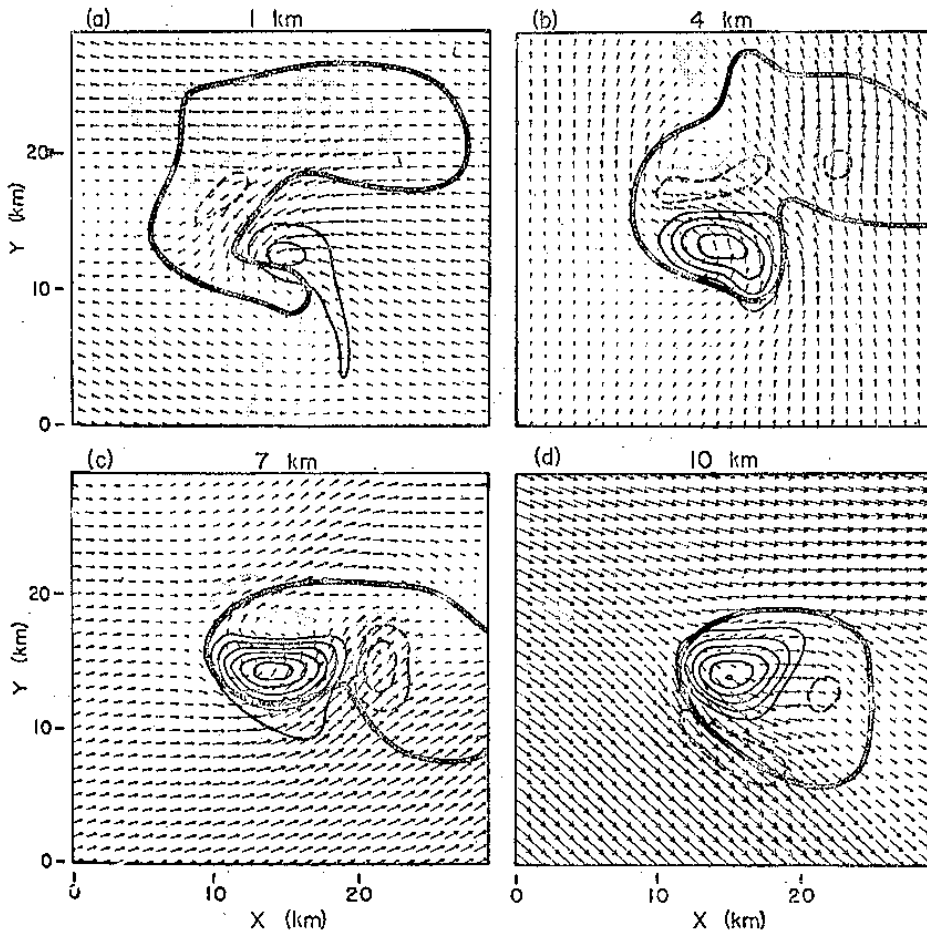
Cloud physics processes-simulated in the model. (取自 Hsie, et al., 1980)

