

定常暴雨與逕流時間函數之試驗研究

Laboratory Investigation on Runoff as Time Function of Stationary Rainstorm

劉長齡

曾武龍**

摘 要

本文係於實驗室裏就不同組合的降雨強度、降雨延時、流域形狀、流域坡度作試驗，再分析試驗所得歷線，結果顯示逕流時間參數中除了集流時間不受降雨延時影響外，稽延時間對降雨延時之偏相關係數為 -0.450 ，洪峯時間對降雨延時的偏相關係數為 $+0.948$ ，時間基底對降雨延時的偏相關係數為 $+0.934$ ，降雨延時和逕流時間參數的關係由此可見。

一、前 言

集水區暴雨和逕流特性為水資源重要問題之一，然暴雨及逕流間問題至為複雜，若諸影響因素之力學機構 (mechanism) 及相關因素可以闡明的話，吾人可以更精確地推測其結果。

工程科學之成立與發展，莫不以試驗及經驗為依據，Chery [1968] 就說過：「試驗模型研究的目的，在於透過數學模式 (Mathematical Models) 建立的幫助，而對真實世界有進一步的了解。」想像中的各水文氣象、地文條件對逕流的影響和實際情形之間的差距，或許是因為在標準水文教科書裏，有些只是邏輯上的推理而非經過試驗證實的敘述。

吾人知曉水的流速會隨流量的增加而增加，因而想到時間參數多少會受流量的影響，近年來，單位歷線的線性假設受到懷疑；Amorocho [1963]、Pabst [1966]、Machmerier [1968]、Ram [1971] 等人經由試驗模型的研究，證實非線性的確存在。Laurenson [1964] 分析田野資料 (field data)，指出稽延時間隨流量而變，非線性亦因而證得。

這些年由於科學技術及儀器之進步，故能就簡化之試驗集水區，在實驗室對不同的水文氣象和地文條件予以控制，進而瞭解個別參數對逕流之定性效應 (qualitative effect)。本文先整理中外現有的逕流時間參數定義 ($T_c, T_1, T_p, T_b, T_o, \dots$ 等等)，並討論

* 國立成功大學水利及海洋工程研究所教授兼水利系系主任

** 國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士班研究生

其適用限制和差異，以及所受影響因素，以說明一般水文教科書所描述的某些水文現象和實際情形的差異原因，並利用實驗室的試驗系統來研討定常暴雨在不透水的理想流域模型上所產生逕流的時間分佈情形，再以迴歸分析 (Regression Analysis) 表示出逕流時間參數和其主要影響因素之關係，作為實用上之參考，特別是對試驗的降雨延時及所得的逕流時間參數間的偏相關係數，以顯示定常暴雨和逕流的時間函數 (time function) 關係。

二、研討方式

§ 2-1 模型的水力相似問題

實驗室試驗研究不以抽象之數學模式來解釋集水區“暴雨~逕流”特性，而代之以實體模型來研討，故較易為人們所接受和了解。

然而一般情況模型和實體之間不可能有絕對的物理相似，那是因為有三種主要的力量同時存在 (重力、粘力、表面張力)，而每一種力量有其相似公式 (Similitude formula)，相互間並沒有數學一致性，因此在將模型的結果延伸至實物或有困難產生。Chow [1967] 曾對模型模擬研究的優點予以討論，並支持 Wooding [1966] 所認為“當模型和實物間的漫地流、渠道水流具有一致性時，則有水文相似 (hydrologic similitude) 存在”的說法。概略地說，Chow 和 Wooding 的建議對模型和實體間相似問題的困難提供了一個可能的處理方法，特別是模型和實體之間的性質更受到關心。

§ 2-2 移動暴雨和定常暴雨

暴雨分為定常暴雨 (stationary rainstorms) 和移動暴雨 (Moving rainstorms)，B. C. Yen 和 V. T. Chow 曾於 1969 年作了移動暴雨和等量 (equivalent) 定常暴雨的試驗比較 (圖 2-1)，發現在其他條件都相同的情況下，均勻速度和均勻降雨強度的移動暴雨具有較小的洪峯流量，而等量定常暴雨的洪峯發生時間也要比移動暴雨早，且定常均勻暴雨的情形可據而研討單位歷線的線性及非時變性假設，此乃本試驗捨移

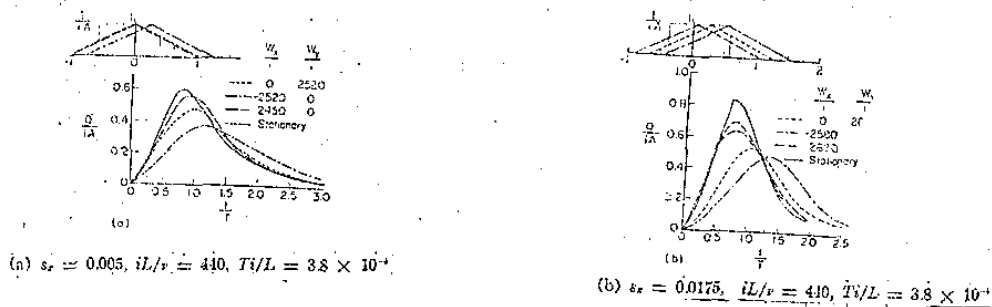


圖 2-1 移動暴雨和等量定常暴雨之比較

動暴雨而選定常暴作研究的理由之一。

§2-3 研討範圍

在本試驗進行下，地表逕流量 Q 將為下式各參數之函數：

$$Q = F(c t, S, i, T_d, L)$$

雨量強度分別定為 $i_1 = 168.4 \text{ mm/hr}$ $i_2 = 209.6 \text{ mm/hr}$ $i_3 = 260.2 \text{ mm/hr}$

$i_4 = 300.7 \text{ mm/hr}$ ，降雨延時 T_d 使用 5、10、15、20、30、40、50、60 秒八種，流域縱坡度則定為 $S_1 = 2.80\%$ $S_2 = 4\%$ $S_3 = 6.24\%$ 三種。形狀有長方形和圓形兩種，長方形長 70cm，圓形直徑 122cm。

§2-4 時間參數之迴歸模式分析

試驗結果顯示時間參數 T 受 L, i, S, T_d 之影響，即

$$T = \text{function}(L, i, S, T_d)$$

今假設 $T = B_0 i^{\beta_1} S^{\beta_2} T_d^{\beta_3} L^{\beta_4} \in$

β_i 是固定參數

\in 是觀察的誤差值，為一隨機變數。

為了觀察降雨強度對時間參數 T 的影響，討論時分兩種情形，第一種情形 (CASE 1) 包括降雨強度在內，第二種情形 (CASE 2) 則不考慮降雨強度。

三、歷線上各時間參數之定義及試驗結果之討論

§3-1 集流時間 (Time of concentration) T_c

3-1-1 定義

常見之集流時間定義有二：

- (1) 某一水流質點由流域最遠點至所考慮位置之所需時間。
- (2) 落於流域最遠點的第一滴雨點觸及地面開始，行至所考慮位置之所需時間。

另外 Ramser 定義集流時間為：渠道測站的水流，以水位計 (waterstage records) 記錄，從最低水位漲至最高水位所需時間。

Kirpich 曾導出集流時間的經驗公式

$$T_c = 0.00013 L^{0.77} / S^{0.385}$$

T_c = Ramser 所定義的集流時間，分 (min)。

L = 從流域最遠點至觀測點的距離，呎 (ft)。

S = 集水區平均縱坡度。

3-1-2 試驗結果

(-) CASE 1 $T_c = 0.01519 i^{-0.4566} S^{-0.5287} L^{1.8774}$

複相關係數 $r = 0.9797$

CASE 2 $T_c = 0.00363 S^{-0.5287} L^{1.8774}$

複相關係數 $r = 0.9466$

X Y=Tc	i	S	L
偏相關係數 X V.S. Y	-0.2525	-0.5366	0.8338

□ 減少 i 後對迴歸方程式之影響

	r^2	S	$S/\bar{Y}\%$	M.S(殘差)
CASE1	0.9598	0.08709	2.96	0.00758
CASE2	0.8961	0.13678	4.65	0.01871