圖七



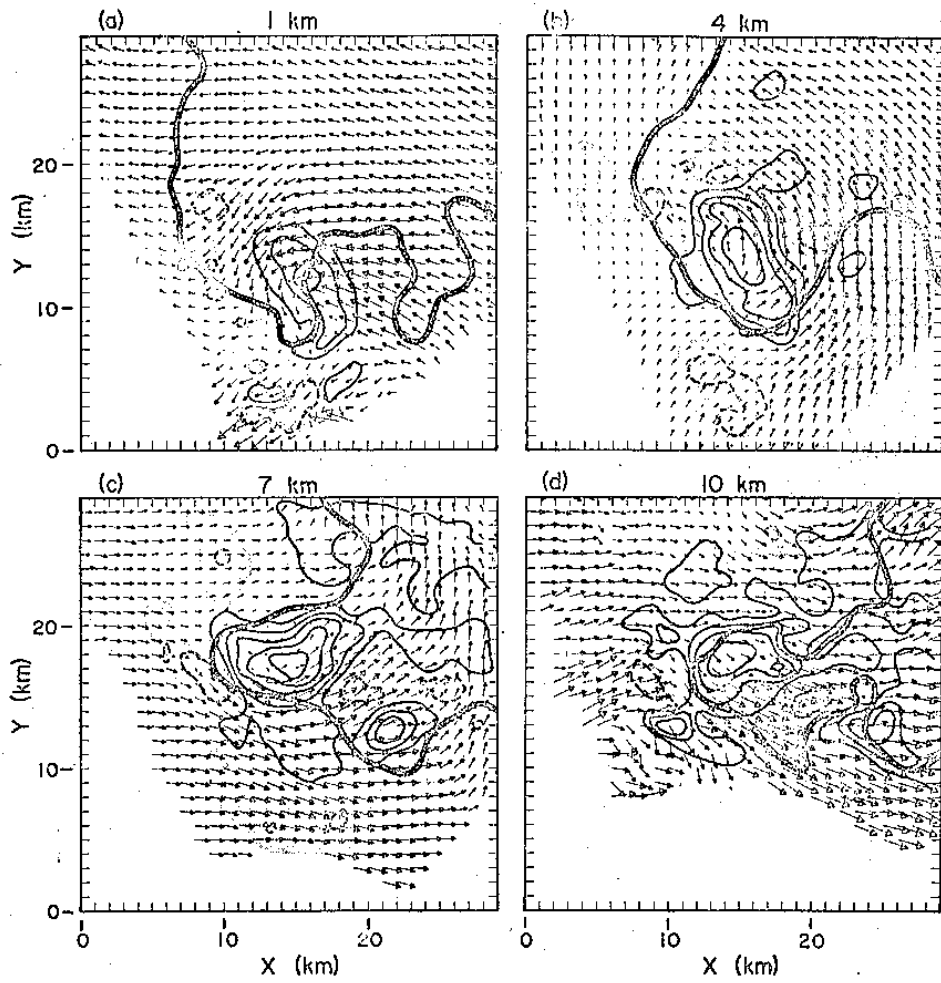
圖八

Storm activity in the vicinity of the NSSL radar network in the late afternoon of 20 May 1977. Alternate times (CST) are contoured in solid and dashed lines, respectively, with contours labeled in dBZ. The positions of the four Doppler radars are marked in the figure and the origin of the horizontal coordinates is at Norman, Oklahoma. (取自Klemp, et al., 1981)



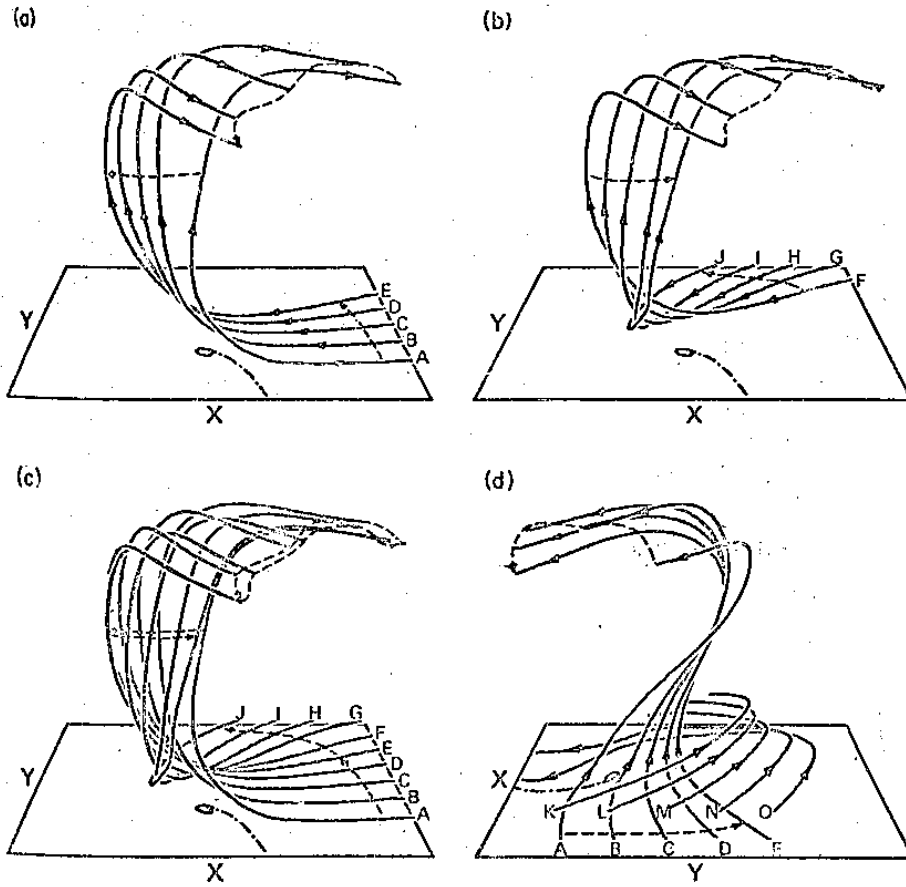
Horizontal cross sections of the modeled storm at 2 h at elevations of (a) 1, (b) 4, (c) 7 and (d) 10 km above the ground. Updraft velocities (solid lines) and downdraft velocities (dashed lines) are contoured at 5 m s^{-1} increments. Shaded regions designate areas of negative vertical velocity ($w < -1 \text{ m s}^{-1}$). The heavy solid line outlines the rainwater field enclosed by the 0.5 g kg^{-1} contour. Wind vectors are scaled such that one grid interval represents 20 m s^{-1} . (取自Klemp, et al., 1981)