r^2 : 複相關係數之平方，愈大表示迴歸方程式解釋資料之變異愈好。

S : 標準差估計值，愈小愈精確。

$\frac{S}{\bar{Y}}$: 估計標準差與應變數平均值之百分比。

M.S(殘差) : 殘差均值平方。

3-1-3 討論

1 估計標準差由 2.96% 增至 4.65%，可知

不考慮降雨強度的情況，減低了集流時間估計之精密度。

2 王如意先生曾應用 Kirpich 公式計算夏威夷小集水區之集流時間，認為此公式大有存疑，蓋此公式原於美國田納西 (Tennessee) 區域由實驗導得與夏威夷集水區水文、氣象、地質迥異甚多。

Pilgrim [1966] 曾使用放射性追蹤劑 (Radio active Tracing) 研究澳洲暴雨所造成之逕流，亦發現 Kirpich 公式不適應用。美國土壤保持中心 (U.S. Soil Conservation Service) 在加州 (California) 找到 Kirpich 的結果，在其他地區則找不到。

3 本試驗分析結果亦與 Kirpich 不同。

§3-2 洪峯時間 (Time to peak, peak time) T_p

3-2-1 定義

(1) 逕流開始至洪峯到達之時刻。

(2) 歷線上兩個 $0.9Q_D$ (或 $0.75Q_D$ 或 $0.5Q_D$) 間的時間差距 (圖 3 - 1)