圖九



As in Fig. 4 for the observed Del City storm at 1633. Here the heavy solid line corresponds to the 30 dBZ contour. The origin of the horizontal coordinates is located 14 km west and 5 km north of Norman, Oklahoma.
 (取自Klemp, et al., 1981)

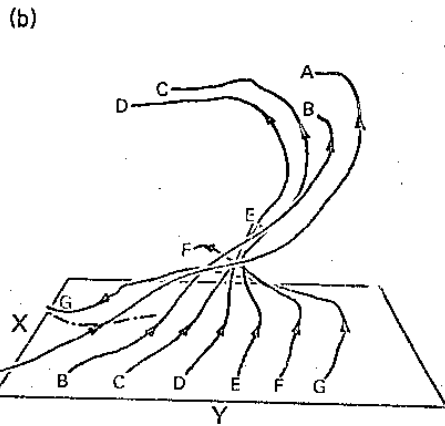
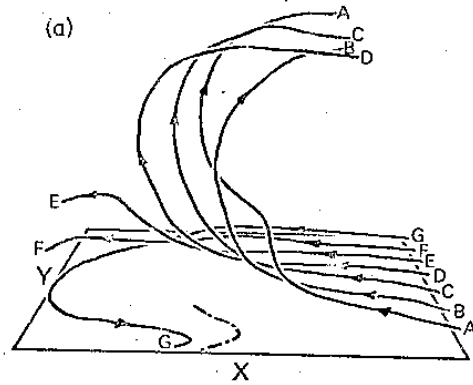
圖十



Air parcel trajectories originating at $z = 0.25$ km which pass through the main updraft. In (a)-(c) viewpoint is from the south while in (d) trajectories are viewed from the east. The dashed lines connect trajectories at inflow, at 7 km, and at outflow. In (d) trajectories K-O originate at $z = 1.75$ km. The horizontal domain is reduced to $9 \leq x \leq 25$ km and $6 \leq y \leq 22$ km. The dot-dashed line denotes the location of the surface gust front depicted in Fig. 10.

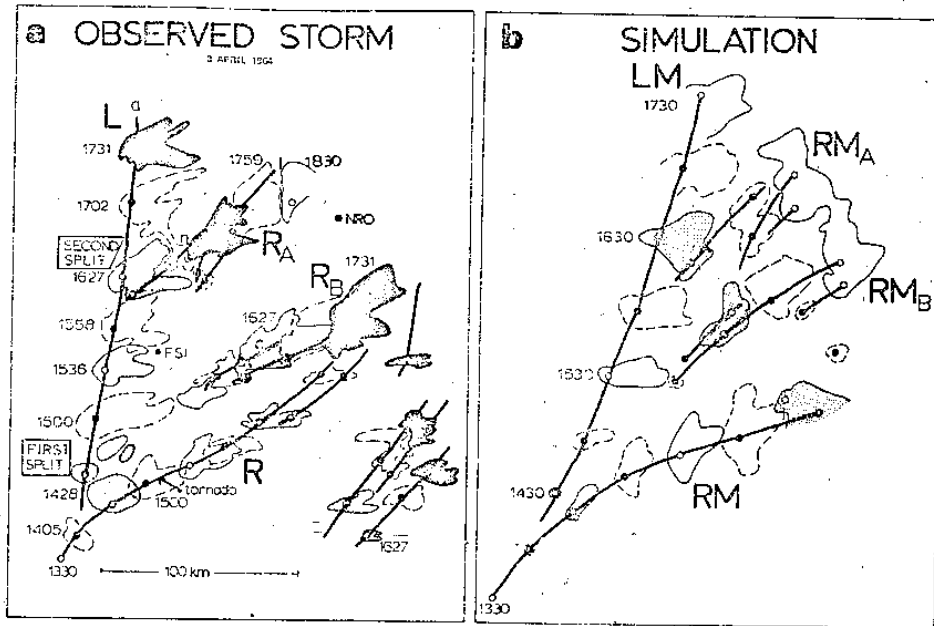
(取自 K lemp, et al., 1981)