本文所提之洪峯時間係指第一個定義而言。

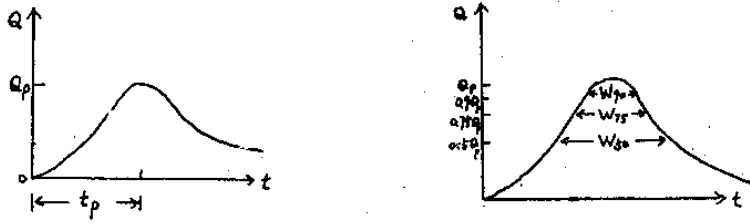


圖 3-1 洪峯時間示意圖

3-2-2 試驗結果

(→) CASE1 $T_p = 10.96122 i^{-0.0605} S^{-0.2408} T_d^{0.3549}$

複相關係數 $r = 0.9603$

CASE2 $T_p = 9.4868 i^{-0.2568} T_d^{0.3498}$

複相關係數 $r = 0.9593$

	X			
Y = T_p		i	S	T_d
偏相關係數 X V.S. Y		-0.0187	-0.7151	0.9479

(→) 減少 i 後對迴歸方程式的影響

	r^2	S	S/Y%	M.S(殘差)
CASE1	0.9222	0.08829	3.06	0.00779
CASE2	0.9202	0.08799	3.05	0.00774

3-2-3 討論

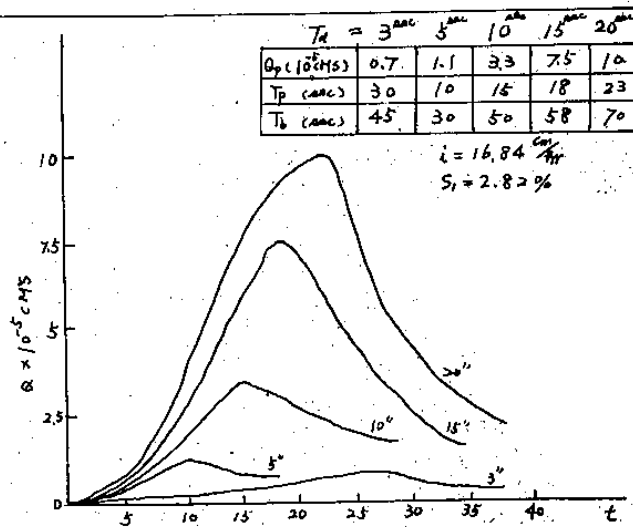


圖 3-2 不同降雨延時對地表逕流時間分佈的影響

1 圖 3-2 顯示洪峯時間有一最小值，隨著降雨延時的增加或減小，洪峯時間均有增加趨勢，可能原因為：較短延時的降雨，供給河道系統的逕流體積亦相對地

減小，因此水流阻力變大，水流速度減小，河道系統對輸入的反應亦較慢，所以洪峯流量到達出水口所需時間亦較長，同時由於輸入的總量較小且上漲慢，所以洪峯量較小。

2. 由所得之迴歸方程式可知降雨強度和流域坡度的增加均造成洪峯時間的縮短。此點與單位歷線的線性假設不符。
3. Amorocho 曾以控制的模型試驗發現「實測的洪峯流量要比由線性預測而來的洪峯流量大很多」。Linsely 等人在 1958 年也曾認為有此結果，並建議對由單位歷線估計所得的洪峯流量做 5% 至 15% 的增加，但 Pabst [1966] 研究結果，認為並非所有事例 (Case) 均有此結果。美國工程兵團設計手冊 (The Corps of Engineers Design Manual) 則讚同增加預測洪峯流量的 25% 至 50%，以對非線性及不均勻面積分佈作適切的修正。本試驗所得結果為線性預測值大於實測值 (詳見成大水利研究所，民國六十七年碩士論文)。

§3-3 稽延時間 (Lag time) T_l

3-3-1 定義

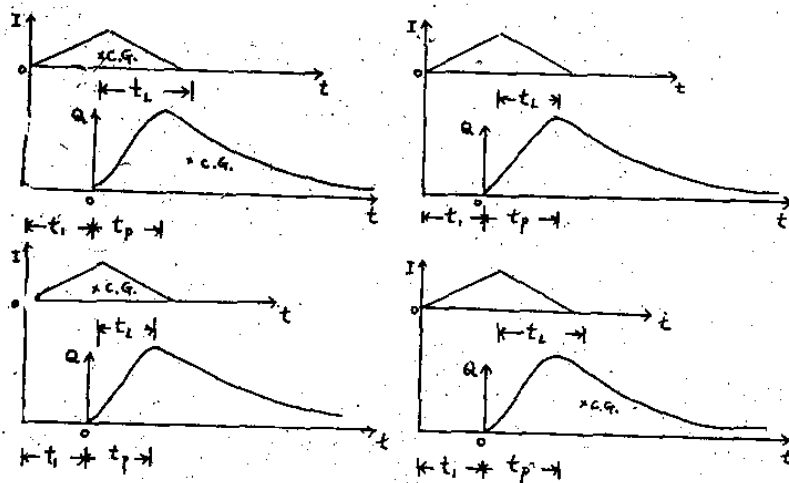


圖 3-3 稽延時間示意圖

在過去，有下列各定義的稽延時間被使用：

- (1) 第一滴雨點觸及地面至集流點有逕流產生所需時間。
- (2) 自開始降雨至下游流量觀測站普通開始漲水之時間。(參閱水利復刊 18 期，張啓濱“由雨量推測流量之方法”一文)
- (3) 最大降雨強度和最大逕流率之間的時間差距。
- (4) 雨量組體圖和逕流歷線圖兩者質心 (centroid) 間之時間差距。
- (5) 最大降雨強度和逕流歷線的質心兩者之時間差距。
- (6) 雨量組體圖質心和逕流洪峯間之時間差距。

其中定義(4)和(6)較常被採用，本文擬就此二定義，分別予以研討。

3-3-2 試驗結果

(→) CASE1 $Tl = 4397.7373i^{-0.8998} S^{-1.1554} Td^{-0.6196}$

複相關係數 $r = 0.7731$

CASE2 $Tl = 237.2769 S^{-1.0514} Td^{-0.6250}$

複相關係數 $r = 0.7054$

Y=Tl X V.S. Y	X	i	S	Td
偏相關係數 X V.S. Y		-0.2594	-0.3302	-0.4505

(→) 減少 i 後對迴歸方程式之影響

	r^2	S	$S/\bar{Y}\%$	M.S(殘差)
CASE1	0.5977	0.38630	21.192	0.14923
CASE2	0.4976	0.42809	23.485	0.18326

3-3-3 討論

1 降雨延時甚長時，逕流將達平衡流量，洪峯延續一段時刻，爲了避免混淆起見，以定義(6)估算稽延時間時，擇取降雨延時小於集流時間的數據，以定義(4)估算時，則無此限。同時，本文用逕流總量達50%的發生時間作爲逕流歷線質心的發生位置 [此方法可參閱水利復刊8期，鄭烈傳所撰之文及本文附錄之參考文獻(4)]。

2 試驗結果顯示定義(6)的稽延時間，隨降雨延時和降雨強度有很大變動，看不出有什麼合宜的關係存在；由定義(4)所得之結果，則 $Tl \propto 1/i$, $Tl \propto \frac{1}{S}$, $Tl \propto 1/Td$ 。

3 一般認爲如果Tl量至洪峯位置，則Tp可近似於 $(Tl + \frac{1}{2} Td)$ ，暗示已知集水區，其Tl是個定值，但就本試驗集水區而言，此點並非真確，所以Tl也不是令人滿意的時間參數，同時可知單位歷線的理論：「已知延時的任何強度降雨，其稽延時間爲定值」亦非真確，因其隨降雨強度增加而減少。

§3-4 歷線的時間基底 (Time base of the hydrograph) T_b

3-4-1 時間基底的意義是直接逕流開始至結束的時間差距，通常以 T_b 表示。

3-4-2 試驗結果

(→) CASE1 $T_b = 35.1780 i^{-0.1403} S^{-0.1350} Td^{0.3397}$

複相關係數 $r = 0.9545$

CASE2 $T_b = 22.5832 S^{-0.1346} T_d^{0.3397}$

複相關係數 $r = 0.9472$

X Y=T _b	i	S	T _d
偏相關係數 X V.S. Y	-0.1537	-0.5009	0.9338

(-)減少 i 後對迴歸方程式之影響

	r ²	S	S/ \bar{Y} %	M.S(殘差)
CASE1	0.9110	0.0802	1.96	0.00643
CASE2	0.8971	0.0855	2.10	0.00732

3-4-3 討論

1 T_b 隨降雨延時之增加而增加，隨降雨強度及流域縱坡之增加而減少，這點否定了單位歷線「降雨延時一定時，歷線的時間基底為定值」的假設。

2 Minshall [1970] 在小試驗集水區所得的歷線時間基底隨降雨強度之增加而減少，與本文所得一樣，而 Rastogi 在 0.25 sq.mi. (約 0.65 Km²) 的試驗集水區所得結果，却為時間基底 T_b 隨降雨強度和降雨延時之增加而增加。

§3-5 消退參考時間 (reference recession time) Tr

3-5-1 定義

退水時間是指洪峯至殘餘逕流 (residual runoff) 為零的時間差距。但因小流量的量度不甚精確且為時較久，因此 V.T. Chow 曾採用如下不同的數值作為消退參考時間 (此段時間內並無其他雨量或側流輸入)。

- (1) 流量由 Q_p 降至 1/2 Q_p 所需時間。
- (2) 流量由 0.75 Q_p 降至 0.25 Q_p 所需時間。
- (3) 退水曲線上的反曲點退至 0.25 Q_p 所需時間。
- (4) 流量從 Q_p 退至 0.2 Q_p 所需時間。
- (5) 流量從 Q_p 退至 0.37 Q_p 所需時間。