圖十一



圖十二

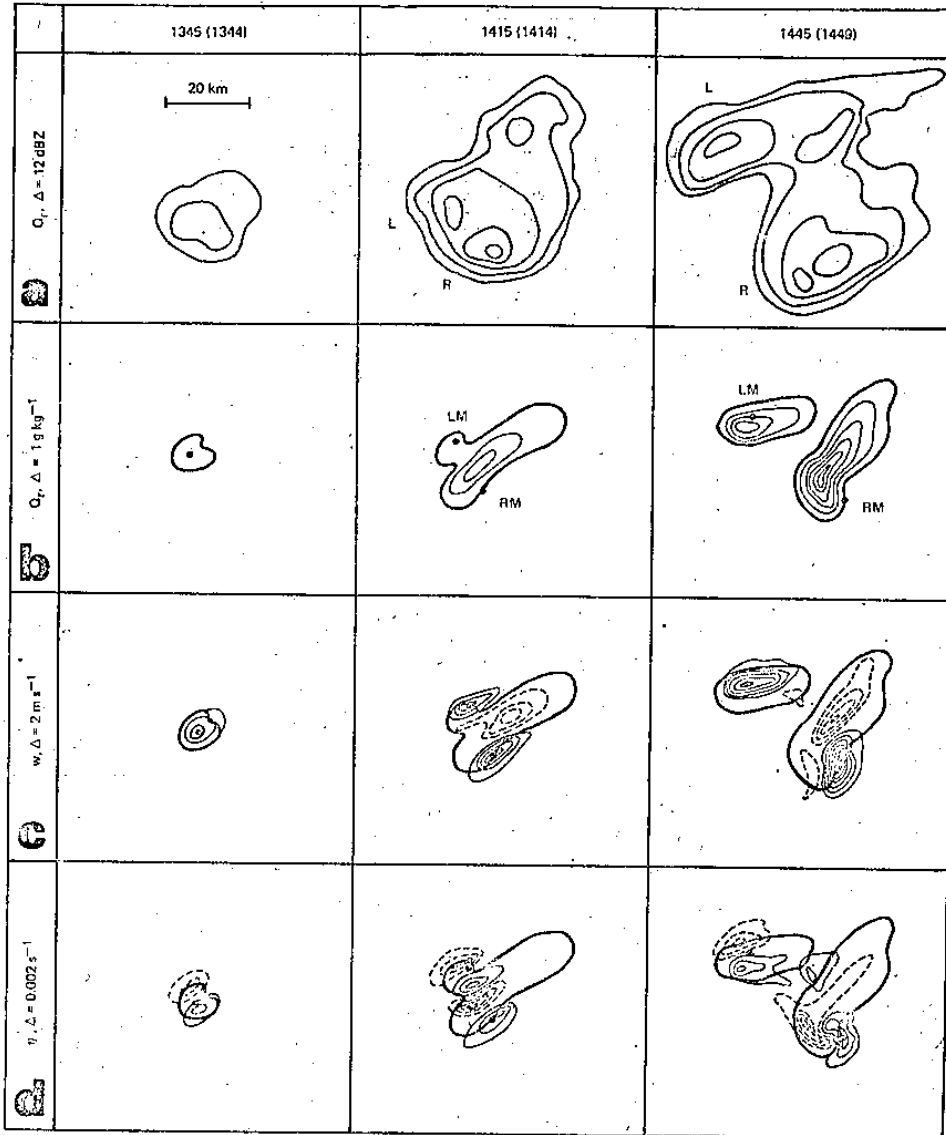
As in Fig. 12 for air trajectories from the 1833 Del City storm approaching the storm at an elevation of 1 km. Trajectories are viewed from the south and east in (a) and (b), respectively. The horizontal domain is reduced to the same size as shown in Fig. 12. (取自Klemp, et al., 1981)



圖十三

The (a) observed and (b) modeled storm development on 3 April 1964. Observed reflectivities > 12 dBZ at 0° and modeled rainwater contents $> 0.5 \text{ g kg}^{-1}$ at $z = 0.4 \text{ km}$ are enclosed by alternating solid and dashed contours about every 30 min. Maxima in these fields are connected by solid lines. The storms are labeled and at several times the contoured regions are stippled for better visualization of the storm development. Labels for the modeled storms are the same as the corresponding observed storms except for the inclusion of M. The scale shown in (a) applies in (b).

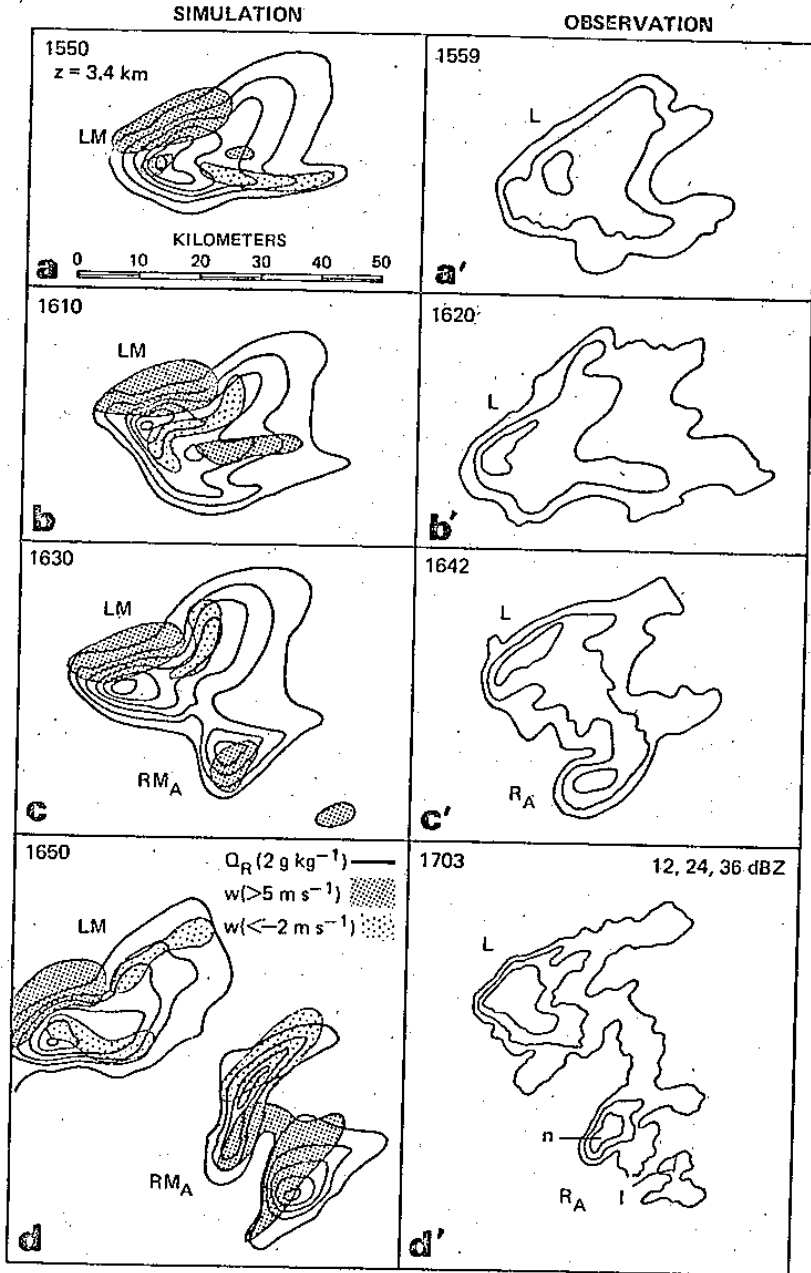
(取自Wilhelmson和Klemp, 1981)



(a) The splitting of the observed reflectivity at 0° with a contour interval of 12 dBZ starting at 0 dBZ. The times are indicated in the parentheses above the contours and the scale shown applies to (b), (c) and (d) as well. (b) The splitting of the modeled rainwater field at 1.9 km and at 1345, 1415 and 1445. The contour interval is 1 g kg^{-1} beginning at 0 g kg^{-1} (the thick line). (c) The splitting of the modeled updraft as in (b) with a contour interval of 2 m s^{-1} and where dashed lines are negative and the zero contour is not shown. The dots in (b), (c) and (d) denote updraft centers. (d) The vertical vorticity as in (c) but with a contour interval of 0.002 s^{-1} .

(取自 Wilhelmson 和 Klemm, 1981)

圖十四



The development of the simulated rain and vertical velocity fields at $z = 3.4$ km are shown every 20 min in (a)–(d). The rain field is contoured in 2 g kg^{-1} intervals starting at 1 g kg^{-1} . Vertical velocities $> 5 \text{ m s}^{-1}$ occur in the densely stippled regions while those less than -2 m s^{-1} occur in the sparsely stippled regions. The scale for all panels in the figure is shown in (a). The development of the observed reflectivity field at 0° elevation is shown in (a')–(d'). These panels are ~ 20 min apart as indicated by the times shown and the 12, 24 and 36 dBZ contours are displayed. The labels on the cells in (d') are the same as those in Fig. 1b.

(取自 Wilhelmson 和 Klemp, 1981)

圖十五