其中由 Q_p 退至 1/2 Q_p 所需時間又稱半退水時間 (half recession time)。此外，Rastogi 採 0.1 cfs. 降至 0.01 cfs. 的時距作為退水參考時間。

3-5-2 試驗結果與討論

1 本文係以「流量由 Q_p 降至 1/2 Q_p 所需時間」作為逕流退水行為的指標 (indication)。試驗結果顯示各歷線上退水段按 Q_p 百分比，退水情形大抵相同，流域坡

度及降雨強度對退水時間影響甚微。

- 2 由此結果，可知「蓄水量大者，退水曲線長」的想像並非真確。退水時間的觀念對於歷線消退的預測相當有用。

§3-6 平衡時間 (time of equilibrium) T_e

3-6-1 平衡時間之意義

- 1 平衡時間是指(均勻)降雨開始至降雨率等於流出率的時刻，該時刻的流量稱為平衡流量。
- 2 Izzard 利用輸出量等於 97% 輸入量的時刻作為平衡時間，Larson 和 Machmeier 則稱此為虛平衡時間 (time of virtual equilibrium)，定為 T_{97} ，亦有人以輸出量等於 99% 輸入量的時刻作為虛平衡時間。

3-6-2 試驗結果與討論

- 1 試驗結果 T_{97} 隨降雨強度的增加而減少。
- 2 自然集水區無法直接由逕流記錄決定虛平衡時間，因為真正的集水區供給率 (supply rate) 是很少能產生平衡流量的，因此沒有實際資料與本試驗所得作比較。

四、結 論

經由試驗室控制的均勻強度定常暴雨降於不透水的試驗集水區，可證明地表逕流的時間分佈隨降雨時間的不同而有所變動。從試驗結果和以上討論，可得如下之結論：

- (1) 暴雨下的水流和無降雨下的水流，除了量的不同，流速亦有差異，所以暴雨之後，經常造成大量洪水。
- (2) 由“暴雨～逕流”關係的非線性反應，得知單位歷線的各線性假設並非真實。
- (3) 集水區的飽和情形，可從歷線加以檢驗，飽和時，消退時間減至一最小值，並維持定值；洪峯流量將發生於雨停或稍後；入流率等於出流率時，歷線將趨於水平 (level off)。
- (4) 小於集流時間的降雨延時對洪峯流量影響很大，但大於和等於集流時間的降雨延時則對洪峯流量很少影響。
- (5) 在同一集水區，鑒於其他時間參數 (譬如稽延時間、洪峯時間等) 是供給率和延時的函數，而集流時間只與供給率有關，因此一般的集水區時間參數，集流時間佔有較大的優勢，而且在作為集水區反應速率的指標 (index) 時，顯得很有用。

五、參考文獻

- (1) RAM A. RASTOGI. "Nonlinear response of a small drainage basin model."

- J. Hydrology, 14 (1971) pp. 29 ~ 42.
- (2) B.C.YEN AND V.T. CHOW., " Laboratory study of surface runoff due to moving rainstorms." Water Resources Res. Vol.6, No.5, Oct. 1969.
- (3) CHAO-LIN CHIU AND J.T. HUANG., " Nonlinear Time Varying Model of Rainfall-Runoff Relation " Water Resources Res. Vol.6, No. 5 , Oct. 1970.
- (4) A.N.MANDENVILLE. AND T. O'DONNELL. " Introduction of Time Variance to Linear Conceptual Catchment Models." Water Resources Res. Vol. 9 , No. 2 , Apr., 1973.
- (5) 劉長齡：解析水文學，工程水文學。
- (6) 顏沛華：“集水區暴雨與流域特性之試驗研究”民國66年成大碩士論文。
- (7) 金紹興：“台灣洪水量公式之研究”土木水利，第二卷，第二期，民國64年8月。